UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MAT1100U — Kalkulus
Eksamensdag:	Mandag 19. desember 2016
Tid for eksamen:	09:00 – 11:00

Oppgavesettet er på 5 sider.

Vedlegg:	Svarark, formelark
Tillatte hjelpemidler:	Ingen

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

FASIT

Oppgave 1. (2 poeng) Finn et komplekst tall z slik at $z(1+i) = 2i$.
B: $1+i$

Oppgave 2. (2 poeng) La $z = \sqrt{3} - i\sqrt{3}$. Da er polarkoordinatene til z gitt ved:
D: $r = \sqrt{6},\ \theta = \frac{7\pi}{4}$

Oppgave 3. (2 poeng) La $z = a + ib$ der $a, b \in \mathbb{R}$. Tallet e^{iz} har modulus lik:
C: e^{-b}

Oppgave 4. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{n\to\infty} \frac{n+\sqrt{n^2+1}}{3n+\sqrt{n}+4}$ er lik:
D: $\frac{2}{3}$

Oppgave 5. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to 2} \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}{x^2-4}$ er lik:
A: $-\frac{1}{16}$

Oppgave 6. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{h\to 0} \frac{\arctan(\sqrt{3}+h)-\arctan(\sqrt{3})}{h}$ er lik:
E: $\frac{1}{4}$

Oppgave 7. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = x \arcsin\sqrt{x}$ er:
B: $\arcsin\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{1-x}}$

Oppgave 8. (2 poeng) Den omvendte/inverse funksjonen til $f(x) = \frac{\ln(3x)+2}{5}$ er:
E: $g(x) = \frac{e^{5x-2}}{3}$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 9. (2 poeng) Hvis g er den omvendte/inverse funksjonen til $f(x) = x^3 + 4x + 2$, så er $g'(2)$ lik:
E: $\frac{1}{4}$

Oppgave 10. (2 poeng) Det komplekse tallet z har polarkoordinater $r = \sqrt[3]{2}$ og $\theta = \frac{2\pi}{3}$. Da er z^{2016} lik:
C: 2^{672}

Oppgave 11. (3 poeng) Punktene z i det komplekse planet som oppfyller $|\overline{z} - i| \leq 2$
A: ligger på eller innenfor en sirkel med radius 2 og sentrum $(0, -1)$

Oppgave 12. (3 poeng) Den deriverte til
$f(x) = |\cos x|^x$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ er lik:
B: $|\cos x|^x (\ln|\cos x| - x \tan x)$

Oppgave 13. (3 poeng) Grenseverdien $\lim_{x \to 0^+} (\tan x)^{x^2}$ er lik:
A: 1

Oppgave 14. (3 poeng) Bestem konstantene a og b slik at f er deriverbar på $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{for } x \leq 2 \\ \frac{bx^2+1}{x} & \text{for } x > 2 \end{cases}$$

E: $a = 5, b = \frac{17}{4}$

Oppgave 15. (3 poeng) Følgen $\{a_n\}$ er gitt ved

$$a_1 > 0, \quad a_{n+1} = \arctan a_n, \; n \geq 1$$

Hvilken av følgende påstander er riktig?
C: $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$

Oppgave 16. (3 poeng) La $f\colon [0, \infty) \to \mathbb{R}$ være gitt ved $f(x) = x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}}$. Da er f konkav på mengden:
C: $[0, \frac{1}{3}]$

Oppgave 17. (3 poeng) Anta $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er kontinuerlig og at $\lim_{x \to \infty} f(x)$ og $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ eksisterer. Da gjelder følgende:
C: f er begrenset

Oppgave 18. (3 poeng) Syklist B befinner seg 3 km øst for syklist A og starter å sykle vestover med konstant fart 15 km/t. Samtidig starter syklist A å sykle nordover med konstant fart 10 km/t. Hvor lenge etter at de startet er avstanden mellom syklistene minst?

(Fortsettes på side 3.)

C: $\frac{9}{65}$ t

Oppgave 19. (3 poeng) La $f(x) = x(\arctan x)^2$. Likningen til den skrå asymptoten til f når $x \to \infty$ er lik:
A: $y = \frac{\pi^2}{4}x - \pi$

Oppgave 20. (3 poeng) Kjøpesenteret *Julehuset* har to rulletrapper; den ene går oppover, den andre går nedover. Rulletrappene er parallelle, er i avstand 5 meter fra hverandre og er begge 30 meter lange.
En jente starter å kjøre trappen som går nedover samtidig som en gutt starter å kjøre trappen som går oppover. Begge har en fart på 1 m/s. Hvor raskt endres avstanden mellom barna 10 sekunder etter at de startet?
D: $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$ m/s

SLUTT – God jul!

(Fortsettes på side 4.)