La $X \sim$ poisson (λ)
Da er $f_X(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$

94) Anta $X \sim$ poisson (8)

a) $P(X \leq 5) = \frac{e^{-8}8^0}{0!} + \frac{e^{-8}8^1}{1!} + \dots + \frac{e^{-8}8^5}{5!}$

$= \underline{0{,}191}$

brukte tabell A2.

mar 8-11:16

98) Vi har at 0,10% av alle CPU'er feiler før garantien går ut. La $n = 10\,000$
X være ant. av de 10 000 som feiler innen garantien går ut.

$X \sim Bin(10\,000, 0{,}001)$

a) $E[X] = np = 10$

$V[X] = np(1-p) = 10(1-0{,}001)$
$= 9{,}99$

$\sigma_X = \sqrt{V(x)} \approx 3{,}16$

mar 8-11:16

Vi har at

$b(x; n, p) \approx \text{poisson}(x; \lambda)$

hvor $\lambda = np$, hvor n er stor og p er liten.

b) Vi har at
$X \overset{\text{til}}{\sim}$ poisson (10)

$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10)$
$= 1 - 0{,}583$
$= 0{,}417$

mar 8-11:25

c) $P(X = 0) = \frac{e^{-10} \cdot 10^0}{0!} = e^{-10} \approx 0$

4) Anta

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2} e^{-x^2/2\theta^2} & \text{hvis } x > 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Vi har at $f(x) \geq 0$ for alle $x \in \mathbb{R}$.

Må vise at

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$.

mar 8-11:29

Videre har vi at

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_0^{\infty} f(x)\,dx$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}}\,dx$$

$$= \left[-e^{-x^2/2\theta^2} \right]_0^{\infty}$$

$$= 0-(-1) = \underline{1}.$$

mar 8-11:32

b) Anta at $\theta = 100$

$$P(X \leq 200) = \int_0^{200} f(x)\,dx$$

$$= \left[-e^{-x^2/2\theta^2} \right]_0^{200}$$

$$= -0{,}1353 + 1$$

$$= \underline{\underline{0{,}8647}}$$

Vi har at

$$P(X < 200) = P(X \leq 200)$$

mar 8-11:35

og

$$P(X > 200) = 1 - P(X < 200)$$

$$= \underline{\underline{0{,}1353}}$$

c)

$$P(100 < X < 200) = \int_{100}^{200} f(x)\,dx$$

$$= \left[-e^{-x^2/2\theta^2} \right]_{100}^{200} \approx \underline{\underline{0{,}4712}}$$

mar 8-11:38

$$P(X < x) = \int_0^x f(y)\,dy = \left[-e^{-y^2/2\theta^2} \right]_0^x$$

$$= 1 - e^{-x^2/2\theta^2}$$

31)

La $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{B-A} & A \leq x \leq B \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

Vi har at

$$M_X(t) = E\left[e^{tX}\right]$$

mar 8-11:40

$$E[e^{tX}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x)\,dx$$
$$= \int_A^B e^{tx} f(x)\,dx$$
$$= \int_A^B \frac{e^{tx}}{B-A}\,dx = \left[\frac{e^{tx}}{t(B-A)}\right]_A^B$$
$$= \frac{e^{tB}}{t(B-A)} - \frac{e^{tA}}{t(B-A)}$$
$$= \frac{e^{tB} - e^{tA}}{t(B-A)}.$$

mar 8-11:45

Eg La $X \sim$ poissen$(0{,}16)$.

Vi ha at

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$$
$$= 1 - \left(\frac{e^{-0{,}16}\,0{,}16^0}{0!} + \frac{e^{-0{,}16}\,0{,}16^1}{1!} + \frac{e^{-0{,}16}\,0{,}16^2}{2!}\right)$$
$$= 6{,}058 \cdot 10^{-4}$$

mar 8-11:48

b) 500 kommunar

P(minder enn 3 tilfelle av kreft i alle 500 kommunar)

$$= (1 - 6{,}058 \cdot 10^{-4})^{500}$$

$$= \underline{0{,}7386}.$$

Så

P(en eller fler kommun får 3 person eller mer som får kreft i et av de 500 kommunene)

$$= 1 - 0{,}7386$$
$$= \underline{0{,}2614}$$

mar 8-11:52

mar 8-11:57