Oppgave 66

La X være antallet av de 25 som har ekstra tid på eksamen. ($p=0,02$)

a)
$$P(X=1) = \binom{25}{1} 0,98^{24} 0,02^{1} = \underline{0,308}$$

b)
$$P(X \geq 1) = 1 - P(0) = 1 - 0,98^{25} = \underline{\underline{0,397}}$$

mar 1-11:12

d)
$$E[X] = 25 \cdot 0,02 = \underline{\underline{0,5}}$$

$$\sigma_X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{0,49} = \underline{\underline{0,7}}$$

Vi har at

$$E[X] + 2 \cdot 0,7 = \underline{\underline{1,9}}$$

Videre er

$$P(0 \leq X \leq 1,9) = P(X \leq 1) = 1 - P(X \geq 2) = 1 - 0,089 = 0,911$$

mar 1-11:12

e) Forventet tid på eksamen til en tilfeldig valgt person er

$$0,98 \cdot 3 + 0,02 \cdot 4,5 = \underline{\underline{3,03}}.$$

mar 1-11:25

73

a) Vil vise at

$$b(x; n, 1-p) = b(n-x; n, p).$$

Vi har at

$$b(x; n, 1-p) = \binom{n}{x} p^{n-x} (1-p)^{x} = \binom{n}{n-x} p^{n-x} (1-p)^{x} = b(n-x; n, p).$$

mar 1-11:25

b) Vil vise at:

$$B(x;n,1-p) = 1 - B(n-x-1;n,p).$$

Vi har at

$B(x;n,1-p) = P(\text{maksimalt } x \text{ S'er når } P(S)=1-p)$

$= P(\text{minimalt } n-x \text{ F'er når } P(F)=p)$

$= P(\text{minimalt } n-x \text{ S'er når } P(S)=p)$

$= 1 - P(\text{maksimalt } n-x-1 \text{ S'er når } P(S)=p)$

$= 1 - B(n-x-1;n,p)$

mar 1-11:31

c) Kan bruke resultatet i a) og b) til å kun trenge halvparten av tallene som står i tabell A1. (de med $p \leq 0{,}5$)

mar 1-11:36

(82) Anta vi har to klasser en med 30 elever og en med 20 elever, Trekk 15 tilfeldig. La X være antall av de 15 som var fra klassen med 30 elever.

a) $P(X=10) = \dfrac{\binom{30}{10}\binom{20}{5}}{\binom{50}{15}} = 0{,}207$

b) $P(X \geq 10) = P(X=10) + P(X=11) + \dots P(X=15)$

$= \dots = 0{,}3799$

mar 1-11:42

c) $P(\text{trekke ut 10 fra en klasse})$

$= P(X \geq 10) + P(\text{trekk ut 10 fra den andre klassen})$

$= P(X \geq 10) + P(X \leq 5)$

$= 0{,}3799 + P(X=5) + P(X=4) + \dots + P(X=0) = 0{,}394$

mar 1-11:46

d) $E[X] = 15\frac{30}{50} = \underline{9}$

$V(X) = 2,571$

$\sigma_x = 1,6036$

e) La $Y = 30 - X$

Vi har

$E[Y] = E[30-X] = 30 - E(X)$

$= 30 - 9 = \underline{21}$

$V[Y] = V(30-X) = V(X) = 2,571$

mar 1-11:50

84 Formel:

$$nb(x;\, r,\, p) = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x$$

La X være antall pasienter som testes før den første pasienten får en reaksjon (så $r = 1$)

a) $P(X = 4) = 0,8^4 \cdot 0,2 = 0,08192$

mar 1-11:53

b) Tilsvarende

c) $P(X \leq 4) = P(X = 0,1,2,3,4)$

$= 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 + 0,8^2 \cdot 0,2 + 0,8^3 \cdot 0,2 + 0,8^4 \cdot 0,2$

$= \underline{0,67232}$

mar 1-12:00

d) $E[X] = \frac{1-p}{p} = \frac{1-0,2}{0,2} = \underline{4}$

Så forventet at 5 pers får medisin.

e) Vi vil finne

$P(4 - \sigma_x \leq X \leq 4 + \sigma_x)$

Vi har at

$V(X) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{0,8}{0,2^2} = 20$

$\Rightarrow \sigma_x = 4,47$

Dermed er

$P(4 - \sigma_x \leq X \leq 4 + \sigma_x)$

$= P(0 \leq X \leq 8) = P(X \leq 4) + 0,8^5 \cdot 0,2 + 0,8^6 \cdot 0,2 + 0,8^7 \cdot 0,2 + 0,8^8 \cdot 0,2$

$= \underline{0,8658}$

mar 1-12:02