Universitetet i Oslo
Økonomisk institutt

Obligatorisk oppgavesett 1 i ECON3120/4120 Matematikk 2

Dato for utlevering: Fredag 9. mars 2007

Innleveringsfrist: Onsdag 28. mars 2007 kl. 14.00

Innleveringssted: Instituttets ekspedisjonskontor i 12. etasje.

Øvrig informasjon:

- Denne øvelsesoppgaven er **obligatorisk**.
- Denne oppgaven vil IKKE bli gitt en tellende karakter. En eventuell karakter er kun veiledende.
- Du må benytte en ferdig trykket forside som du finner på *http://www.oekonomi.uio.no/info/EMNER/Forside_obl_nor.doc*
- Det er viktig at øvelsesoppgaven blir levert innen fristen (se over). Oppgaver levert etter fristen vil **ikke bli rettet**.*)
- Alle øvelsesoppgaver må leveres på innleveringsstedet som er angitt ovenfor. Du må ikke levere øvelsesoppgaven direkte til emnelæreren eller ved e-post. Dersom du ønsker å levere inn oppgaven **før** innleveringsfristen, bes du kontakte instituttets ekspedisjonskontor i 12. etasje.
- Dersom øvelsesoppgaven ikke blir godkjent, vil du få en ny mulighet ved at du får en ny oppgave som skal leveres med en svært kort frist. Dersom heller ikke dette forsøket lykkes, vil du ikke få anledning til å avlegge eksamen i dette emnet. Du vil da bli trukket fra eksamen, slik at det ikke vil bli et tellende forsøk.

*) Dersom du mener at du har en god grunn til ikke å levere oppgaven innen fristen (for eksempel sykdom) bør du diskutere saken med emnelæreren, og søke om utsettelse. Normalt vil utsettelse kun bli innvilget dersom det er en dokumentert grunn (for eksempel legeerklæring).

Oppgave 1

Funksjonen f er definert ved

$$f(x) = \ln x + \frac{a}{\sqrt{x}} \quad \text{for alle } x > 0,$$

der a er en positiv konstant.

(a) Beregn $f'(x)$ og $f''(x)$.

(b) Finn alle ekstrempunkter for f.

(Forts.)

(c) Finn alle vendepunkter for f.

(d) Undersøk $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ og $\lim_{x\to\infty} f(x)$. (*Vink:* Husk at $\lim_{x\to 0^+} x^p \ln x = 0$ for alle konstanter $p > 0$.)

(e) Beregn $I_b = \int_b^1 \left(\ln x + \frac{a}{\sqrt{x}}\right) dx$ for $b > 0$. Konvergerer $\int_0^1 \left(\ln x + \frac{a}{\sqrt{x}}\right) dx$?

Oppgave 2

Betrakt matrisene

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -5 & 1 & -6 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Beregn $\mathbf{AB}$, $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ og $|\mathbf{A} - \mathbf{B}|$.

(b) Vis at $(\mathbf{A} - \mathbf{B})^{-1} = t\mathbf{D}$ for en passende verdi av t.

(c) Finn $\mathbf{X}$ dersom $\mathbf{BX} = \mathbf{AX} + \mathbf{C}$.

Oppgave 3

Finn den løsningen av differensiallikningen

$$\dot{x} = t^3 e^{-x} \sqrt{t^2 + 1}$$

som går gjennom punktet $(t_0, x_0) = (0, 0)$.

Oppgave 4

Likningssystemet

$$e^x uv + 2y \ln v = e + 2e^2$$
$$ye^u - xv = e^3$$

definerer u og v som deriverbare funksjoner av x og y rundt punktet $(x, y, u, v) = (0, e^2, 1, e)$.

(a) Differensier likningssystemet.

(b) Bruk resultatet fra (a) til å bestemme verdiene av u'_x, u'_y, v'_x og v'_y i det gitte punktet.

(c) Finn tilnærmede verdier av u og v hvis $x = 0.1$ og $y = e^2$.