$\textcircled{V}$ Påstandene $\textcircled{H}$

$(\forall x\, A(x)) \Rightarrow B$ og $\exists x\,(A(x) \Rightarrow B)$

er ekvivalente om x ikke forekommer i B.

$\boxed{\Rightarrow}$ Case 1 B sann. For at implikasjonen skal være sann, kan da $(\forall x\, A(x))$ være både sann og usann. Velg en x_0 slik at $A(x_0)$ er (u)sann. Da vil denne x_0 gjøre $\textcircled{H}$ sann.

$\textcircled{V}$ er kun usann om $\forall x\, A(x)$ er sann, men B usann. ✓

Case 2 B usann. Da er $\textcircled{V}$ kun sann om $\forall x A(x)$ er usann. Velg en x_0 s.a. $A(x_0)$ er usann. Dette gjør H sann.

Videre, om $\textcircled{V}$ e usann, må $\forall x\, A(x)$ være sann. Så velg x_0 s.a. $A(x_0)$ er sann. Dette gjør $\textcircled{H}$ usann. ✓

$\boxed{\Leftarrow}$ Case 1 B sann. Om B er sann, vil implikasjonen $A \Rightarrow B$ alltid gi sann, så da er $\textcircled{V}$ sann.

Case 2 B usann. Anta først $\textcircled{H}$ er sann. Men siden B er usann, skjer dette kun om $A(x)$ er usann for alle x. Men da har vi $F \Rightarrow T$ på $\textcircled{V}$

Som gir sann.

Anta så (H) usann.

Dette skjer kun ~~om~~ for alle x, så er $A(x) \Rightarrow B$ usann. Men dette er akkurat hva venstre-siden sier.

Vi har nå vist at påstandene er sanne/usanne samtidig. Så de er ekvivalente.

Oppgaven spurte også om hva som skjer om B avhenger av x. Problemet har med paranteser å gjøre. Og mening.

Problemet (er det flere?) oppstår i

$$(\forall x A(x)) \Rightarrow B(x)$$

Her er en påstand (statement), men er et predikat!! Vi har allerede brukt opp friheten x ga oss når vi sa „for alle".