INF2220 - Algoritmer og datastrukturer

HØSTEN 2007

Institutt for informatikk, Universitetet i Oslo

Tid og sted:
Mandag kl. 12:15 -14:00
Store auditorium, Informatikkbygningen

Kursansvarlige

- Einar Broch Johnsen
  - Epost: `einarj@ifi.uio.no`
  - Kontor 31150 FP2
- Arild Waaler
  - Epost: `arild@ifi.uio.no`
  - Kontor 3342 IFI

Dagens tema

- Praktiske opplysninger
- Analyse av algoritmer (kapittel 2)
- Introduksjon til trær (kapittel 4)

Hva er INF2220?

- Et av de mest sentrale grunnkursene i informatikkutdanningen — og et av de vanskeligste!
- Kurset hever programmering fra et håndverk til et universitetsfag.
- Eksamen krever både *teoretiske* og *praktiske* ferdigheter.
- Et arbeidskrevende modningsfag. Løs oppgaver gjennom hele semesteret!
- **Lærebok**

  Mark Allen Weiss: *Data Structures & Algorithm Analysis in Java*
- Sjekk fagets hjemmeside regelmessig.
  - Forelesningsplanen kan bli endret underveis.
  - Beskjeder blir også gitt på hjemmesiden
- Kurset forutsetter INF1010. Spesielt: Rekursjon.

Algoritmer og datastrukturer

- **Datastrukturer**
  - Metoder for å organisere store mengder data
  - Vi skal se på en del effektive måter å organisere data
- **Analyse av algoritmer**
  - Hvorfor er noen algoritmer for å løse en oppgave er bedre enn andre
  - Vårt fokus: estimering av kjøretiden til algoritmer

Gruppeundervisningen

Studenter på samme bachelorprogram kan gå på samme gruppe

- Gruppe 1: INF og PS: syst
- Gruppe 2: INF
- Gruppe 3: INF og PS: dsn
- Gruppe 4: PS: bio, dsn og iid
- Gruppe 5: Eldat
- Gruppe 7: PS: eldat og siv
- Gruppe 106, 108: foreløpig stengt

Merk at du kan melde deg på den gruppen du ønsker, uansett bachelorprogram!

Påmelding skjer ved oppmøte første gruppetime (neste uke) på den gruppen du ønsker å gå på.

NB: Obligatorisk oppmøte første gruppetime!

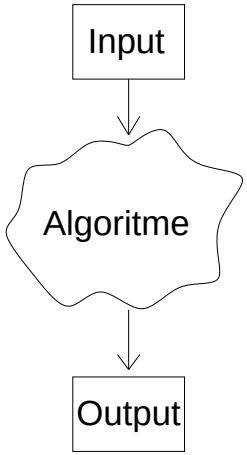
Frister for obligatoriske oppgaver

Oppgavene blir lagt ut i løpet av uken!

- **28. september:** Innlevering av obligatorisk oppgave 1
- **9. november:** Innlevering av obligatorisk oppgave 2

Hva er en algoritme?

Vanlig sammenligning: Oppskrift.



I tillegg til å være et endelig sett med regler som gir en sekvens av operasjoner for å løse en bestemt type problem, har en algoritme fem viktige kjennetegn:

1. **Endelighet.**
2. **Definerthet.**
3. **Input.**
4. **Output.**
5. **Effektivitet.**

(Donald E. Knuth: *The Art of Computer Programming. Vol. 1: Fundamental Algorithms.*)

Analyse av tidsforbruk

Hvor mye øker kjøretiden når vi øker størrelsen på input?

To typer analyse:

- Gjennomsnittlig tidsforbruk (average-case)
- "Verste tilfelle" (worst-case)

Alternative metoder:

- Kode algoritmen og ta tiden for ulike størrelser på input.
- Finne en enkel funksjon som vokser "på samme måte" som eksekveringstiden til programmet.

Logaritmer

Logaritmer har et grunntall X, for eksempel X = 2 eller X = 10.
Vi bruker stort sett X = 2.

Logaritmen til et tall **B** er det tallet **A** vi må opphøye grunntallet **X** i for å få **B**, det vil si: $\mathbf{X^A = B \Leftrightarrow A = \log_X B}$

Eksempler:

$2^1 = 2 \Leftrightarrow 1 = log_2\ 2$
$2^2 = 4 \Leftrightarrow 2 = log_2\ 4$
$2^3 = 8 \Leftrightarrow 3 = log_2\ 8$
$2^4 = 16 \Leftrightarrow 4 = log_2\ 16$
$2^{10} = 1\ 024 \Leftrightarrow 10 = log_2\ 1\ 024$
$2^{20} = 1\ 048\ 576 \Leftrightarrow 20 = log_2\ 1\ 048\ 576$

O-notasjon

Generelt er vi ikke interessert i nøyaktig hvor mye tid et program bruker, men heller prøve å angi i hvilken **størrelsesorden** løsningen ligger.

Definisjon

La $T(n)$ være kjøretiden til programmet.

- $T(n) = O(f(n))$ hvis det finnes positive konstanter c og n_0 slik at $T(n) \leq c * f(n)$ når $n > n_0$.

$O(f(n))$ er da en øvre grense for kjøretiden.

Problemet er å finne en $f(n)$ som er minst mulig.

Vanlige funksjoner for O( )

Funksjon	Navn
1	Konstant
log n	Logaritmisk
n	Lineær
n log n	
n^2	Kvadratisk
n^3	Kubisk
2^n, n!	Eksponensiell

O-notasjon er en veldig grov måte å angi tidsforbruk på, og vi forkorter så mye som mulig. Merk at konstanter allerede ligger i definisjonen.

Eksempler:

- $n/2$, n, $2n$ er alle $O(n)$.
- $n^2 + n + 1$ regnes som $O(n^2)$.
- $log_2\ n$, og $log_{10}\ n$ skilles bare av en konstant, begge angis med $O(log\ n)$.

Enkel beregning av tid

Enkel setning:

```
x = y + z;
```

Enkel for-løkke:

```
for (int i = 0; i < n; i++) {
    brukt[i] = false;
}
```

Nestede for-løkker:

```
for (int i = 0; i < n; i++) {
    for (int k = 0; k < n; k++) {
        avstand[i][k] = 0;
    }
}
```

Sekvens av setninger:

```
x = y + z;
for (int i = 0; i < n; i++) {
    brukt[i] = false;
}
```

Betinget setning:

```
if (n < 0) {
    System.out.println(''Ingen elementer'');
} else {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        sum += i;
    }
}
```


Trær

Trær brukes ofte til å representere ulike typer av data som er organisert hierarkisk.

Ulike typer trær:

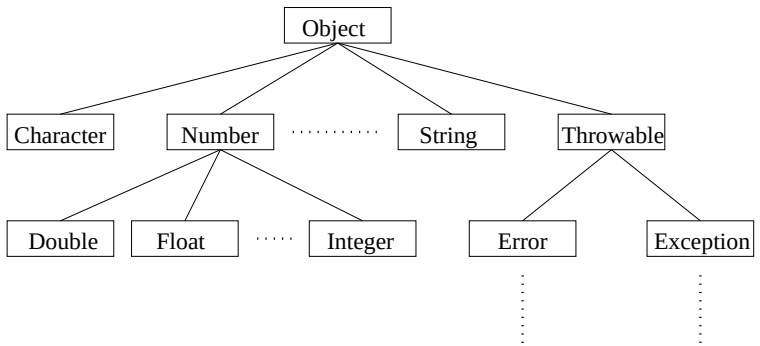
- Generelle trær (kap. 4.1)
- Binærtrær (kap. 4.2)
- Binære søketrær (kap. 4.3)
- B-trær (kap. 4.7)

Aktuelle temaer:

- Bruksområder
- Implementasjon
- Innsetting/fjerning av elementer
- Søking etter elementer
- Traversering

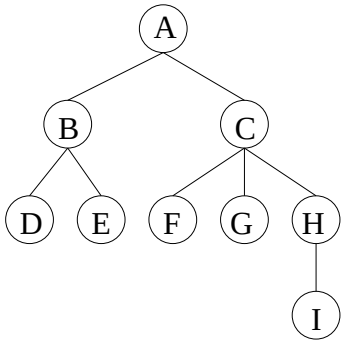
Typiske eksempler er:

- Filorganisering
- Slektstrær
- Organisasjonskart
- Klassehierarki (i for eksempel Java)



Terminologi

Et tre er en samling noder. Et ikke-tomt tre består av en spesiell node r, kalt roten, og null eller flere ikke-tomme subtrær. Fra r går det en rettet kant til roten i hvert subtre.



Eksempler:

- A er roten (rot-noden)
- B er forelder til D og E
- D og E er barna til B
- C er søsken til B
- D, E, F, G og I er bladnoder (løvnoder)
- A, B, C og H er interne noder

Denne tre-definisjonen er rekursiv!

Implementasjoner

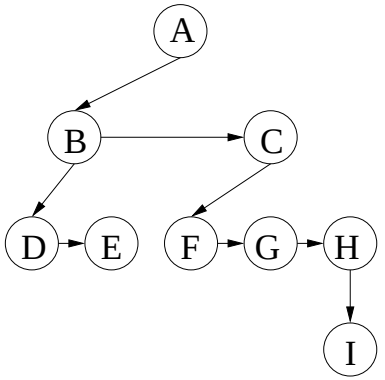
Forslag 1
I tillegg til data kan hver node inneholde en peker til hvert av barna.

Problemer:

- Antall barn kan variere veldig fra node til node.
- Vet ikke nødvendigvis antall barn på forhånd.

Forslag 2 Hver node inneholder en **liste** med pekere til barna.

```
class TreNode {
    Object element;
    TreNode forsteBarn;
    TreNode nesteSosken;
}
```



Traversering

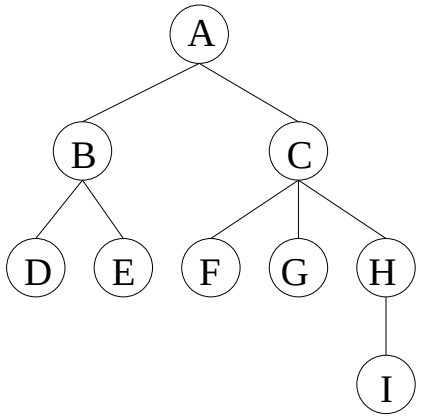
Å traversere et tre vil si å besøke alle (eventuelt bare noen av) nodene i treet, for eksempel fordi vi:

- Leter etter en bestemt node (element)
- Vil sette inn en ny node (med et nytt element) i treet
- Vil fjerne en node/element fra treet
- Vil gjøre en eller annen beregning (eller utskrift) på alle nodene i treet.

Hvilken rekkefølge vi besøker nodene i, bestemmes av det problemet vi skal løse.

To populære traverseringsmåter

- Prefiks (preorder): Gjør noe med en node **før** vi går videre til barna.
- Postfiks (postorder): Gjør noe **etter** at vi har besøkt **alle** barna til noden.



Prefiks: A B D E C F G H I

Postfiks: D E B F G I H C A

Mer terminologi

En vei (sti) fra en node n_1 til en node n_k er definert som en sekvens av noder $n_1, n_2, \ldots, n_k$ slik at n_i er forelder til n_{i+1} for $1 \leq i \leq k$.
Lengden av denne veien er antall kanter på veien, det vil si $k - 1$.

Dybden til en node i et tre

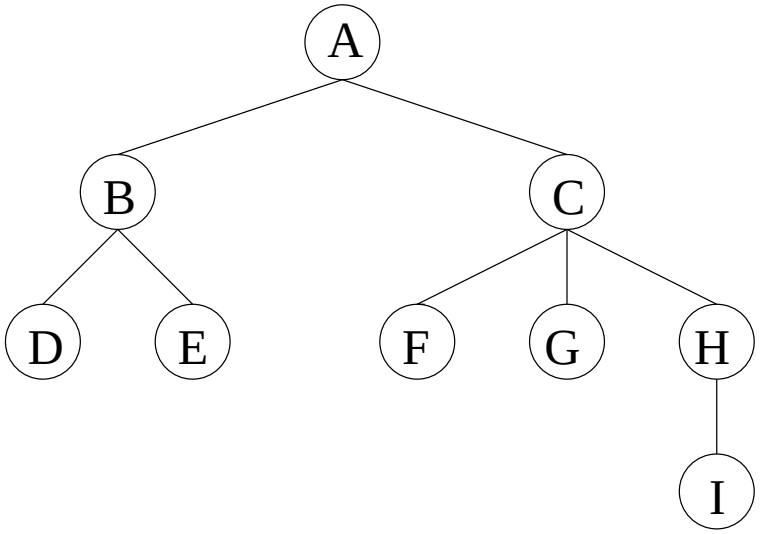
For enhver node er dybden definert som lengden av (den unike) veien fra roten til noden. Roten har altså dybde 0.

Rekursiv metode for å beregne dybden til alle nodene i et tre:

```
// Kall: rot.beregnDybde(0)

void beregnDybde(int d) {
    this.dybde = d;
    for ( < hvert barn b > ) {
       b.beregnDybde(d + 1);
    }
}
```

Dette er et eksempel på **prefiks** traversering!



Høyden til en node i et tre

Høyden til en node er definert som lengden av den *lengste* veien fra noden til en bladnode.

Alle bladnoder har dermed høyde 0.

Høyden til et tre er lik høyden til roten.

Rekursiv metode for å beregne høyden til alle nodene i et tre

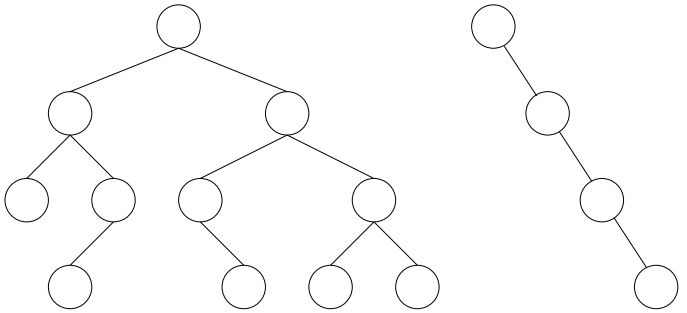
```
// Kall: rot.beregnHoyde()

int beregnHoyde() {
    int tmp;
    this.hoyde = 0;
    for ( < hvert barn b > ) {
        tmp = b.beregnHoyde() + 1;
        if (tmp > this.hoyde) {
            this.hoyde = tmp;
        }
    }
    return this.hoyde;
}
```

Dette er et eksempel på **postfiks** traversering!

Binærtrær

Et binærtre er et tre der hver node aldri har mer enn to barn. Hvis det bare er ett subtre, må det være angitt om dette er venstre eller høyre subtre.



I verste fall blir dybden N-1!

Implementasjon av binærtrær

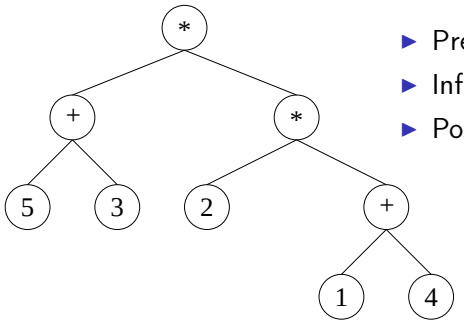
Siden hver node har maks to barn, kan vi ha pekere direkte til dem:

```
class BinNode {
    Object element;
    BinNode venstre;
    BinNode hoyre;
}
```


Eksempel: Uttrykkstrær

I uttrykkstrær inneholder bladnodene operander (konstanter, variable, ...), mens de interne nodene inneholder operatorer.

Eksempel



Mulige skrivemåter for dette uttrykket:

- Prefiks: * + 5 3 * 2 + 1 4
- Infiks: (5 + 3) * (2 * (1 + 4))
- Postfiks: 5 3 + 2 1 4 + * *

Alle disse eksemplene bruker dybde-først traversering. Dette er det vanligste for trær. (Bredde-først er også mulig, da brukes gjerne en kø.)

Traversering av binærtrær — oppsummering

Traversering av binære trær kan oppsummeres ved et generelt skjema:

```
void traverser(BinNode n) {
    if (n != null) {
        < Gjør PREFIKS-operasjonene >
        traverser(n.venstre);
        < Gjør INFIKS-operasjonene >
        traverser(n.hoyre);
        < Gjør POSTFIKS-operasjonene >
    }
}
```