$\boxed{3.2.2}$ i) $S(A,B,C,D)$

$A \to B,\ A \to C,\ C \to D$

a) Ikketrivielle FDer (ett attributt i hs), i tillegg til de angitte

$A \to D$ $AB \to C$ $AC \to B$ $AD \to B$ $ABC \to D$

$AB \to D$ $AC \to D$ $AD \to C$ $ABD \to C$

$ACD \to B$

b) Kandidatnøkler:

$A^+ = ABCD$

Ingen andre bestemmer A, så A må være med i alle supernøkler. A er eneste minimale supernøkkel og dermed eneste kandidatnøkkel.

c) Supernøkler som ikke er kandidatnøkler:

Alle mengder som inneholder A, utenom A alene:

AB ABC ABCD

AC ABD

AD ACD

ii) $T(A,B,C,D)$ $A \to B,\ B \to C,\ C \to D,\ D \to A$

a) $A^+ = ABCD$ så $A \to C$, $A \to D$ og $AB \to C$, $AD \to C$; $AB \to D$, $AC \to D$, $ABD \to C$, $ABC \to D$

$B^+ = BCDA$ så $B \to D$, $B \to A$ osv.

$C^+ = CDAB$ så $C \to A$, $C \to B$

$D^+ = ABCD$ så $D \to B$, $D \to C$

b) A, B, C, D

c) alle 2-, 3- og 4-elements delmgd av $\{A,B,C,D\}$

iii) $U(A,B,C,D)$

$AB \to C,\ BC \to D,\ CD \to A,\ AD \to B$

a) $A^+ = A$, $B^+ = B$, $C^+ = C$, $D^+ = D$ [Regel: For å sjekke om $X \to Y$ er med, beregn X^+ og se om $Y \subseteq X^+$]

$AB^+ = ABCD$ så $\underline{AB \to D}$ (har alt $AB \to C$) (og derfor også $ABC \to D$)

$AC^+ = AC$

$AD^+ = ADBC$ (har alt $AD \to B$) så $\underline{AD \to C}$

$BC^+ = BCDA$ så $\underline{BC \to A}$ (og derfor også $BCD \to A$)

$BD^+ = BD$

$CD^+ = CDAB$ så $\underline{CD \to B}$ (og derfor også $ACD \to B$)

$ABC^+ = ABCD$ så $\underline{ABC \to D}$

$ABD^+ = ABCD$ så $\underline{ABD \to C}$

$BCD^+ = ABCD$ så $\underline{BCD \to A}$

$ACD^+ = ABCD$ så $\underline{ACD \to B}$

b) AB, BC, CD, AD

c) ABC, ABD, BCD, ABCD, ACD

$\boxed{3.2.6}$ a)

Hvis $AB \to C$ så $A \to C$ eller $B \to C$

A	B	C
1	2	1
1	3	2
2	3	3

b) Hvis $A \to B$ så $B \to A$

A	B
1	2
2	2

c) Hvis $AB \to C$ og $A \to C$ så $B \to C$

A	B	C
1	2	1
2	2	2

$\boxed{3.3.1}$ a) $R(A, B, C, D)$

$B \to A,\ C \to B,\ D \to C,\ A \to D$

i) $A^+ = ABCD$

$B^+ = ABCD$

$C^+ = ABCD$

$D^+ = ABCD$

Kandidatnøkler: A, B, C, D

Brudd på BCNF: ingen
(og dermed heller ingen brudd på EKNF.)

3.3.1 b)

$R(A, B, C, D)$

$BC \to D$, $D \to A$, $A \to B$

Kandidatnøkler: Må ha med C siden C ikke fins i noen høyreside

$C^+ = C$

$AC^+ = ACBD$
$BC^+ = BCDA$
$CD^+ = CDAB$
$\Rightarrow$ AC, BC, CD er kandidatnøkler

Ikke-trivielle FDer (med minimal venstreside):

$BC \to D$

$D \to A$

$A \to B$

$D \to B$ $\quad (D^+ = DAB)$

$AC \to D$ $\quad (AC^+ = ACBD)$

$BC \to A$ $\quad (BC^+ = BCDA)$

$\Rightarrow$ AC og BC er elementære kand.nkl.
(CD er ikke elementær)

$AC \to D$ er elementær

$BC \to A$ er elementær

$\to D \to A$

Brudd på BCNF: (Tilstrekkelig å se på den opprinnelige mengden FDer)

$D \to A$

$A \to B$

BCNF dekomposisjon:

$ABCD \to ABD$, CD $\quad$ ($D \to A$, $D^+ = ABD$)

$ABD \to AB$, AD $\quad$ ($A \to B$, $A^+ = AB$)

Brudd på EKNF: Ingen.

3.3.1

c) $R(A,B,C,D)$ $A \to B, A \to C$

Kandidatnøkler: Må ha med A,D siden de ikke fins i noen høyreside.

$AD^+ = ADBC$ $\Rightarrow$ AD er kandidatnøkkel

Ikketrivielle FDer (med minimal venstreside):

$A \to B$

$A \to C$ $\Rightarrow$ AD er ikke elementær kand.nkl.

Brudd på BCNF:

$A \to B$

$A \to C$

BCNF dekomposisjon:

$R(A,B,C,D)$

$A \to B$, $A^+ = ABC$

$R1(A,B,C)$ $R2(A,D)$

Brudd på EKNF: (faktisk bryter de 3NF og 2NF også)

$A \to B$

$A \to C$

EKNF dekomposisjon:

1. Minimal overdekning: $A \to B, A \to C$ er minimal allerede
2. $R_A(A,B,C)$

   (samler $A \to B$ og $A \to C$ til $A \to BC$)
3. $R_0(D)$
4. Verken ABC eller D er supernøkler, utvid $R_0(A,D)$

Dekomposisjonen blir $R_A(A,B,C)$, $R_0(A,D)$
(så samme som BCNF-dekomposisjonen).

3.3.1 d) R(A, B, C, D)

AB → D, BD → C, CD → A, AC → B

Kandidatnøkler:

$$\left.\begin{array}{l} AB^+ = ABDC \\ BD^+ = BDCA \\ CD^+ = CDAB \\ AC^+ = ACBD \end{array}\right\} \Rightarrow AB, BD, CD, AC \text{ er kandidatnøkler}$$

Ikke-trivielle FDer med minimal venstreside:

$$\left.\begin{array}{l} AB \to D \\ BD \to C \\ CD \to A \\ AC \to B \end{array}\right\} \Rightarrow AB, BD, CD, AC \text{ er alle elementære kandidatnøkler}$$

AB → C (AB^+ = ABCD)

BD → A (BD^+ = ABCD)

CD → B (CD^+ = ABCD

AC → D (AC^+ = ABCD)

Brudd på BCNF: (Ser bare på opprinnelige FDer)

Ingen

3.3.1

e) $R(A,B,C,D,E)$

$AB \to C,\ C \to E,\ E \to A,\ E \to D$

Kandidatnøkler: B må være med i alle slike fordi ikke i noen høyreside.

$AB^+ = ABCED$
$BC^+ = BCEAD$
$BD^+ = BD$
$BE^+ = BEADC$

$\Rightarrow AB, BC, BE$ kandidatnøkler

Ikketrivielle FDer med minimal venstreside:

$AB \to C$ $\Rightarrow$ AB elementær kand.nk.
$C \to E$ $\Rightarrow$ BC ikke elementær kand.nk.
$E \to A$
$E \to D$
$C \to A$, $C \to D$ $(C^+ = CEAD)$
$AB \to D$, $AB \to E$ $(AB^+ = ABCDE)$
$BE \to C$ $(BE^+ = ABCDE)$ $\Rightarrow$ BE elementær kand.nk.

Brudd på BCNF (bare opprinnelige FDer):

$C \to E$
$E \to A$
$E \to D$

BCNF dekomposisjon:

$ABCDE \to ACDE$, $ABCDE \to CB$
$C \to E$
$C^+ = ACDE$
$ACDE \to ADE$, $ACDE \to CE$
$E \to A$
$E^+ = ADE$

Brudd på EKNF:

$E \to D,\ C \to D$ (disse bryter også 2NF)

Dekomponere til EKNF:

1. Minimal overdekning:
   1. $AB \to C,\ C \to E,\ E \to A,\ E \to D$
   2. Ingen splitting nødvendig
   3. VS allerede minimale
   4. Ingen FD er overflødig
2. $R_{AB}(A,B,C),\ R_C(C,E),\ R_E(E,A,D)$
3. Alle attributter er med, $R_0 = \emptyset$
4. $R_{AB}(A,B,C)$ er en supernøkkel (AB er kandidatnøkkel)

Dekomp. blir $R_{A,B}(A,B,C),\ R_C(C,E),\ R_E(E,A,D)$

3.3.1

f) $R(A,B,C,D,E)$

$AB \to C$, $DE \to C$, $B \to E$

Kandidatnøkler: A, B, D må være med fordi ikke i noen H.S.

$ABD^+ = ABDCE \Rightarrow$ ABD er (eneste) kandidatnøkkel

Ikketrivielle FDer: (minimal V.S.)

$AB \to C$ $\Rightarrow$ ABD er ikke elementær kandidatnøkkel
$DE \to C$
$B \to E$

Brudd på BCNF:

$AB \to C$
$DE \to C$
$B \to E$

BCNF dekomposisjon:

$R(A,B,C,D,E)$

↙ ↘ $AB \to C$, $AB^+ = ABCE$

$R1(A,B,C,E)$ $R2(A,B,D)$

↙ ↘ $B \to E$, $B^+ = BE$

$R3(B,E)$ $R4(A,B,C)$

Brudd på ECNF:

$AB \to C$ (også brudd på 2NF)
$DE \to C$ (også brudd på 3NF)
$B \to E$ (også brudd på 2NF)

ECNF dekomposisjon:

1. Minimal overdekning:
   1. $AB \to C$, $DE \to C$, $B \to E$
   2. Ingen splitting nødvendig
   3. VS er allerede minimale
   4. Ingen FDer overflødige
2. $R_{AB}(A,B,C)$, $R_{DE}(D,E,C)$, $R_B(B,E)$
3. Alle attributter er med, $R_a = \emptyset$
4. Ingen supernøkler i noen av R_{AB}, R_{DE}, R_B: $R_0(A,B,D)$

Dekomposisjonen blir altså $R_{AB}(A,B,C)$, $R_{DE}(D,E,C)$, $R_B(B,E)$, $R_0(A,B,D)$.

$\boxed{3.3.3}$

$R(A, B, C, D)$

$F = \{A \to B, A \to C\}$

Kandidatnøkkel: AD

$A \to B$, $A \to C$ bryter BCNF og 3NF

Dekomposisjon ihht. $A \to B$:

$R_1(A, C, D)$ $R_2(A, B)$

$F_1 = \{A \to C\}$ $F_2 = \{A \to B\}$

Kand. nkl: AD Kand. nkl: A

$A \to C$ bryter BCNF, dekomponer til

$R_{11}(A, D)$ $R_{12}(A, C)$

$F_{11} = \{\}$ $F_{12} = \{A \to C\}$

Resultat:

$R_{11}(A, D)$ $F_{11} = \{\}$

$R_{12}(A, C)$ $F_{12} = \{A \to C\}$

$R_2(A, B)$ $F_2 = \{A \to B\}$

(FD-bevarende dekomposisjon)

Dekomposisjon ihht. $A \to BC$:

$R_1'(A, D)$ $R_2'(A, B, C)$

$F_1' = \{\}$ $F_2' = \{A \to BC\}$

(FD-bevarende)

Forskjellen er at vi ender opp med tre og to tabeller, henholdsvis. To tabeller sparer noe lagringsplass.

3.5.2

$R(A, B, C, D, E)$

$S_1(A, B, C)$ $S_3(A, D)$ $S_4(A, B, E)$

Start-tabell:

	A	B	C	D	E
S_1	a	b	c	d_1	e_1
S_3	a	b_2	c_2	d	e_2
S_4	a	b	c_3	d_3	e

$AB \rightarrow C$ gir $c = c_3$ i C-kolonnen

$A \rightarrow D$ gir $d_1 = d = d_3$ i D-kolonnen

Tabellen ser nå slik ut:

	A	B	C	D	E
S_1	a	b	c	d	e_1
S_3	a	b_2	c_2	d	e_2
S_4	a	b	c	d	e

Siste rad er uten subskript-verdier, og vi har en tapsfri dekomposisjon.