INF 4130 Oppgaver og svarforslag 22/11-2011

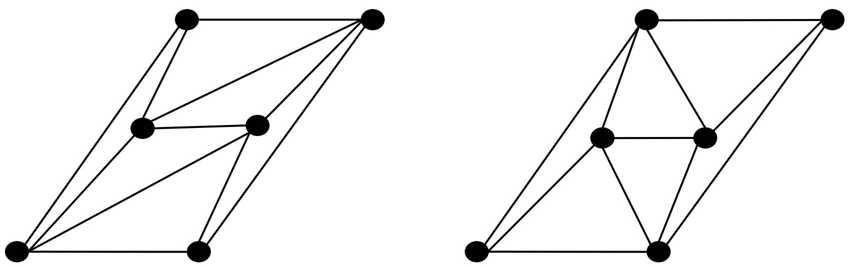
Oppgave 1

Gå i detalj gjennom prosessen, som er gjengitt på foil 16 fra forelesningen, med å legge til en ny node og deretter gjenopprette Delaunay-egenskapen. Sjekk at du forstår det helt ut.

Svar: Gjennomgårelsen overlates til tegning etc. på gruppen.

Oppgave 2

Gitt de seks punktene tegnet under, og se på de to angitte trianguleringene.



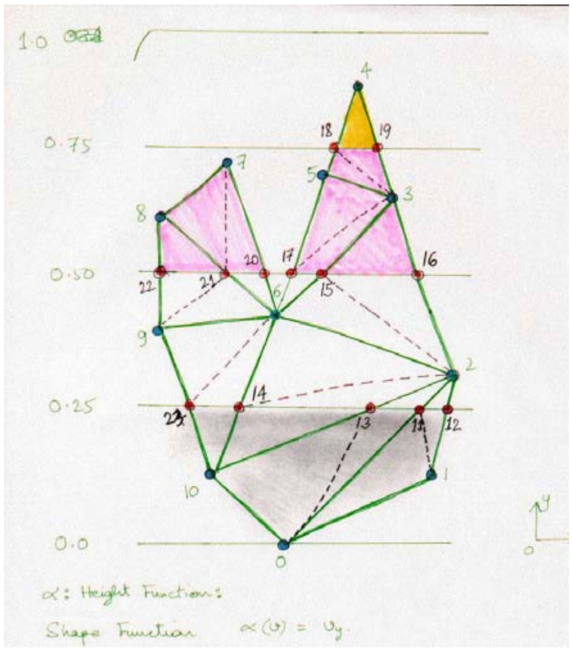
a) Hvilken av de to er en Delaunay-triangulering?
   Svar: Det må være den til høyre som er en Delaunay-triagulering. Det er mange små og like vinkler i de to, men når vi kommer til den "indre" vinklene øverst i høyre hjørne (i den til venstre) så er den mindre enn den indre vinkelen øverst til venstre i den høyre figuren. Om en av de to er Delaunay må det derfor være den til høyre.
b) Tegn opp Voroni-diagrammet for punktene, og vis at det stemmer med svaret ditt i a)
   Svar: Overlates til tegning på gruppa
c) Vis at du kan komme fra den som *ikke* er Delaunay til den som *er,* ved å gjøre "Delaunay-trikset" en eller flere ganger.
   Svar: Dette skulle være helt rett fram. Det blir to gangers bruk av Delaunay-trikset.

Oppgave 3

Vi skal gjøre en vurdering av om to triangler ved siden av hverandre, og som utgjør en konveks firkant, lokalt har delaunay-egenskapen, eller om vi skal bytte ut den valgte diagonalen med den motsatte. I foilene står en determinant som må beregnes for å finne ut av dette. Men man kunne lure på om det var nok å alltid velge å ta med den korteste diagonalen, for det kan se ut som det er den vi alltid velger. Vis ved et eksempel at dette enkle kriteriet ikke virker i alle tilfeller.

Hint: Start med fire punkter litt irregulært plassert på en sirkel, og flytt litt på ett av punktene.

Svar: vi tegner altså fire punkter på en sirkel, og det viktige her er at de to diagonalene har forskjellige lengde. Vi tar så et av endepunktene på den korteste diagonalen og flytter det hårfint utenfor sirkelen. I firkanten dannet av disse fire punktene vil det da være den lengste diagonalen som skal velges i en Delaunay-triangulering.



Oppgave 4

a) Er polygonet til høyre konvekst eller ikke? Grunngi svaret ditt.

Svar: Polygonet er ikke konvekst, spesifikt ligger verken linjesegmentet 4-7 eller 19-22 helt inne i polygonet. Det er også andre linjesegmenter som ikke ligger inne i polygonet.

b) Om det ikke er konvekst, kan det evt. deles opp i et antall konvekse polygoner? I så fall hvordan, og hva er det minste antallet polygoner man behøver å dele det opp i?

Svar: Vi får to konvekse polygoner om vi deler ved linjesegmentet 6-10. Her holder det altså å dele i to. Generelt kan det hende vi må dele opp i flere polygoner for at disse skal bli konvekse.

Oppgave 5

Gitt en mengde punkter *Q,* vis at det paret at punkter som ligger lengst fra hverandre må være hjørner i CH(*Q*) – den konvekse innhyllingen av *Q*.

Svar: Dette høres jo intuitivt riktig ut, men vi trenger litt kort argumentasjon for påstanden.

Vi kan anta at det er snakk om minst tre punkter. Med kun ett punkt er det ikke noe å vise, og med to punkter er påstanden opplagt.

Anta vi har en konveks innhylling av punktene våre; anta videre at punktene *x* og *y* er de som ligger lengst fra hverandre, men at *y* ikke ligger på den konvekse innhyllingen. Siden *x* og *y* er det paret av punkter som ligger lengst fra hverandre, må alle andre punktet z_i ligge nærmere *x* enn *y* gjør, ellers ville x og z_i være punktene som lå lengst fra hverandre. Dette betyr at *y* vil ligge utenfor innhyllingen vi antok at vi hadde – en selvmotsigelse.

[slutt]