Kollokvium 5
Mer Python kvantemekanikk

19. februar 2015

I dette kollokviet skal vi se mer på bruk av `Python`. Som i forrige `Python`-kollokvium så anbefaller at så mange som mulig tar med seg laptop. Vi minner også om programmeringskompediet og samlingen med eksempler:
`http://www.uio.no/studier/emner/matnat/fys/FYS2140/v15/programmering/programmeringskompendium.pdf`
`http://www.uio.no/studier/emner/matnat/fys/FYS2140/v15/programmering/programmering.html`

Målet med dette kollokviet er at: du skal kunne lage et skript som viser en animasjon av en tidsavhengig funksjon, du skal kunne lage mer sofistikerte skript som kombinerer forskjellige funksjonskall, og bruke funksjoner som gir komplekse verdier. Vi foreslår at dere prøver å svare på følgende oppgave:

Oppgave 1 Mer Python

a) Lag en animasjon som viser sinusbølgen $y(x,t) = \sin(kx - \omega t)$, hvor funksjonskallet, for eksempel `wave(x,t,k,omega)`, tar vilkårlige verdier for bølgetall k og vinkelfrekvens ω.

b) Gjør om skriptet i forrige oppgave slik at du kan legge sammen flere bølger med forskjellig bølgetall og vinkelfrekvens, hvor forholdet mellom de to er gitt ved en dispersjonsrelasjon $\omega(k)$. Velg gjerne

$$\omega(k) = \sqrt{gk} \quad \text{eller} \quad \omega(k) = \sqrt{\frac{T}{\mu}}k, \tag{1}$$

som er dispersjonsrelasjonene for, henholdsvis, vannbølger på dypt vann og bølger på en idéell streng. Her er g gravitasjonsakselerasjonen, T snordrag og μ masse per lengdeenhet.

c) Klarer du å finne ut av hvordan du kan lagre animasjonen som en film? Let gjerne på nettet for å lære litt om hvor du kan finne informasjon om `Python`.

d) Gjør en lignende animasjon av $|\Psi(x,t)|^2$ for en bølgepakke som består av en sum av fri-partikkel løsninger av Schrödingerligningen (løsninger hvor $V(x) = 0$),

$$\psi_k(x,t) = e^{i(kx-\omega t)}. \tag{2}$$

e) Vi trenger egentlig litt mer for å lage realistiske bølgepakker for en fri partikkel. Analytisk så er det korrekte uttrykket et integral over bølgetall (vi kommer tilbake til det senere i kurset):

$$\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(k) e^{i(kx-\omega t)}\, dk, \tag{3}$$

hvor $\phi(k)$ er en funksjon som beskriver hvilke bølgetall som skal inngå. Siden vi er interessert i nummeriske løsninger vil vi selvfølgelig gjøre om integralet til en sum.

Kollokviets siste utfordring er å bygge en slik bølgepakke med en gitt $\phi(k)$. Prøv for eksempel:

$$\phi(k) = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \frac{\sin ak}{k} \quad \text{eller} \quad \phi(k) = \frac{1}{(2\pi a)^{1/4}} e^{-(k-l)^2/4a}, \tag{4}$$

hvor a og l er to konstanter.

I neste kollokvium skal vi forsøke en numerisk løsning av Schrödinger-ligningen hvor $V(x) \neq 0$. Da blir denne måten å bygge bølgepakker på for upraktisk på grunn av integralet som er involvert som koster mye beregningstid. Vi skal istedet utnytte formen på Schrödingerligningen for numerisk å propagere en løsning vi kjenner ved tiden $t = 0$ fremover i tid, forhåpentligvis uten å introdusere for mye numerisk feil.