ECON2130: EKSAMEN 2011 VÅR - UTSATT PRØVE 2

Oppgave 1

Da Anne var på besøk i Roma, fikk hun raskt problemer med språket. Anne snakker engelsk, men ikke italiensk, og kun 1 av 5 italienere behersker engelsk. Likevel, på tur i sentrum av byen er det noe lettere å treffe noen som snakker engelsk, da 1 av 4 personer som befinner seg i Roma sentrum er utenlandske turister. Og blant de utenlandske turistene er det hele 1 av 2 som behersker engelsk.

Merk at vi for enkelthets skyld antar at alle som befinner seg i Roma sentrum enten er italienere eller utenlandske turister.

A. For en vilkårlig person trukket fra Roma sentrum, definer begivenhetene, $E =$"personen snakker engelsk", $I =$ "personen er italiener" og $T =$ "personen er utenlandsk turist".

(i) Forklar ved Venn-diagram eller på annen måte at $E = (E \cap I) \cup (E \cap T)$.
(ii) Finn sannsynlighetene, $P(E \mid I)$ og $P(E \cap I)$.

B. Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig person som Anne treffer snakker engelsk?

C. **(i)** Hva er sannsynligheten for at vedkommende er italiener, gitt at hun/han snakker engelsk?
(ii) Hva er sannsynligheten for at vedkommende er italiener, gitt at hun/han *ikke* snakker engelsk?

D. **(i)** I en gate treffer Anne på 4 personer. La den stokastiske variabelen X være antall utenlandske turister blant disse 4. Drøft kort i hvilken grad vi kan anta at X er binomisk fordelt. Anta i resten av oppgaven at dette er tilfellet.
(ii) Beregn sannsynligheten for at det er to eller flere utenlandske turister blant de fire som Anne møter i denne gaten.
(iii) Anne ønsker å finne en som kan engelsk. Hva er det forventete antall personer Anne må stoppe før hun finner en som kan snakke engelsk?

Oppgave 2

En 44-åring har deltatt i et mosjonsløp de siste sju årene – en gang hvert år. Alder og anvendt tid er oppgitt i tabell 1. Tidene er uttrykt som avrundete desimaltall (41 min. og 20 sek. skrives altså som 41.3).

Tabell 1

Alder x	38	39	40	41	42	43	44
Anvendt tid y	41.2	41.3	41.3	42.6	43.5	43.1	44.8

Vi antar dataene kan beskrives ved en regresjonsmodell, $Y_i = \alpha + \beta x_i + e_i, \quad i = 1, 2, \ldots, 7$, der restleddene, $e_1, e_2, \ldots, e_7$ er uavhengige og normalfordelte med forventning 0 og samme ukjente standardavvik, σ.

For å lette regningen oppgis følgende: Gjennomsnitt: $\bar{x} = 41, \quad \bar{y} = 42.5$ og dessuten

$$6s_x^2 = \sum_{i=1}^{7}(x_i - \bar{x})^2 = 28, \quad 6s_y^2 = \sum_{i=1}^{7}(y_i - \bar{y})^2 = 11.23 \text{ og } 6s_{xy} = \sum_{i=1}^{7}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 16.6 .$$

A. **(i)** Skisser et spredningsplott av y med hensyn på x basert på tabell 1. (Du behøver ikke å være veldig nøyaktig her. Angi skalaene på x- og y-aksen omtrentlig på øyemål. Likeledes merk av de 7 observasjonspunktene i diagrammet omtrentlig på øyemål.)

(ii) Gi en tolkning av regresjonskoeffisienten β.

B. **(i)** Beregn minste kvadraters estimater for α og β.
(ii) Tegn inn den estimerte regresjonslinjen i samme koordinatsystem som i punkt **A(i)**.
(iii) Estimer også forventet tid brukt i mosjonsløpet neste år når mosjonisten er 45 år.

C. Sett opp et 95% konfidensintervall for β og beregn intervallet ut fra de gitte dataene.

Oppgave 3

I en gitt modell er X en observerbar normalfordelt stokastisk variabel med ukjent forventning, μ, og kjent standardavvik, $\sigma = 0.5$. Man er spesielt interessert i en parameter, θ, som er avhengig av μ ved relasjonen, $\theta = 5\mu - 2$.

A. **(i)** Sett opp en forventningsrett estimator for θ basert på X og forklar hvorfor den er forventningsrett.
(ii) Finn standardfeilen til estimatoren i **(i)**.

B. Vi ønsker å teste nullhypotesen, $H_0 : \theta \le 10$ mot $H_1 : \theta > 10$ med signifikansnivå 5% basert på estimatoren $\hat{\theta}$ fra punkt **A(i)** (eller eventuelt basert på X, som er ekvivalent).

(i) Sett opp testkriteriet basert på $\hat{\theta}$ (eller, om du vil, basert på X), slik at testen får nivå 0.05.
(ii) Hva er sannsynligheten for feil av type I og for feil av type II hvis den sanne verdien av θ er $\theta = 12$?