# Prøveeksamen i MAT1100, høst 2014

## DEL 1

**1.** (3 poeng) Hva er den partiellderiverte $\frac{\partial f}{\partial y}$ når $f(x, y) = y\cos(xy)$?

☐ $-\sin(xy)$
☐ $\cos(xy) - y\sin(xy)$
☐ $-x\sin(xy)$
☐ $\cos(xy) - xy\sin(xy)$
☐ $\cos(xy) - y^2\sin(xy) + xy\sin(xy)$

**2.** (3 poeng) I hvilken retning stiger funksjonen $f(x, y, z) = xz + y^2$ raskest i punktet $(1, 2, -3)$?

☐ $(1, 4, -3)$
☐ $(-3, 4, 1)$
☐ $(2, -3, 1)$
☐ $(6, 2, -1)$
☐ $(1, 3, -4)$

**3.** (3 poeng) Hva er den retningsderiverte $f'(\mathbf{a}, \mathbf{r})$ til $f(x, y) = x\ln(xy)$ når $\mathbf{a} = (e, 1)$ og $\mathbf{r} = (-1, 2)$?

☐ $-2 + 2e$
☐ $2e + \ln 2$
☐ $1$
☐ $\ln 2 - 2$
☐ $e - 2\ln 2$

**4.** (3 poeng) Hvis $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}$, så er $A\mathbf{x}$ lik:

☐ $\begin{pmatrix} 14 & -20 \\ -7 & -15 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} -6 \\ -22 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 14 & 28 \\ 5 & -15 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 42 \\ -10 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 14 & 28 \\ -7 & -15 \end{pmatrix}$

**5.** (3 poeng) Arealet til parallellogrammet utspent av vektorene $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ er:

- ☐ 19
- ☐ 16
- ☐ 20
- ☐ $\frac{37}{2}$
- ☐ 17

**6.** (3 poeng) En pyramide har hjørner i punktene $(2, 1, 3)$, $(4, 2, 2)$, $(3, 4, 2)$ og $(3, 2, 6)$. Volumet er:

- ☐ 3
- ☐ $\frac{19}{6}$
- ☐ $\frac{7}{2}$
- ☐ 4
- ☐ $\frac{5}{2}$

**17** (3 poeng) Jacobi-matrisen til funksjonen $\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2y \\ e^{xy^2} \end{pmatrix}$ er:

- ☐ $\begin{pmatrix} 2xy & x^2 \\ e^{xy^2} & e^{xy^2} \end{pmatrix}$
- ☐ $\begin{pmatrix} 2xy & x^2 \\ y^2e^{xy^2} & 2xye^{xy^2} \end{pmatrix}$
- ☐ $\begin{pmatrix} 2xy + x^2 \\ e^{xy^2} + e^{xy^2} \end{pmatrix}$
- ☐ $\begin{pmatrix} 2xy & x^2 \\ xy^2e^{xy^2} & xy^2e^{xy^2} \end{pmatrix}$
- ☐ $\begin{pmatrix} 2x & 1 \\ y^2e^{xy^2} & e^{xy^2} \end{pmatrix}$

**8.** (3 poeng) Når vi skal delbrøkoppspalte $\frac{2x^2-3}{(x-1)(x^2+3x+10)^2}$, setter vi uttrykket lik:

- ☐ $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x^2+3x+10} + \frac{D}{(x^2+3x+10)^2}$
- ☐ $\frac{Ax+B}{x-1} + \frac{C}{x^2+3x+10} + \frac{D}{(x^2+3x+10)^2}$
- ☐ $\frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+3x+10}$
- ☐ $\frac{Ax+B}{x-1} + \frac{Cx+D}{(x^2+3x+10)^2}$
- ☐ $\frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+3x+10} + \frac{Dx+E}{(x^2+3x+10)^2}$

**9.** (3 poeng) Volumet til omdreiningslegemet vi får når vi dreier $f(x) = \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, om $y$-aksen, er:

- ☐ $7\pi - 14$
- ☐ $\pi$
- ☐ $2\pi^2 - 4\pi$
- ☐ $\frac{\pi^2}{3}$
- ☐ $\pi^2 - 2\pi$

**10.** (3 poeng) Funksjonen $F$ er definert ved $F(x) = \int_0^{x^3} \cos(x^2)\, dx$. Da er $F'(x)$ lik:

- ☐ $\cos(x^5)$
- ☐ $2x\cos(x^2)$
- ☐ $2x\cos(x^6)$
- ☐ $3x^2\cos(x^6)$
- ☐ $3x^2\cos(x^5)$

**DEL 2**

*HUSK AT I DENNE DELEN MÅ DU BEGRUNNE ALLE SVARENE DINE!*

# Oppgave 11

a) (10 poeng) Finn den reelle og den komplekse faktoriseringen til $P(z) = z^3 + 8$.

b) (10 poeng) Finn konstanter $A$, $B$ og $C$ slik at

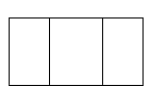
$$\frac{12}{(x+2)(x^2-2x+4)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+4}$$

c) (10 poeng) Løs integralet

$$\int \frac{x-4}{x^2-2x+4}\, dx$$

# Oppgave 12 (10 poeng)

En speilprodusent planlegger å starte produksjonen av en ny serie. De nye speilene skal ha et areal på $1\text{m}^2$ og være formet som et rektangel. Speilene blir delt i tre deler av to loddrette lister (se figur). Rundt hele speilet skal det også være lister. Hvor høye må speilene være for at den totale lengden av lister skal bli så kort som mulig?



Et speil

## **Oppgave 13** (10 poeng)

I denne oppgaven er $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -7 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. Vis at den inverse matrisen er

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & -4 & -11 \\ -3 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Bruk dette til å finne en vektor $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ slik at $A\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

## **Oppgave 14** (10 poeng)

Avgjør om det uegentlige integralet

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cot x \, dx$$

konvergerer eller divergerer. Finn verdien til integralet dersom det konvergerer.

## **Oppgave 15** (10 poeng)

Anta at $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er en kontinuerlig funksjon med $f(0) = 0$. Vis at dersom $f$ er deriverbar i 0, finnes det en kontinuerlig funksjon $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ slik at $f(x) = xg(x)$ for alle $x \in \mathbb{R}$.

SLUTT