Universitetet i Oslo
Økonomisk institutt

Obligatorisk oppgavesett 2 i ECON3120/4120 Matematikk 2

Dato for utlevering: Torsdag 12. april 2007

Innleveringsfrist: Torsdag 26. april 2007 kl. 14.00

Innleveringssted: Instituttets ekspedisjonskontor i 12. etasje.

Øvrig informasjon:

- Denne øvelsesoppgaven er **obligatorisk**.
- Denne oppgaven vil IKKE bli gitt en tellende karakter. En eventuell karakter er kun veiledende.
- Du må benytte en ferdig trykket forside som du finner på *http://www.oekonomi.uio.no/info/EMNER/Forside_obl_nor.doc*
- Det er viktig at øvelsesoppgaven blir levert innen fristen (se over). Oppgaver levert etter fristen vil **ikke bli rettet**.*)
- Alle øvelsesoppgaver må leveres på innleveringsstedet som er angitt ovenfor. Du må ikke levere øvelsesoppgaven direkte til emnelæreren eller ved e-post. Dersom du ønsker å levere inn oppgaven **før** innleveringsfristen, bes du kontakte instituttets ekspedisjonskontor i 12. etasje.
- Dersom øvelsesoppgaven ikke blir godkjent, vil du få en ny mulighet ved at du får en ny oppgave som skal leveres med en svært kort frist. Dersom heller ikke dette forsøket lykkes, vil du ikke få anledning til å avlegge eksamen i dette emnet. Du vil da bli trukket fra eksamen, slik at det ikke vil bli et tellende forsøk.

*) Dersom du mener at du har en god grunn til ikke å levere oppgaven innen fristen (for eksempel sykdom) bør du diskutere saken med emnelæreren, og søke om utsettelse. Normalt vil utsettelse kun bli innvilget dersom det er en dokumentert grunn (for eksempel legeerklæring).

Oppgave 1

La $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2 + 5\ln(x+2)$.

(a) Hva er definisjonsmengden til f? Beregn $f'(x)$ og $f''(x)$.

(b) Finn eventuelle ekstrempunkter for f.

(c) Hvor mange løsninger har $f(x) = 0$? Skisser grafen til f.

(d) Beregn integralet $\displaystyle\int_0^4 \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2 + 5\ln(x+2)\right) dx$.

(Forts.)

Oppgave 2

(a) Bruk Lagranges metode til å løse problemet

$$\text{maksimer} \quad 24x - x^2 + 16y - 2y^2 \quad \text{når} \quad x^2 + 2y^2 = 44\,.$$

(b) Anta at vi erstatter bibetingelsen i (a) med $x^2 + 2y^2 \leq 44$. Still opp de nødvendige Kuhn–Tucker-betingelsene for at et punkt (x, y) skal løse dette nye problemet, og finn alle løsningene av disse betingelsene.

Oppgave 3

For hvert reelt tall t definerer vi matrisen $\mathbf{A}_t$ som $\mathbf{A}_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -t & 3 & 2 \\ t & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) Beregn $|\mathbf{A}_t|$ og $|(\mathbf{A}_2)^3|$.

(b) Vis at for en passende verdi av s er matrisen $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1/2 & s \\ 2 & -1/4 & -5/4 \end{pmatrix}$ den inverse til $\mathbf{A}_2$. (Det er ikke noen god idé å bruke formelen for den inverse.)

Oppgave 4

Likningssystemet

$$\begin{aligned} tx^2 + y &= 2t - \tfrac{1}{2} \\ 2\ln x + 3y &= x + \ln(2y) + t - \tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

definerer x og y som deriverbare funksjoner av t rundt punktet $x = 1$, $y = \frac{1}{2}$, $t = 1$. Finn dx/dt og dy/dt i dette punktet.