MEK4530 Vår 2012 – Oblig. 3

Fig. (a) viser en to-etasjes, sideveis uforskyvelig ramme med randbetingelser som vist. Alle elementer kan anses å ha uendelig stor aksialstivhet. Videre kan skjærdeformasjoner neglisieres. Rammen kan forenkles til den to-etasjes kontinuerlige søylen i Fig. (b), hvor fjærstivhetene er innført for å modellere bidraget til rotasjonsstivhet fra bjelker i de aktuelle knutepunktene. Innfør sammenhengene $P_1 : P_2 : P_3 : P_4 = P : P : P : P$, $EI_1 : EI_2 : EI_{b1} : EI_{b2} = EI : EI : 2EI : 0.5EI$, og $L_1 : L_2 : L_b = L : L : L$,

Oppg. 10.1. Still opp systemstivhetsrelasjonen for rammen når hver søyle modelleres med ett element, og hvor elementstivhetsrelasjonene ivaretar aksiell trykkraft ved hjelp av stabilitetsfunksjoner. Alternativt, benytt bjelkefunksjoner med flere elementer, når nødvendig, per konstruksjonsdel.

Oppg. 10.2 - Snittkrefter.

a. Benytt stivhetsrelasjonen til å beregne endemomenter, og beregn og tegn så opp 1. ordens snittkrefter (N, M, Q) for rammen.

b. Beregn følgende sammenhenger v.h.av *2. ordens linearisert teori* for økende ytre vertikallaster:

1. Søyle 1: Relativt maksimalmoment $f_{m1} = (M_{maks}/M_{oB})_1$ og relativt endemoment $f_{B1} = (M_B/M_{oB})_1$ versus den dimensjonsløse aksialkraften $\alpha_{E1} = N_1/N_{E1}$ eller stabilitetsindeksen $\alpha_1 = N_1/N_{kr,1}$. Momentene $(M_B)_1$ og $(M_{oB})_1$ er ved ende B av søyle 1.

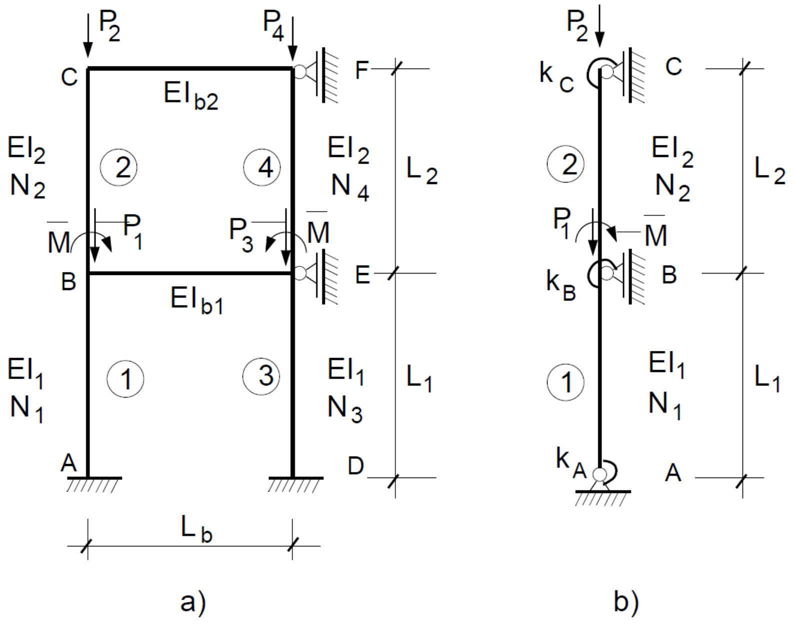
2. Søyle 2: Relativt maksimalmoment $f_{m2} = (M_{maks}/M_{oB})_2$ og relativt endemoment $f_{B2} = (M_B/M_{oB})_2$ versus α_{E2} eller α_2. Momentene $(M_B)_2$ og $(M_{oB})_2$ er ved ende B av søyle 2.

Resultatene skal vises i figur, og evt. i tillegg i tabell. NB! For figurer, velg fornuftig målestokk. F.eks. er forstørrelsesfaktorer f over 3-4 av liten interesse.

Kommentar: Det vil være en fordel å vise maksimalt moment og endemomentene i samme figur, for dermed å kunne se når maksimalt moment går fra å være ved enden til "mellom endene".

Det er behov for å benytte en programmerbar håndkalkulator, MatLab, ANSYS e.l., for å foreta konkrete utregninger. MatLab er kanskje best egnet.

Oppg. 10.3. Diskuter kort resultatene (virker de rimelige? Er de som forventet?).



Vedlegg/ Maksimalt moment (dekket i Oppg. 6):
I et element som kun er påkjent av endemomenter og aksialkraft (men uten tverrlast) vil maksimalt moment opptre enten 1) ved en ende eller 2) mellom endene av elementet. For det tilfellet at maksimalt moment opptrer mellom endene, kan det beregnes fra differentialligningen og uttrykkes ved

$$M_{maks} = \left| \frac{\sqrt{1+\mu^2 - 2\mu\, cos\,(\pi\sqrt{\alpha_E})}}{sin\,(\pi\sqrt{\alpha_E})} \cdot M_2 \right| \tag{1}$$

hvor μ er definert ved forholdet mellom momentene (med 2. ordens virkning inkludert) ved ende 1 og ende 2 av elementet. Dvs.,

$$\mu = -M_1/M_2 \tag{2}$$

Endemomentene er definert som positive når de dreier i samme retning (f.eks. med urviseren). Det presiseres at endemomentene ovenfor må beregnes etter 2. ordens teori, og videre at M_{maks} – uttrykket kun er gyldig (har fysisk relevans) når maksimalt moment opptrer mellom endene. Dette er diskutert nærmere i Hellesland (1998). La $x = x_m$ angi hvor maksimalt moment opptrer. Den kan bestemmes fra

$$(\pi\sqrt{\alpha_E})\frac{x_m}{L} = arctan\frac{\mu - cos\,(\pi\sqrt{\alpha_E})}{sin\,(\pi\sqrt{\alpha_E})} + n\pi \tag{3}$$

Maksimalt moment opptrer mellom endene når

$$0 < (\pi\sqrt{\alpha_E})\frac{x_m}{L} < \pi\sqrt{\alpha_E} \tag{4}$$

for $n = 0$ eller for $n = 1$. I tilfeller dette ikke tilfredsstilles, er maksimalt moment ved en av søylens ender og det er lik det største endemomentet.