

Kollokvium 4  
Grunnlaget for Schrödingerligningen

12. februar 2015

I dette kollokviet skal vi se litt på grunnlaget for Schrödingerligningen, og på når den er relevant. Den første oppgaven er en diskusjonsoppgave om opphavet til ligningen. I den andre oppgaven skal vi regne litt omtrentlig på i hva slags fysiske systemer kvantefysikk er viktig. Denne oppgaven finnes også som Oppgave 1.18 i Griffiths.

### Oppgave 1 Diskusjonsoppgave

På kollokviumssiden finner du en artikkel av Felix Bloch som diskuterer opphavet til kvantemekanikken og Schrödingerligningen. Les artikkelen, med spesiell vekt på de første to sidene, og tenk gjennom/diskuter med de andre på kollokviet følgende:

- Hvorfor må en bølge ligning være en differensialligning i posisjon og tid?
- Hvordan tror du Schrödinger gikk frem for å lage seg en ny bølge ligning på basis av de Broglies bølger? (Hva slags ingredienser må den ha? Hva slags konstanter kan inngå? Hva må enhetene være?)
- Hva skjer med Schrödingerligningen om vi lar  $m \rightarrow 0$ , og hva skjer når  $\hbar \rightarrow 0$ ?

### Oppgave 2 Når er beregninger i kvantemekanikk relevante?

Kvantemekanikk er generelt sett relevant når de Broglies bølgelengde ( $\lambda = h/p$ ) for den partikkelen man betrakter er større enn den karakteristiske størrelsen til systemet man ser på ( $d$ ). I et system i termisk likevekt ved temperaturen  $T$  (i Kelvin), er den gjennomsnittlige kinetiske energien til en partikkel gitt ved

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{3}{2}k_B T, \quad (1)$$

hvor  $k_B$  er Boltzmanns konstant. Derfor er den typiske de Broglie bølgelengden til en partikkel i systemet

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mk_B T}}. \quad (2)$$

Meningen med denne oppgaven er å forutsi hvilke typer systemer som må behandles med kvantemekanikk, og hvilke som trygt kan beskrives med klassisk fysikk.

- a) **Faste stoffer.** Gitteravstanden mellom to atomer i et typisk fast stoff er rundt  $d = 0.3$  nm. Finn temperaturen hvor de frie<sup>1</sup> elektronene i det faste stoffet blir kvantemekaniske. Under hvilken temperatur er

---

<sup>1</sup>I et fast stoff er de indre elektronene til et atom bundet til kjernen, og for disse vil den relevante størrelsen være radiusen til atomet. De ytre elektronene er ikke bundet, og for disse er den relevante avstanden gitteravstanden mellom atomene. Her er det disse siste vi vil diskutere.

kjernene i et fast stoff kvantemekaniske? (Bruk natrium som eksempel.)  
*Moral:* De frie elektronene i et fast stoff er *alltid* kvantemekaniske; kjernene er nesten *aldri* kvantemekaniske. Det samme er tilfelle for vesker hvor avstanden mellom atomer er omlag den samme, med unntak av helium under 4 K.

- b) **Gasser.** Ved hvilken temperatur er atomene i en idéell gass med trykk  $P$  kvantemekaniske? *Hint:* Bruk gassloven for en idéell gass ( $PV = Nk_B T$ ) for å finne avstanden mellom to atomer i gassen. Svaret skal bli

$$T < \frac{1}{k_B} \left( \frac{h^2}{3m} \right)^{3/5} P^{2/5}. \quad (3)$$

For at gassen skal oppvise kvantemekaniske egenskaper så vil vi, naturligvis, at  $m$  skal være så liten som mulig og  $P$  så stor som mulig. Sett inn tall for helium ved én atmosfæres trykk og finn  $T$ . Er hydrogengass i det ytre rom, hvor avstanden mellom hydrogenmolekylene er omlag 1 cm og temperaturen er 3 K, kvantemekanisk?