Rekkefølge:
18, 26, E04, 50, 52,5
og 40

18

X \ Y	0	5	10	15
0	0,02	0,06	0,02	0,10
5	0,04	0,15	0,2	0,1
10	0,01	0,15	0,14	0,01

a) $E[X+Y] = (0+0)\cdot 0,02$
$+ (0+5)\, 0,06 + \cdots$

apr 19-10:16

$\cdots + (15+10)\cdot 0,1$

$= \underline{14,10}$

b)
$E[\max(X,Y)]$
$= 0\cdot 0,02 + 5\cdot 0,06 + \cdots$
$+ 15\cdot 0,01 = \underline{9,60}$

apr 19-10:16

26

Husk at
$\mathrm{Cov}(X,Y) = E\big((X-E(X))(Y-E(Y))\big)$
$= E[XY] - E[X]E[Y]$

Vi har at
$E[XY] = 0\cdot 0\cdot 0,02 + 0\cdot 5\cdot 0,06$
$+ \cdots + 10\cdot 15\cdot 0,01$
$= 44,25.$

Og
$E[X] = 0(0,02 + \cdots + 0,1)$
$+ 5(0,04 + \cdots + 0,1)$
$+ 10(0,01 + \cdots + 0,01)$

apr 19-10:23

$= 5,55$

Tilsvarende
$E[Y] = 8,55.$

Dermed er
$\mathrm{Cov}(X,Y) = 44,25 - 5,55\cdot 8,55$
$= -3,26.$

apr 19-10:29

b) Husk at

$$V[x] = E\left((x - E(x))^2\right)$$
$$= E[x^2] - E[x]^2$$

Vi har at

$$E[x^2] = 0^2 \cdot (0{,}02 + \dots + 0{,}1)$$
$$5^2 \cdot (0{,}04 + \dots + 0{,}1)$$
$$10^2 (0{,}01 + \dots + 0{,}01)$$
$$= \underline{\underline{43{,}25}}$$

apr 19-10:31

Tilsvarende e

$$E[Y^2] = 92{,}25$$

Det gir

$$\sigma_x^2 = 43{,}25 - 5{,}55^2 = 12{,}45$$
$$\sigma_y^2 = 92{,}25 - 8{,}55 = 19{,}15$$

Vi har at

$$\rho = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}$$
$$= \frac{-3{,}20}{\sqrt{12{,}45 \cdot 19{,}15}}$$
$$= -0{,}207$$

apr 19-10:34

Eksamen 2004

Oppg. 1

y \ x	0	1	2
0	9/36	0	0
1	12/36	6/36	0
2	4/36	4/36	1/36

a) Forklaring:

$$\text{Sum} = \frac{\text{Ant. gunstige}}{\text{Ant. mulige}}.$$

Vi har at det e 36 utfall ved å kaste to terninger.

apr 19-10:37

Derved får vi 36 i nevneren.

Det e 9 måter å få ingen b'ere og ingen partall osv.

b) Vi har at

	0	1	2
P(x)	25/36	10/36	1/36

apr 19-10:41

y	0	1	2
$P(y)$	$9/36$	$18/36$	$9/36$

c)
$$P(X \mid Y=y) = \frac{P(x,y)}{P(y)}$$

Vil finne $P(X \mid Y=2)$

Vi har at

$P(Y=2) = 9/36$

Så

	0	1	2
$P(x)$	$\frac{4/36}{9/36}$	$\frac{4/36}{9/36}$	$\frac{1/36}{9/36}$

apr 19-10:44

	0	1	2
$P(x)$	$4/9$	$4/9$	$1/9$.

Videre er

$E[X \mid Y=2]$

$= 0 \cdot 4/9 + 1 \cdot 4/9 + 2 \cdot 1/9$

$= 2/3$.

apr 19-10:49

(50) La X og Y være bivariat normalfordelt med $\rho = 0{,}71$, $\mu_x = 73$, $\mu_y = 70$, $\sigma_y = 15$ og $\sigma_x = 12$.

a) Vil finne $\mu_{Y|X=x}$

Vi har (fra formelsamling) at

$$\mu_{Y|X=x} = \mu_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)$$

apr 19-10:52

$= 70 + 0{,}71 \frac{15}{12}(x - 73)$

$= 0{,}8875x + 5{,}2125$.

b) Vi har at (fra formelsamling)

$$V(Y \mid X=x) = \sigma_y^2(1-\rho^2)$$

$= 15^2(1 - 0{,}71^2)$

$= 111{,}57$

c) $\sigma_{Y|X=x} = \sqrt{111{,}57} = 10{,}56$

apr 19-11:00

d) Vil finne
$P(Y > 90 \mid X = 80)$.

Vi vet at

$$Y \mid X=80 \sim N(\mu_{Y|X=80}, \sigma^2_{Y|X=80})$$

Hvor

$$\mu_{Y|X=80} = 70 + 0{,}71 \frac{15}{12}(80-73)$$
$$= 76{,}2$$

og
$$\sigma^2_{Y|X=80} = 15^2(1-0{,}71^2)$$
$$= 10{,}56^2$$

apr 19-11:20

Dermed er

$$\frac{Y - 76{,}2}{10{,}56} \mid X=80 \sim N(0,1).$$

Vi har at

$$P(Y > 90 \mid X=80)$$
$$= P\Big(\underbrace{\frac{Y-76{,}2}{10{,}56}}_{\sim N(0,1)} > \underbrace{\frac{90-76{,}2}{10{,}56}}_{1{,}307} \Big| X=80\Big)$$
$$= 1 - \Phi(1{,}307) = 0{,}0951$$

apr 19-11:24

(54)

a) Vi vet (fra formelsamling) at

hvis X og Y er bivariatnormalfordelt, er

$$E[Y \mid X=x] = \mu_Y + \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$$

Tilsvarende er

$$E[X \mid Y=y] = \mu_X + \rho \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}(y - \mu_Y)$$

apr 19-11:27

b) La
$$f(x) = E[Y \mid X=x]$$
$$g(y) = E[X \mid Y=y]$$

Ser at
$$f'(x) = \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$
$$g'(y) = \rho \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$$

Vi har at

$$f'(x) g'(x) = \rho \frac{\cancel{\sigma_Y}}{\cancel{\sigma_X}} \rho \frac{\cancel{\sigma_X}}{\cancel{\sigma_Y}}$$
$$= \rho^2$$

apr 19-11:30

52)

Vi har at (siden alle de seks utfallene er like sann.)

X \ Y	1	2	3
1	1/6	1/6	1/6
2	1/6	1/6	0
3	1/6	0	0

b) Vil finne $P(Y|X)$

	1	2	3
$P(Y\|X=1)$	1/3	1/3	1/3

apr 19-11:33

	1	2	3
$P(Y\|X=2)$	1/2	1/2	0

	1	2	3
$P(Y\|X=3)$	1	0	0

c) $E[Y|X=1] = 1\cdot\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3}$

$= 2$

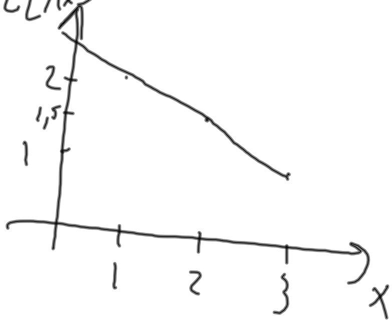
$E[Y|X=2] = \frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 2 + 0\cdot 3$

$= 1,5$

apr 19-11:38

$E[Y|X=3] = 1$

Se at:



Se at $E[Y|X] = -\frac{1}{2}X + 2,5$

apr 19-11:41

d) Vil finne

$E[Y|X=x]$

Vi ser at

$E[Y|X=x] = -\frac{1}{2}y + 2,5$

av symetri.

e) Vil finne

$V[Y|X=x]$

Vi har at

$V[Y|X=1] = \frac{1}{3}(1-2)^2 + \frac{1}{3}(2-2)^2 + \frac{1}{3}(3-2)^2$

$= \frac{2}{3}$

apr 19-11:44

Tilsvarende

$$V[Y \mid X=2] = \frac{1}{2}(1-1{,}5)^2 + \frac{1}{2}(2-1{,}5)^2 = \frac{1}{4}$$

og

$$V[Y \mid X=3] = 0.$$

apr 19-11:49

Opps 40

10 mat. stud.
6 comp. stud
4 stat. stud.

Trekk 2 pers

La X være antall av de to som er mat. stud. og Y være ant. som er comp. stud.

apr 19-11:51

Vi har at

$$P(X=x, Y=y) = \frac{\binom{10}{x}\binom{6}{y}\binom{4}{2-x-y}}{\binom{20}{2}}$$

X \ Y	0	1	2
0	$6/190$	$24/190$	$15/190$
1	$40/190$	$60/190$	0
2	$45/190$	0	0

apr 19-11:53