MEK 4530 – Høst 2006: OPPGAVESETT 2

Innleveringsfrist 6. oktober 2006

Del A

Figur 1 viser en utkragersøyle AB med lengde L og bøyestivhet EI som er påført en vertikallast P med eksentrisitet e i forhold til søylens arealsenter.

a) Vis at den horisontale forskyvningen δ ved ende B er gitt ved

$$\delta = e\left(\sec(kL) - 1\right)$$

og at

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{2\left(\sec(kL) - 1\right)}{k^2 L^2}$$

hvor δ_0 er verdien av δ som regnes ved bruk av 1. ordens bøyningsteori og $k^2 = P/EI$.

b) Vis at

$$\frac{\delta}{\delta_0} \cong \frac{1}{1 - P/P_{kr}}$$

hvor $P_{kr} = \pi^2 EI/4L^2$ ved å tegne hvordan forholdet δ/δ_0 varierer med P/P_{kr}. når det blir regnet ut ved bruk av denne formelen og den mer nøyaktige fra del (a). Resultatet kan sammenlignes med Figur 3.5 i Bergan og Syvertsen.

Del B

Figur 2 viser en bjelke AB med uniform bøyestivhet EI og aksiallast P. Momentene og skjærkreftene ved endene er som vist i figuren.

a) Vis at tverrforskyvningen $v(x)$ ved avstand x langs bjelken fra ende A er gitt ved differensialligningen

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{P}{EI} v = \frac{1}{EI}\left(P v_A + M_A - Qx\right)$$

Del C

Figur 3 viser en søyle BC med uniform bøyestivhet EI som er stivt forbundet i punkt B med en bjelke AB og med en utkragersøyle BD. Bjelken ABs bøyestivhet gir en rotasjonsstivhet $k_b = 3EI/L$ ved punkt B. Utkragersøylen BD har uendelig stor bøyestivhet.

a) Ved å bruke resultatet fra Del B, vis at den kritiske lasten er gitt ved

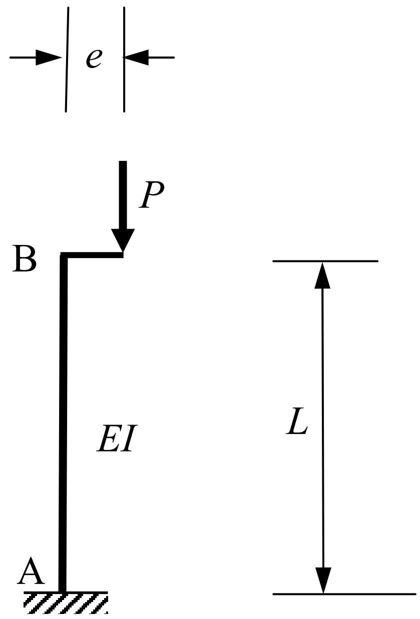
$$\tan\beta = \frac{\beta(6 - \beta^2)}{6 + \beta^2}$$

hvor

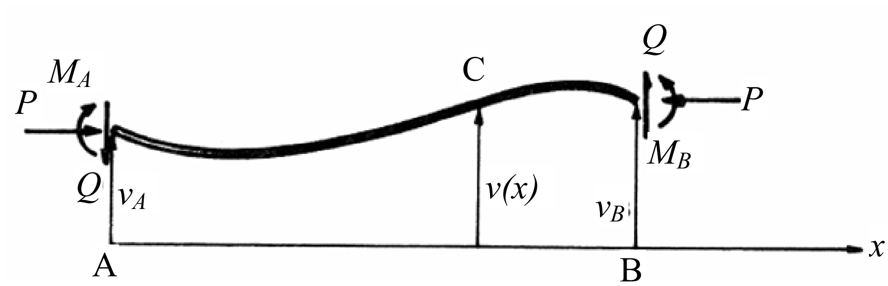
$$\beta = \sqrt{\frac{PL^2}{EI}}$$

b) Beregn β og deretter søyle BCs knekklengde.

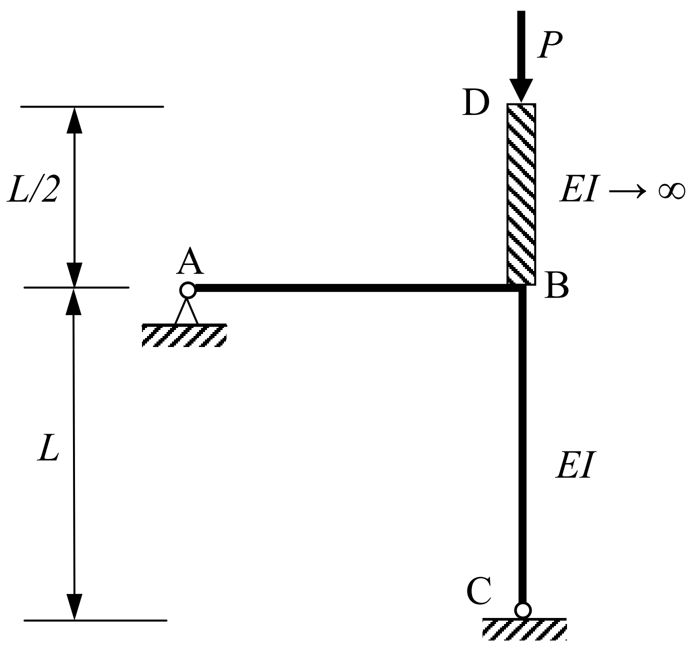
Skjær- og aksialdeformasjoner kan neglisjeres og det kan regnes med 1. ordens aksialkrefter.



Figur 1



Figur 2



Figur 3

BH
14.09.2006