10 – Impulslikningen 1 og 2

TPS200 – Fluidmekanikk 1: Innføring

28-02-2022 – Endre Joachim Lerheim Mossige, Universitetslektor

Impulslikningen oppsummert

TABLE 6.1 Summary of the Linear Momentum Equation

Akkumulering av impuls inni kontrollvolumet (CV)

Impulsfluks inn og ut av CV

Description		Terms
General equation	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{ext} = \frac{d}{dt}\int_{cv} \mathbf{v}\rho\, d\forall + \int_{cs} \rho\mathbf{v}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{dA})$ Eq. (6.7)	$(\Sigma\mathbf{F})_{ext}$ = sum of external forces (N) t = time (s) $\mathbf{v}$ = velocity measured from the selected ref. frame (m/s) (must select a reference frame that is inertial) $\mathbf{v}_{cv}$ = velocity of CV from selected ref. frame (m/s) $\mathbf{V}$ = velocity measured from the control surface (m/s) ρ = density of fluid (kg/m^3) m_{cv} = mass of the matter inside the control volume (kg) $\dot{m}_o$ = mass flow rate out of the control volume (kg/s) $\dot{m}_i$ = mass flow rate into the control volume (kg/s)
Simplified equation Use this equation for most problems. Assumptions: (a) All particles inside the CV have the same velocity, and (b) when flow crosses the CS, the velocity is uniformly distributed.	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{ext} = \frac{d(m_{cv}\mathbf{v}_{cv})}{dt} + \sum_{cs} \dot{m}_o\mathbf{v}_o - \sum_{cs} \dot{m}_i\mathbf{v}_i$ Eq. (6.10)	

Impulslikningen oppsummert

TABLE 6.1 Summary of the Linear Momentum Equation

Description	Equation	Terms
General equation	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{ext} = \frac{d}{dt}\int_{cv} \mathbf{v}\rho\, d\forall + \int_{cs} \rho\mathbf{v}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{dA})$ Eq. (6.7)	$(\Sigma\mathbf{F})_{ext}$ = sum of external forces (N) t = time (s) $\mathbf{v}$ = velocity measured from the selected ref. frame (m/s) (must select a reference frame that is inertial) $\mathbf{v}_{cv}$ = velocity of CV from selected ref. frame (m/s) $\mathbf{V}$ = velocity measured from the control surface (m/s) ρ = density of fluid (kg/m^3) m_{cv} = mass of the matter inside the control volume (kg) $\dot{m}_o$ = mass flow rate out of the control volume (kg/s) $\dot{m}_i$ = mass flow rate into the control volume (kg/s)
Simplified equation Use this equation for most problems. Assumptions: (a) All particles inside the CV have the same velocity, and (b) when flow crosses the CS, the velocity is uniformly distributed.	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{ext} = \frac{d(m_{cv}\mathbf{v}_{cv})}{dt} + \sum_{cs}\dot{m}_o\mathbf{v}_o - \sum_{cs}\dot{m}_i\mathbf{v}_i$ Eq. (6.10)	

$\dot{m} = \rho Q$ *og stasjonært* $\rightarrow$

$$(\sum \mathbf{F})_{\text{ekst}} = \rho\left(\sum_{cs} Q_{ut}\mathbf{v}_{\text{ut}} - \sum_{cs} Q_{inn}\mathbf{v}_{inn}\right)$$

Impulsfluks inn og ut av CV

Ingen akkumulering i CV og inkompressibel strømning

Impulslikningen oppsummert

TABLE 6.1 Summary of the Linear Momentum Equation

Description	Equation	Terms
General equation	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{ext} = \frac{d}{dt}\int_{cv} \mathbf{v}\rho\, d\forall + \int_{cs} \rho\mathbf{v}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{dA})$ Eq. (6.7)	$(\Sigma\mathbf{F})_{ext}$ = sum of external forces (N) t = time (s) $\mathbf{v}$ = velocity measured from the selected ref. frame (m/s) (must select a reference frame that is inertial) $\mathbf{v}_{cv}$ = velocity of CV from selected ref. frame (m/s) $\mathbf{V}$ = velocity measured from the control surface (m/s) ρ = density of fluid (kg/m^3) m_{cv} = mass of the matter inside the control volume (kg) $\dot{m}_o$ = mass flow rate out of the control volume (kg/s) $\dot{m}_i$ = mass flow rate into the control volume (kg/s)
Simplified equation Use this equation for most problems. Assumptions: (a) All particles inside the CV have the same velocity, and (b) when flow crosses the CS, the velocity is uniformly distributed.	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{ext} = \frac{d(m_{cv}\mathbf{v}_{cv})}{dt} + \sum_{cs}\dot{m}_o\mathbf{v}_o - \sum_{cs}\dot{m}_i\mathbf{v}_i$ Eq. (6.10)	

$$\dot{m} = \rho Q \rightarrow$$

$$(\Sigma\mathbf{F})_{ekst} = \rho\left(\sum_{cs} Q_{ut}\mathbf{v}_{ut} - \sum_{cs} Q_{inn}\mathbf{v}_{inn}\right)$$

Ingen akkumulering i CV og inkompressibel strømning

$$\dot{m}\boldsymbol{v} = \rho Q\boldsymbol{v} \rightarrow \rho\boldsymbol{v}^2 A \rightarrow$$

$$\sum_{ekst}\boldsymbol{F} = \rho\left(\sum_{ut}\boldsymbol{v}_{ut}^2 A_{ut} - \sum_{inn}\boldsymbol{v}_{inn}^2 A_{inn}\right)$$ = Impulsfluks inn og ut av CV

Impulslikningen oppsummert

TABLE 6.1 Summary of the Linear Momentum Equation

Description	Equation	Terms
General equation	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{ext} = \frac{d}{dt}\int_{cv} \mathbf{v}\rho\, d\forall + \int_{cs} \rho\mathbf{v}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{dA})$ Eq. (6.7)	$(\Sigma\mathbf{F})_{ext}$ = sum of external forces (N) t = time (s) $\mathbf{v}$ = velocity measured from the selected ref. frame (m/s) (must select a reference frame that is inertial) $\mathbf{v}_{cv}$ = velocity of CV from selected ref. frame (m/s) $\mathbf{V}$ = velocity measured from the control surface (m/s) ρ = density of fluid (kg/m^3) m_{cv} = mass of the matter inside the control volume (kg) $\dot{m}_o$ = mass flow rate out of the control volume (kg/s) $\dot{m}_i$ = mass flow rate into the control volume (kg/s)
Simplified equation Use this equation for most problems. Assumptions: (a) All particles inside the CV have the same velocity, and (b) when flow crosses the CS, the velocity is uniformly distributed.	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{ext} = \frac{d(m_{cv}\mathbf{v}_{cv})}{dt} + \sum_{cs} \dot{m}_o\mathbf{v}_o - \sum_{cs} \dot{m}_i\mathbf{v}_i$ Eq. (6.10)	

$$\dot{m} = \rho Q \rightarrow$$

$$(\Sigma\mathbf{F})_{\text{ekst}} = \rho\left(\sum_{cs} Q_{ut}\mathbf{v}_{\text{ut}} - \sum_{cs} Q_{inn}\mathbf{v}_{inn}\right)$$

Ingen akkumulering i CV og inkompressibel strømning

$$\dot{m}\boldsymbol{v} = \rho Q\boldsymbol{v} \rightarrow \rho\boldsymbol{v}^2 A \rightarrow$$

$$\Sigma_{ekst}\boldsymbol{F} = \rho(\Sigma_{ut}\,\boldsymbol{v}_{ut}^2 A_{ut} - \Sigma_{inn}\,\boldsymbol{v}_{inn}^2 A_{inn})$$

= Impulsfluks inn og ut av CV

der $\mathbf{v}_{ut}$ og $\mathbf{v}_{inn}$ er vektorer

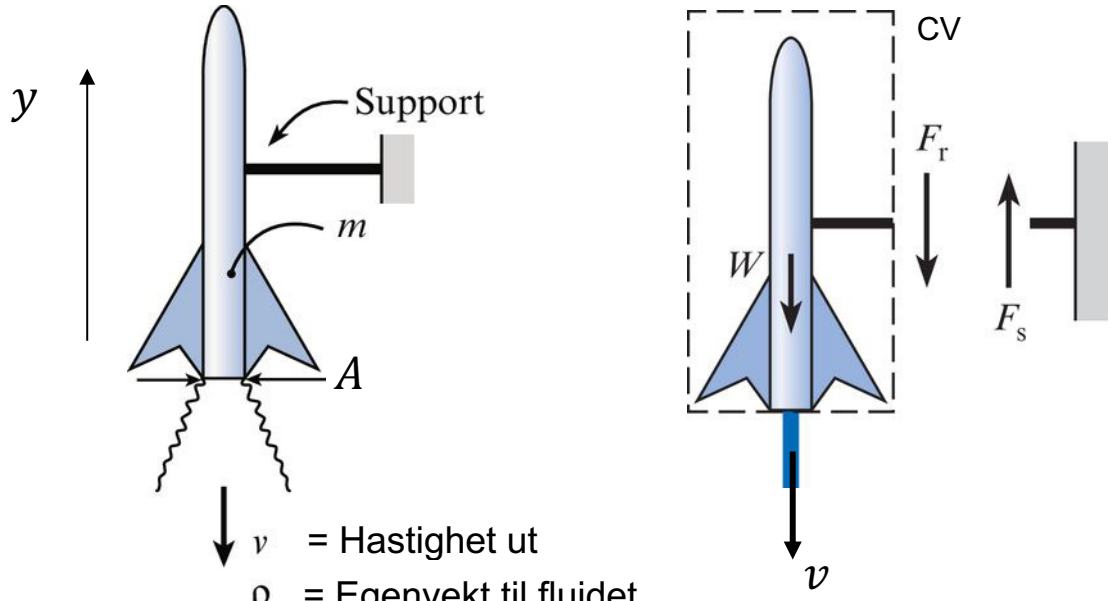
Agenda

- Impulslikningen: Introduksjon
- Impulslikningen: Eksempler i 1-D
- Impulslikningen: Eksempler i 2-D
- Impulslikningen: Eksempler med dyser og rørbend



EFM Eksempel 6.1

- Rakett som er spent fast i en vegg
  - Rakettens vekt er **W** = m**g**
- Anta stasjonær strømning
- Vi er interessert i kraften Fs på armen som holder raketten
- Fr er kraften fra armen på raketten (CV)
- Men først: Hva er bevegelsesmengden (impulsfluksen) fra raketten på kontrollvolumet (CV)?



$$\boldsymbol{W} = m\boldsymbol{g}$$

Kan bruke: $\dot{m} = \rho Q, med\ Q = vA \rightarrow$

$$(\sum \mathbf{F})_{\text{ekst}} = \rho\left(\sum_{\text{cs}} Q_{ut}\mathbf{v}_{\text{ut}} - \sum_{\text{cs}} Q_{inn}\mathbf{v}_{inn}\right)$$

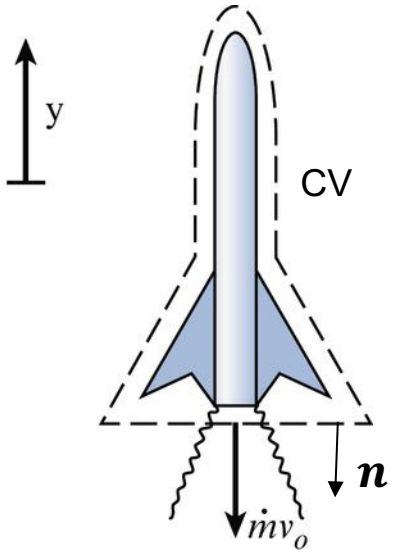
der $\mathbf{v}_{\text{ut}}$ og $\mathbf{v}_{\text{inn}}$ er vektorer

EFM Eksempel 6.1: Bevegelsesmengde fra rakett på CV

$$\text{Bevegelsesmengde på } CV = \sum_{cs} \dot{m}_{ut}\boldsymbol{v}_{ut,y} - \sum_{cs} \dot{m}_{inn}\boldsymbol{v}_{inn,y}$$

$$\sum_{cs} \dot{m}_o\boldsymbol{v}_{ut,y} = \dot{m}_o\boldsymbol{v}_{ut,y} = \rho Q\boldsymbol{v}_{ut,y} = -\rho Q v_{ut,y} = \rho A v(-\boldsymbol{v})$$

$$= -\rho A\boldsymbol{v}^2$$

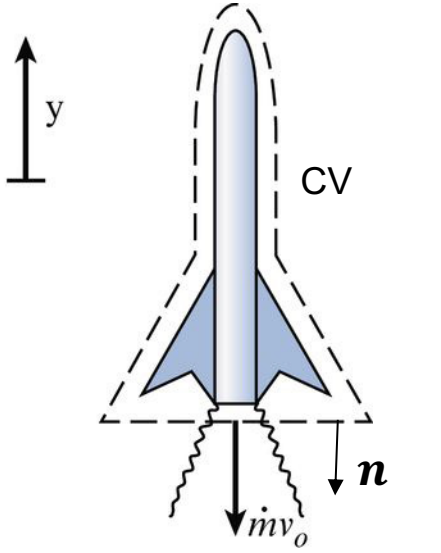


Bevegelsesmengde

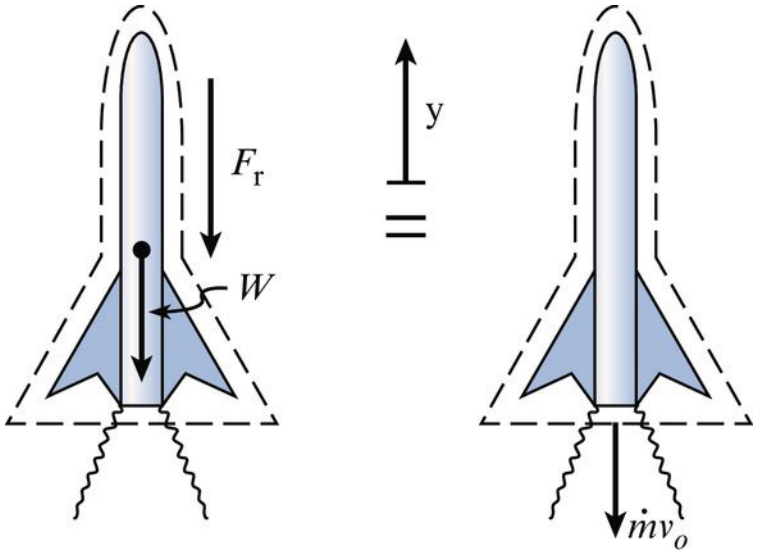
Hva blir kraften fra armen på raketten (CV)?

- Alt skjer i y-retning – vi setter opp impulslikningen i y-retning

$$\sum_{cs} \dot{m}_o \boldsymbol{v}_{o,y} - \sum_{cs} \dot{m}_i \boldsymbol{v}_{i,y} = -\rho A \boldsymbol{v}^2 = \sum \boldsymbol{F}_y$$

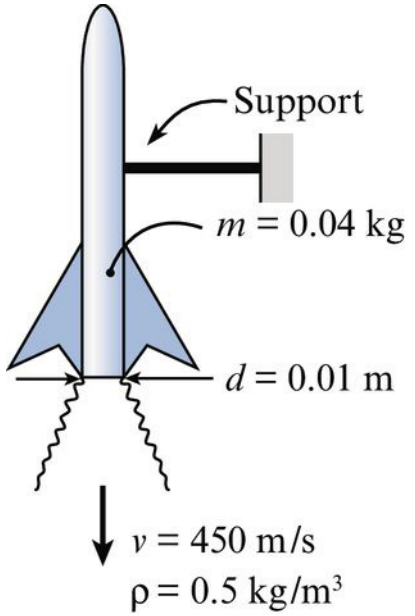


Bevegelsesmengde



Krefter Bevegelsesmengde

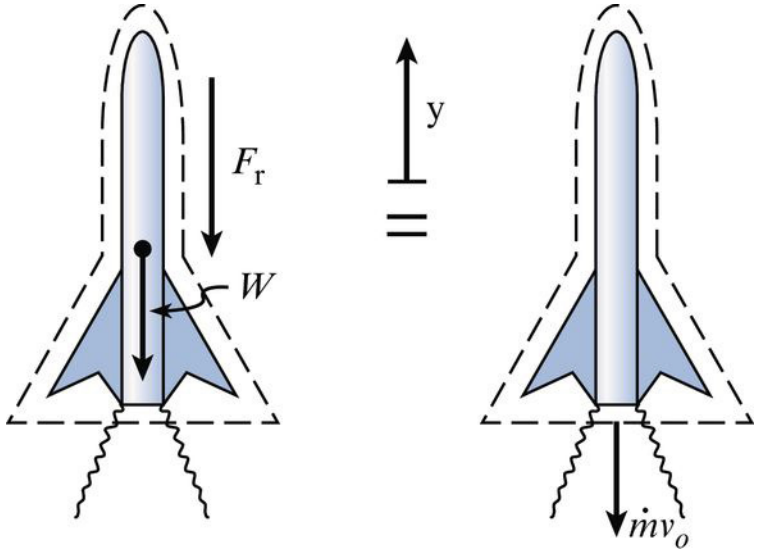
EFM Eksempel 6.1: Kraften fra armen på raketten/kontrollvolumet (CV)



- Hva blir kraften fra armen på raketten som holder raketten i ro?
- Velg et godt kontrollvolum og tegn vektordiagrammer for krefter/bev.m.
- Alt skjer i y-retning – vi setter opp impulslikningen i y-retning

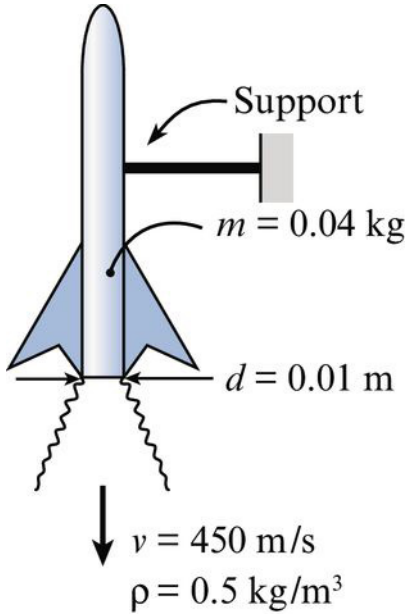
$$\sum_{cs} \dot{m}_o \boldsymbol{v}_{o,y} - \sum_{cs} \dot{m}_i \boldsymbol{v}_{i,y} = \sum \boldsymbol{F}_y$$

$$-\rho A \boldsymbol{v}^2 = -\boldsymbol{W} - \boldsymbol{F}_r$$



Krefter Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.1: Kraften fra armen på kontrollvolumet (CV)

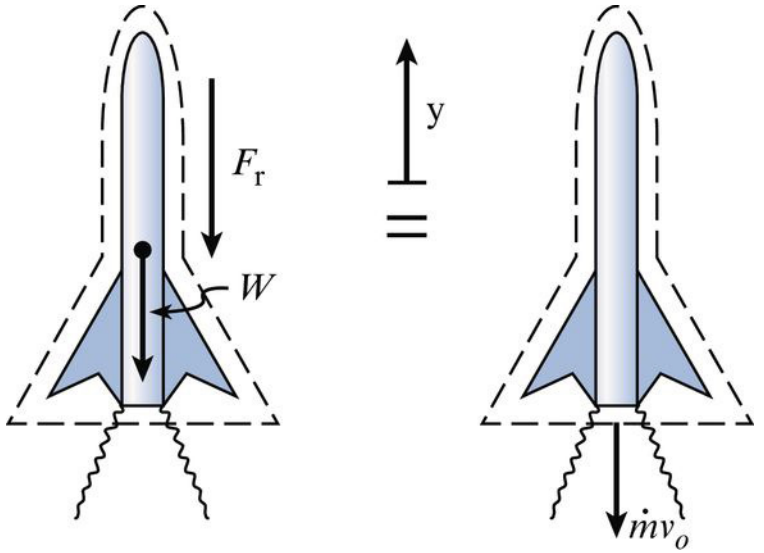


- Hva blir kraften fra armen på raketten som holder raketten i ro?
- Velg et godt kontrollvolum og tegn vektordiagrammer for krefter/bev.m.
- Alt skjer i y-retning – vi setter opp impulslikningen i y-retning

$$\sum_{cs} \dot{m}_o \boldsymbol{v}_{o,y} - \sum_{cs} \dot{m}_i \boldsymbol{v}_{i,y} = \sum \boldsymbol{F}_y$$

$$-\rho A \boldsymbol{v}^2 = -\boldsymbol{W} - \boldsymbol{F}_r$$

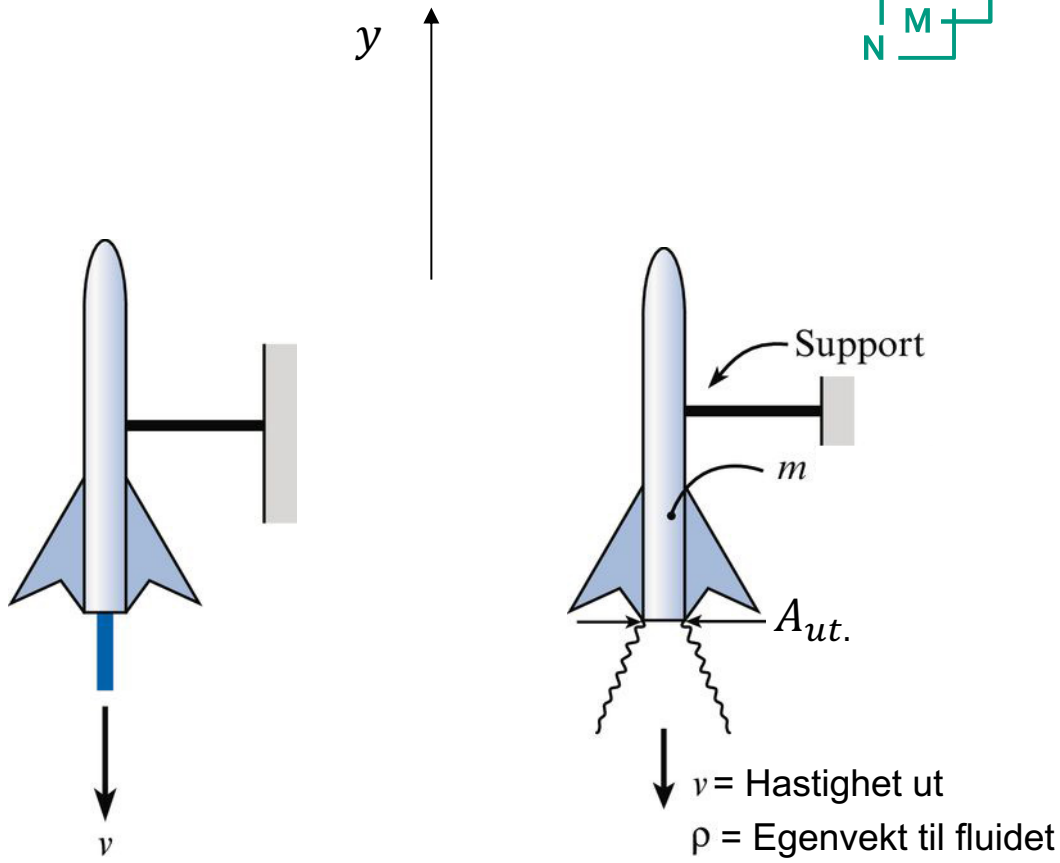
$$\boxed{\boldsymbol{F}_r = \rho A \boldsymbol{v}^2 - \boldsymbol{W}}$$ (nedover)



Krefter Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.1

- Rakett som er spent fast i en vegg
  - Rakettens vekt er W
- Anta stasjonær strømning
- Hva blir kraften F_r fra armen på raketten som holder raketten i ro?
- Uttrykk F_s ved ρ, v, A og W



$$\boldsymbol{W} = m\boldsymbol{g}$$

Kan bruke: $\dot{m} = \rho Q, med\ Q = vA \rightarrow$

$$(\sum \mathbf{F})_{\text{ekst}} = \rho\left(\sum_{\text{cs}} Q_{ut}\mathbf{v}_{\text{ut}} - \sum_{\text{cs}} Q_{inn}\mathbf{v}_{inn}\right)$$

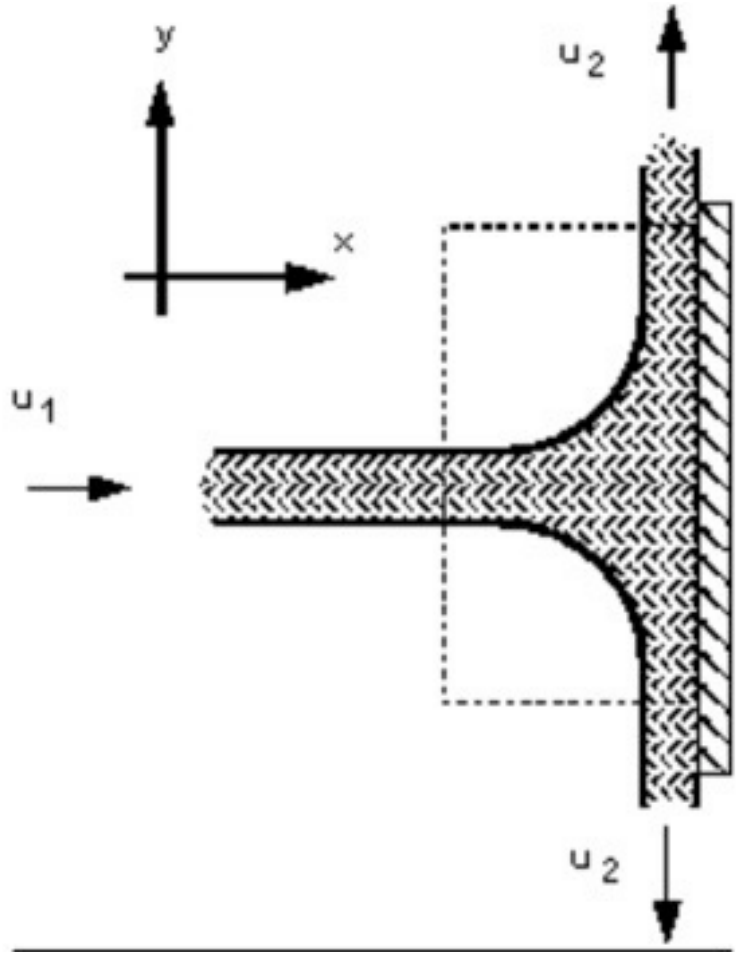
Agenda

- Impulslikningen: Introduksjon
- Impulslikningen: Eksempler i 1-D
- Impulslikningen: Eksempler i 2-D
- Impulslikningen: Eksempler med dyser og rørbend



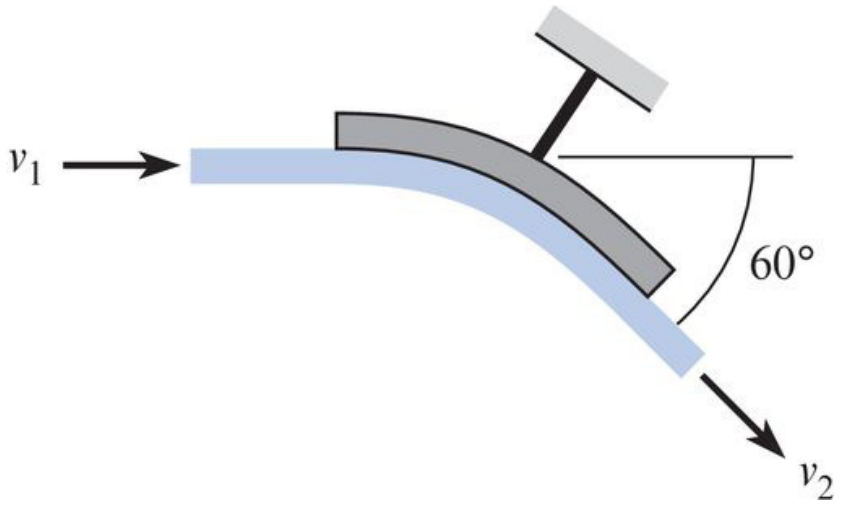
EFM Eksempel 6.3

- Vannstråle mot en vegg
- Hvor stor er kraften strålen påfører veggen (x-retning)?
- Anta konstant diameter på strålen og se bort fra tyngdekraften
- Tips: Sett opp kraftbalanse i x- retning



Individuell: EFM Eksempel 6.3

- En stråle bøyes av mot en skovl
- Oppgitte tallverdier vist i figur
- Anta konstant diameter på strålen og se bort fra tyngdekraften på skovlen
- Hva blir kraften fra strålen på den krumme flaten?
- Tips: Kraftbalanse i x- og y-retning ved bruk av impulslikning



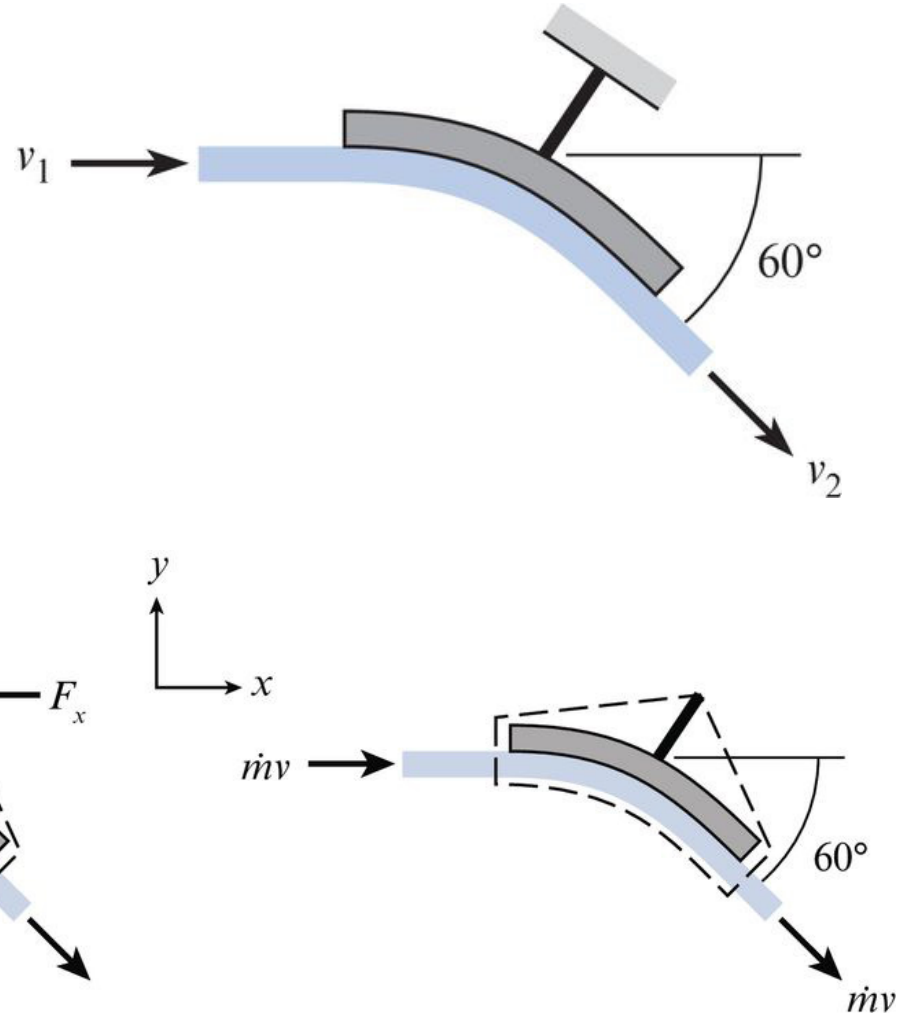
EFM Eksempel 6.3

- En stråle bøyes av mot en skovl
- Anta konstant diameter på strålen og se bort fra tyngdekraften på skovlen
- Hva blir kraften fra strålen på den krumme flaten?
- Tips: Kraftbalanse i x- og y-retning

  ved bruk av impulslikning

$$\sum F_x = \sum_{cs} \dot{m}_o v_{o,x} - \sum_{cs} \dot{m}_i v_{i,x}$$

$$\sum F_y = \sum_{cs} \dot{m}_o v_{o,y} - \sum_{cs} \dot{m}_i v_{i,y}$$



Krefter

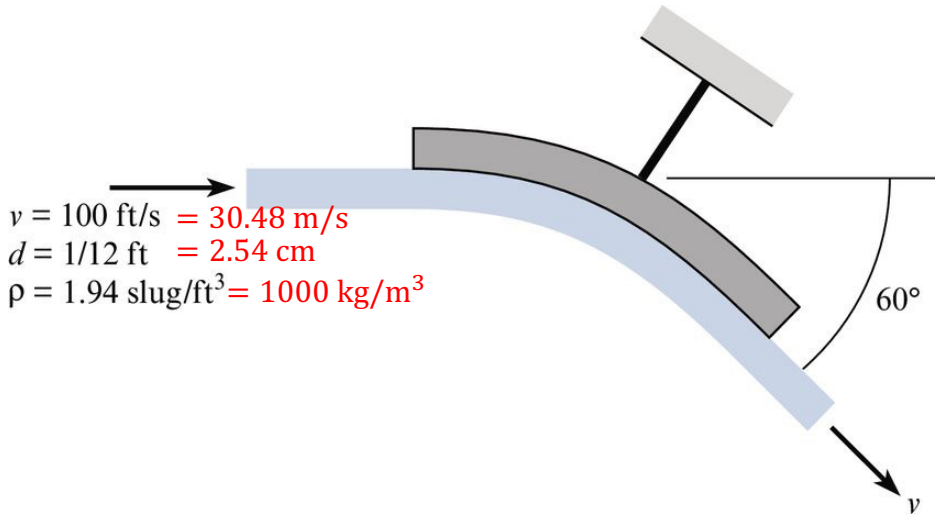
Bevegelsesmengde

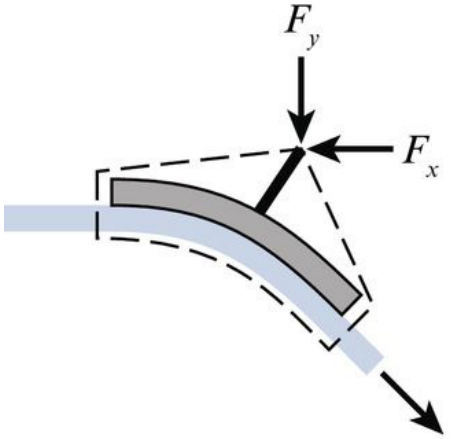
EFM Eksempel 6.3

- Hva blir kraften fra strålen på den krumme flaten?
- Vektordiagrammer
  - Krefter
  - Bevegelsesmengdetransport
- Impulslikning i x- og y-retning

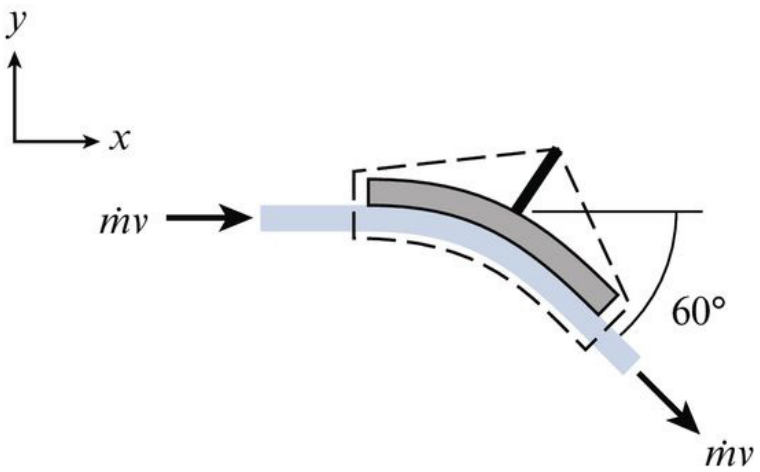
$$\sum F_x = \sum_{cs} \dot{m}_o v_{o,x} - \sum_{cs} \dot{m}_i v_{i,x}$$

$$\sum F_y = \sum_{cs} \dot{m}_o v_{o,y} - \sum_{cs} \dot{m}_i v_{i,y}$$





Krefter



Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.3

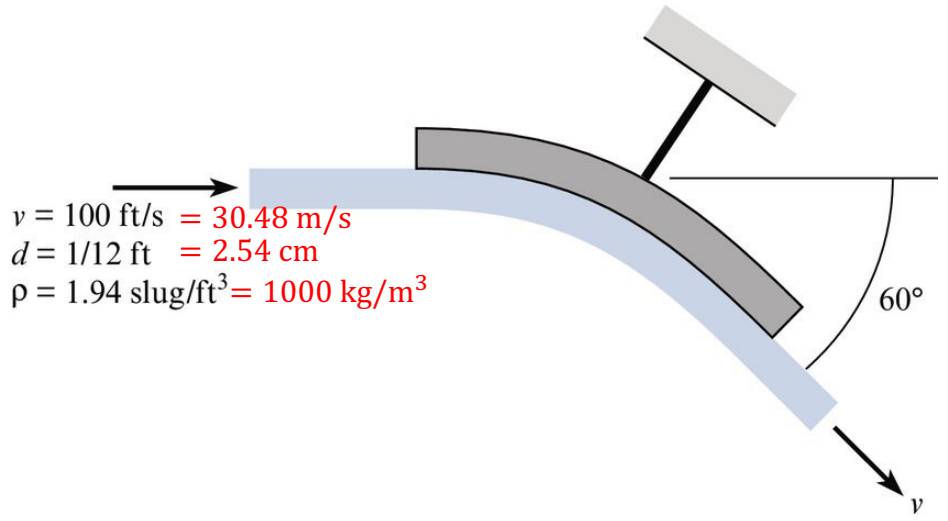
- Hva blir kraften fra strålen på den krumme flaten?
- Impulslikning i x- og y-retning

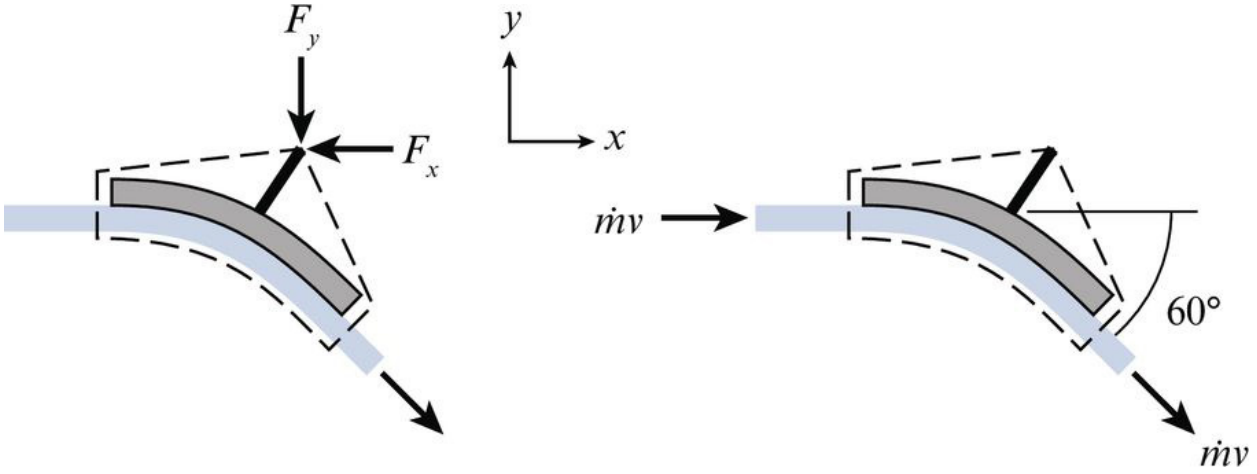
$$\Sigma F_x = \sum_{cs} \dot{m}_o v_{o,x} - \sum_{cs} \dot{m}_i v_{i,x}$$

$$\Sigma F_y = \sum_{cs} \dot{m}_o v_{o,y} - \sum_{cs} \dot{m}_i v_{i,y}$$

$$-F_x = \dot{m}v\cos 60^\circ - \dot{m}v$$

$$-F_y = \dot{m}\,(-v\sin 60^\circ)$$





Krefter

Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.3

- Hva blir kraften fra strålen på den krumme flaten?
- Impulslikning i x- og y-retning

$$-F_x = \dot{m}v\cos 60^\circ - \dot{m}v$$

$$-F_y = \dot{m}\,(-v\sin 60^\circ)$$

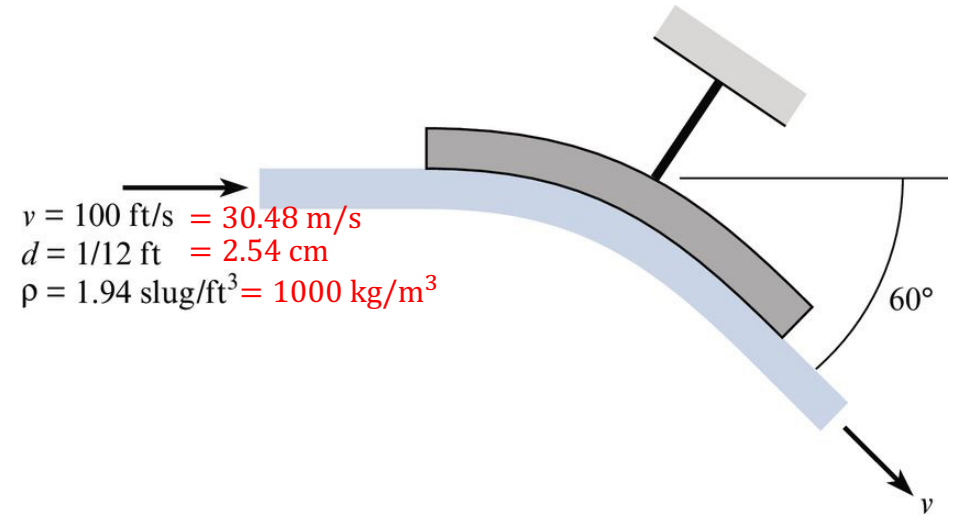
$$F_x = \dot{m}v(1-\cos 60^\circ) = \rho A v^2(1-\cos 60^\circ)$$

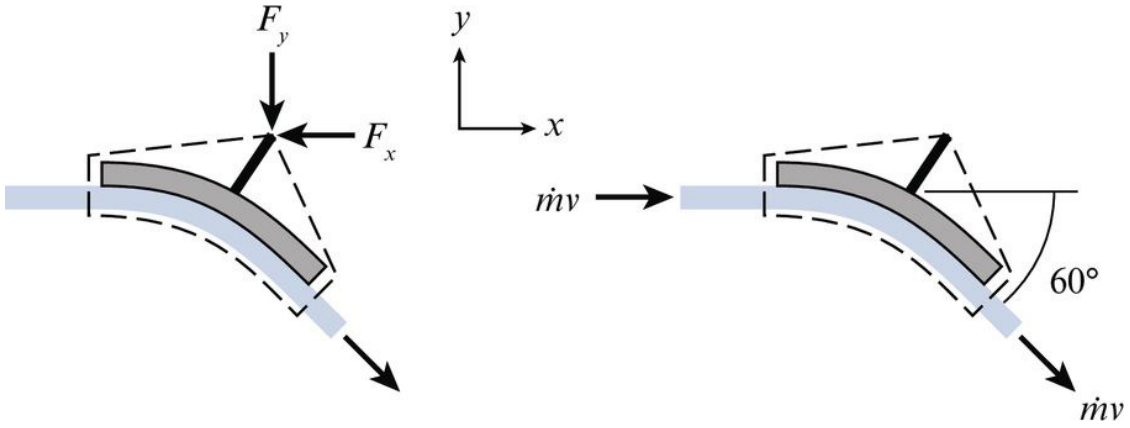
$$F_y = \dot{m}v\ \sin 60^\circ = \rho A v^2 \sin 60^\circ$$

$$\mathbf{F} = (-235.4\ \text{N})\mathbf{i} + (-407.7\ \text{N})\mathbf{j}$$

- Kraften *fra* strålen *på* skovlen er motsatt rettet iht. N's 3. lov:

$$\mathbf{F}_{\text{skovel}} = (235.4\ \text{N})\mathbf{i} + (407.7\ \text{N})\mathbf{j}$$





Krefter

Bevegelsesmengde

Variabel hastighet: EFM Eksempel 6.3

- Hva blir kraften fra strålen på den krumme flaten?
- Impulslikning i x- og y-retning

$$-F_x = \dot{m}v\cos 60^\circ - \dot{m}v$$

$$-F_y = \dot{m}\,(-v\sin 60^\circ)$$

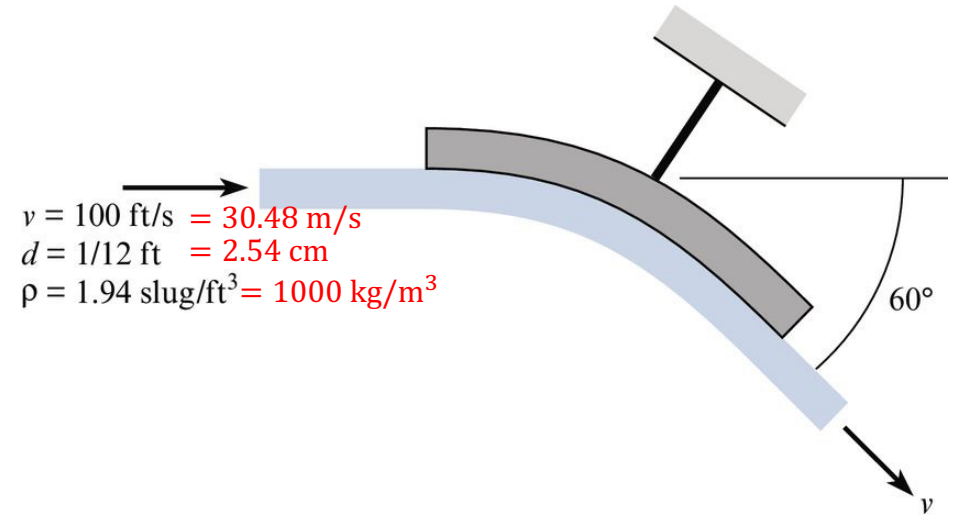
$$F_x = \dot{m}v(1-\cos 60^\circ) = \rho A v^2(1-\cos 60^\circ)$$

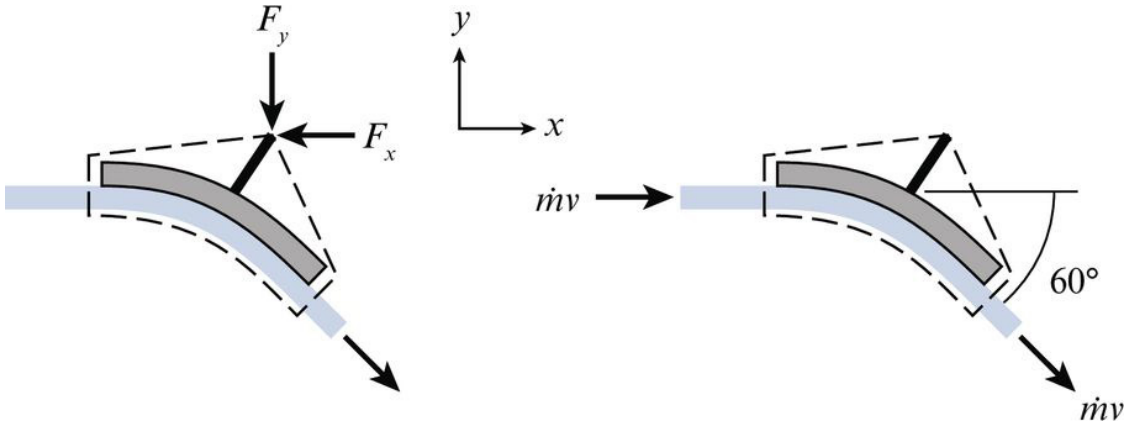
$$F_y = \dot{m}v\ \sin 60^\circ = \rho A v^2 \sin 60^\circ$$

$$\mathbf{F} = (-235.4\ \text{N})\mathbf{i} + (-407.7\ \text{N})\mathbf{j}$$

- Kraften *fra* strålen *på* skovlen er motsatt rettet iht. N's 3. lov:

$$\mathbf{F}_{\text{skovel}} = (235.4\ \text{N})\mathbf{i} + (407.7\ \text{N})\mathbf{j}$$





Krefter

Bevegelsesmengde

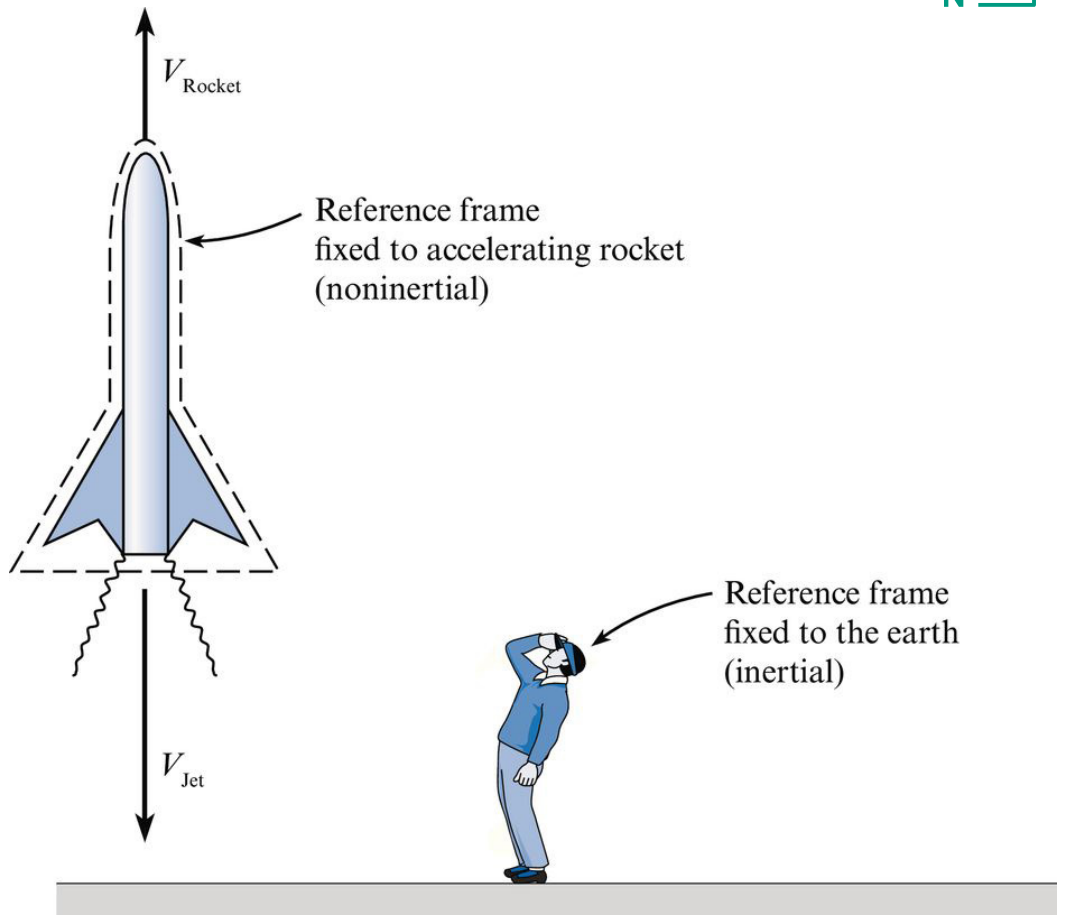
Agenda

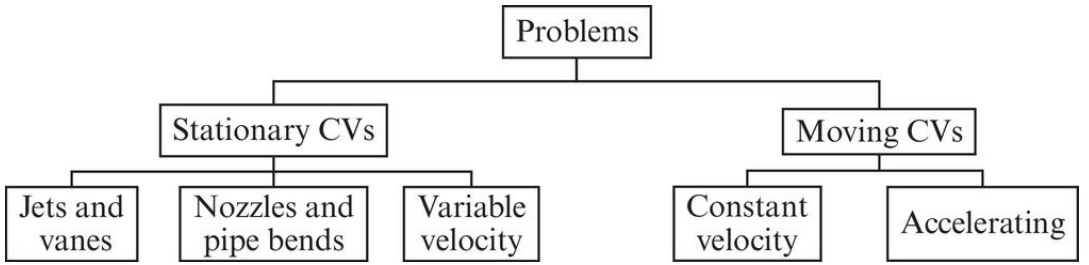
- Ikke-uniform hastighet i kontrollflaten
- Impulslikningen for kontrollvolum i bevegelse
- Spinnsatsen for fluider («til info»)



Treghetssystemer

- Et treghetssystem er et koordinatsystem som ikke er under akselerasjon (inkl. retnings-endring/rotasjon)
  - Dvs. at koordinatsystemet er i ro eller beveger seg med konstant (dvs. rettlinjet) hastighet
- Vi regner som regel jordoverflaten som en fast referanse – dvs. at alle koordinatsystemer som er i ro eller har konstant hastighet i forhold til jordoverflaten er treghetssystemer





Impulslikningen oppsummert

Merk hvilke koordinatsystem som gjelder

TABLE 6.1 Summary of the Linear Momentum Equation

Description	Equation	Terms
General equation	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{\text{ext}} = \frac{d}{dt}\int_{\text{cv}} \mathbf{v}\rho\, d\forall + \int_{\text{cs}} \rho\mathbf{v}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{dA})$ Eq. (6.7)	$(\Sigma\mathbf{F})_{\text{ext}}$ = sum of external forces (N) t = time (s) **v** = velocity measured from the selected ref. frame (m/s) (must select a reference frame that is inertial) $\mathbf{v}_{\text{cv}}$ = velocity of CV from selected ref. frame (m/s) **V** = velocity measured from the control surface (m/s) ρ = density of fluid (kg/m^3) m_{cv} = mass of the matter inside the control volume (kg) $\dot{m}_o$ = mass flow rate out of the control volume (kg/s) $\dot{m}_i$ = mass flow rate into the control volume (kg/s)
Simplified equation Use this equation for most problems. Assumptions: (a) All particles inside the CV have the same velocity, and (b) when flow crosses the CS, the velocity is uniformly distributed.	$\left(\sum \mathbf{F}\right)_{\text{ext}} = \frac{d(m_{\text{cv}}\mathbf{v}_{\text{cv}})}{dt} + \sum_{\text{cs}} \dot{m}_o\mathbf{v}_o - \sum_{\text{cs}} \dot{m}_i\mathbf{v}_i$ Eq. (6.10)	

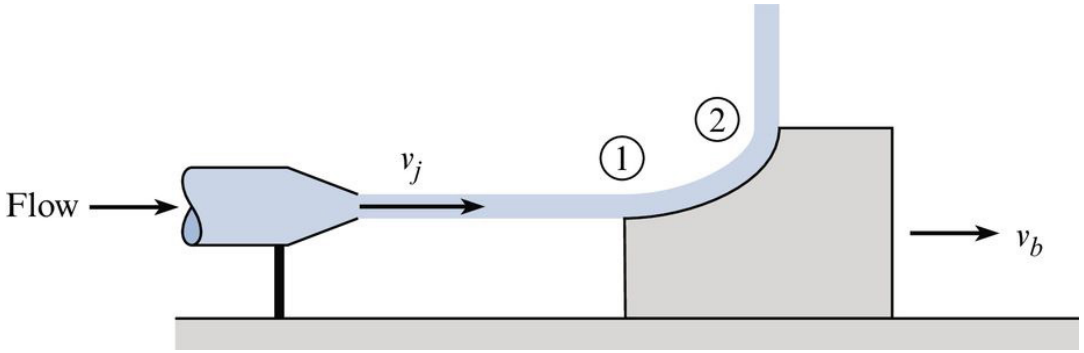
$$(\Sigma\mathbf{F})_{\text{ekst}} = \rho\left(\sum_{\text{cs}} Q_o\mathbf{v}_o - \sum_{\text{cs}} Q_i\mathbf{v}_i\right)$$

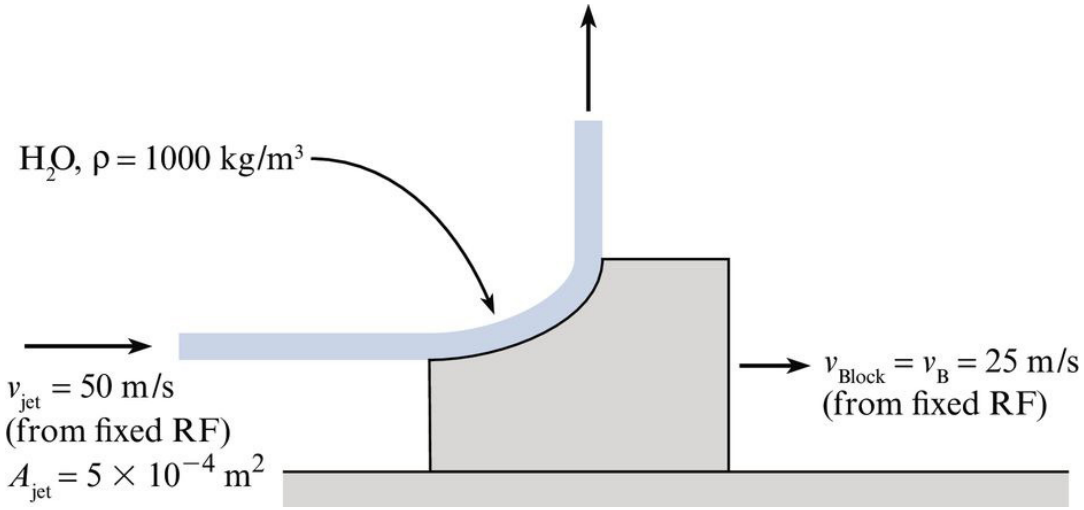
Her er $\dot{m}$ og Q masse- og volumstrøm gjennom kontrollflaten – må alltid bruke hastighet målt relativt til kontrollflaten for beregning av disse. Hastigheten **v** måles derimot i det valgte koordinatsystemet.

Antakelser i tillegg til det som er nevnt: Stasjonær og inkompressibel strømning

EFM Eksempel 6.7

- En dyse i ro sender en vannstråle med hastighet $v_j = 50\ \mathrm{m/s}$ og tverrsnittareal $A_j = 5\ \mathrm{cm}^2$ mot en kloss som beveger seg med konstant hastighet på $v_b = 25\ \mathrm{m/s}$
  - Hastighetene er målt i et koordinatsystem som er i ro (målt fra dysen)
  - Strålen forlater klossen med en hastighet som er vinkelrett på klossens hastighet
- Klossen sklir med friksjon mot underlaget – **bestem friksjonskraften på klossen**
  1. Først vha. koordinatsystem som beveger seg med klossen
  2. Deretter vha. et koordinatsystem i ro
  - I begge tilfeller må kontrollvolumet følge med klossen

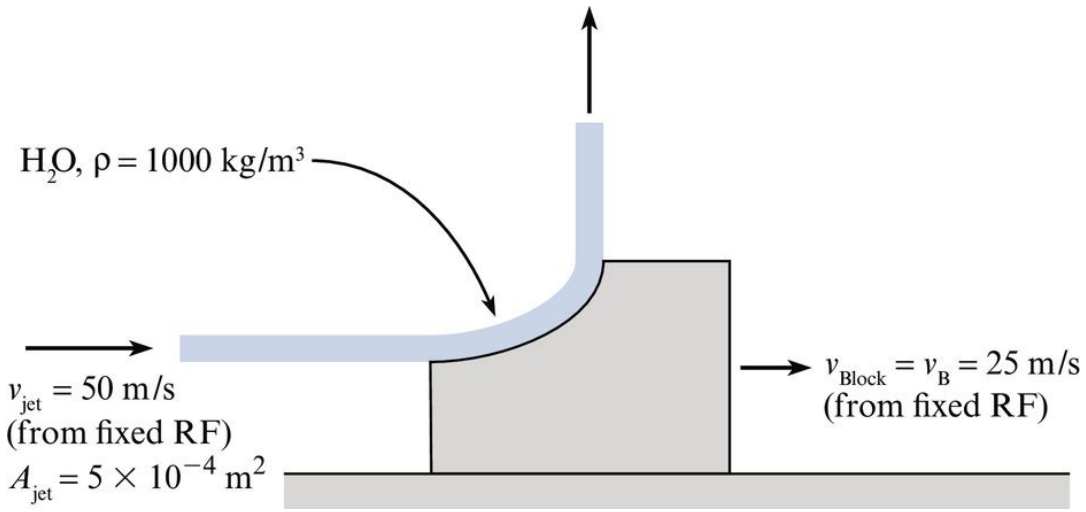


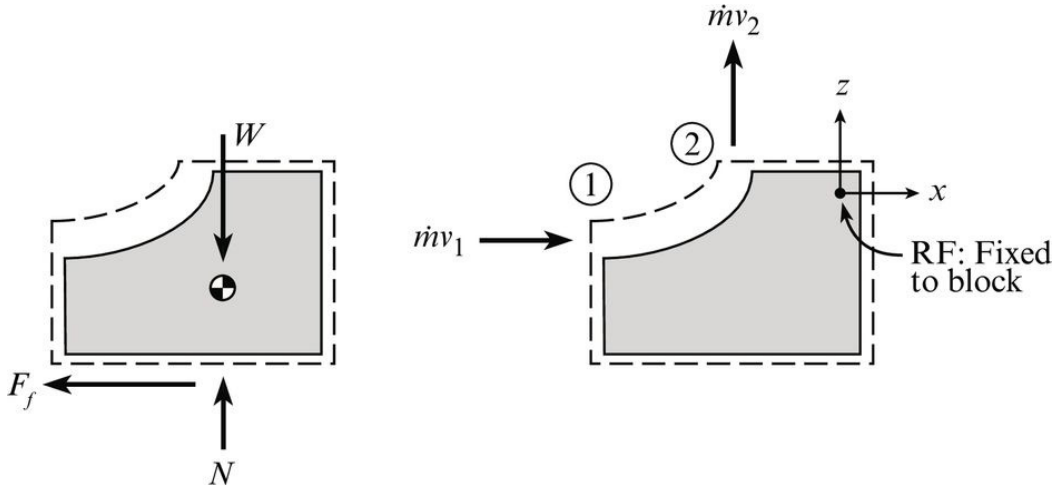


EFM Eksempel 6.7

- Først: Koordinatsystem som beveger seg med klossen
  - Vektordiagram for krefter
  - Vektordiagram for bevegelsesmengdetransport
- Hastigheten inn i snitt 1 er helt horisontal med størrelse

$$v_1 = v_j - v_b = 25\ \mathrm{m/s}$$





Krefter Bevegelsesmengde

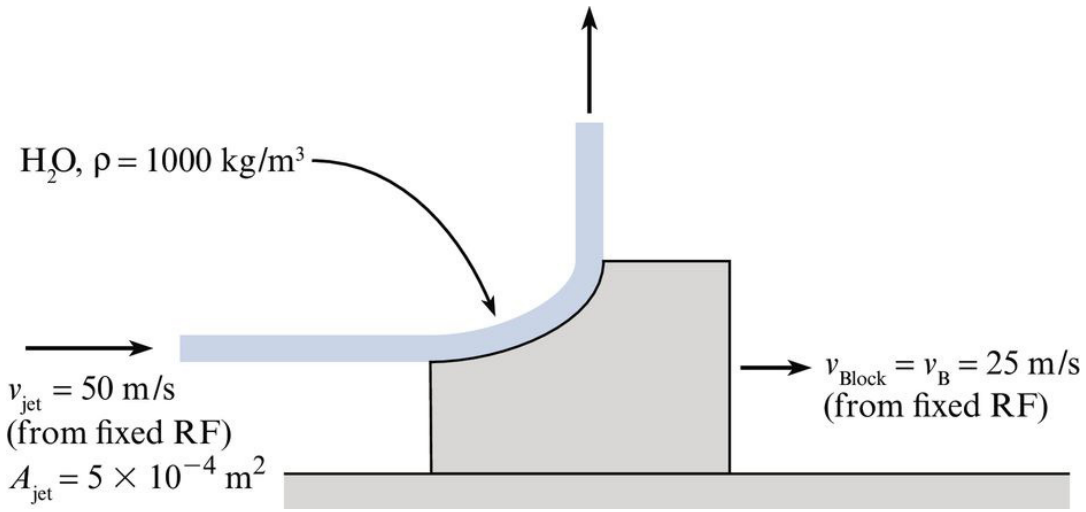
EFM Eksempel 6.7

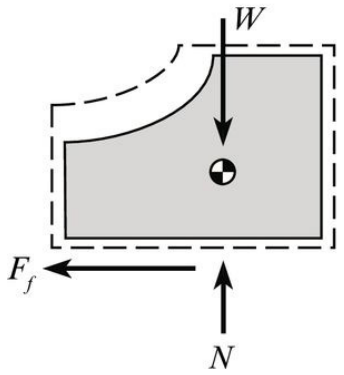
- Først: Koordinatsystem som beveger seg med klossen
  - Vektordiagram for krefter
  - Vektordiagram for bevegelsesmengdetransport
- Hastigheten inn i snitt 1 er helt horisontal med størrelse

$$v_1 = v_j - v_b = 25\ \mathrm{m/s}$$

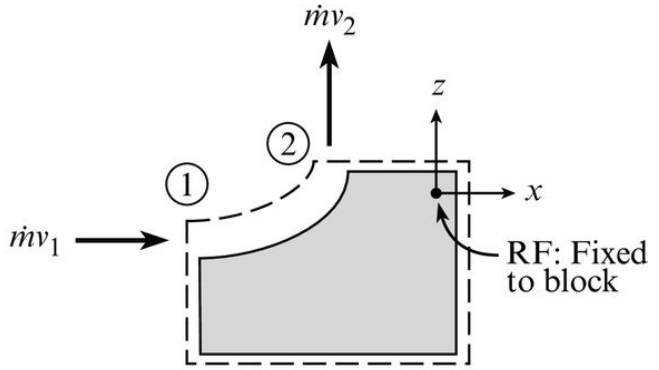
- Hastigheten ut i snitt 2 er helt vertikal med størrelse (Bernoulli-argument som for skovl i ro)

$$v_2 = v_1 = 25\ \mathrm{m/s}$$





Krefter



Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.7

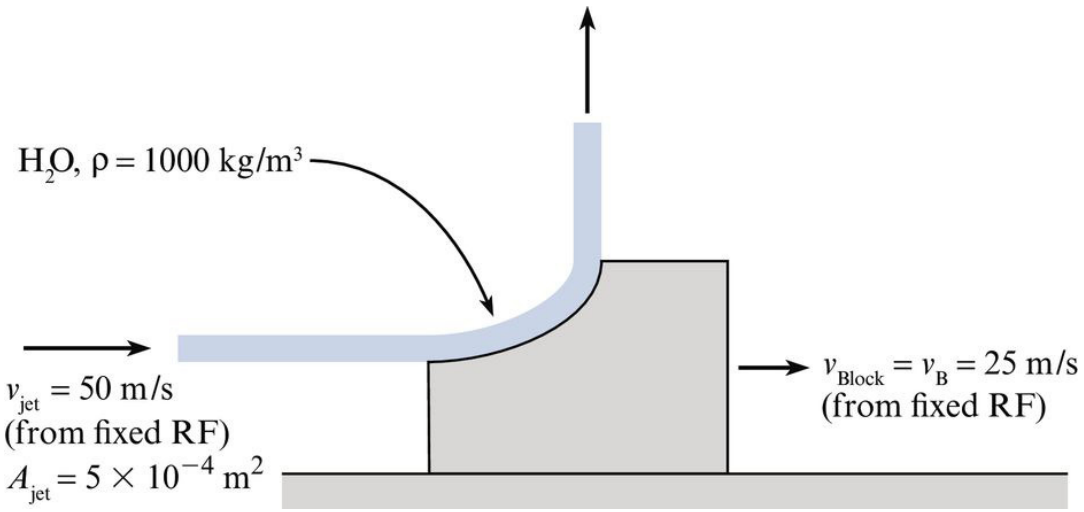
- Koordinatsystem som beveger seg med klossen

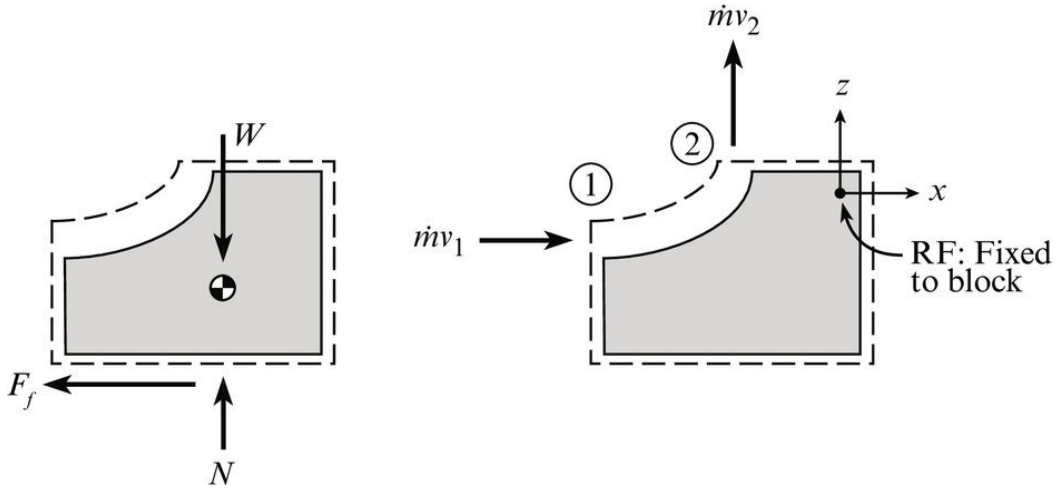
$$v_1 = v_j - v_b = 25\ \mathrm{m/s}$$
$$v_2 = v_1 = 25\ \mathrm{m/s}$$

- Impulslikningen i x-retning:

$$\sum F_x = \sum_{\mathrm{cs}} \dot{m}_o v_{o,x} - \sum_{\mathrm{cs}} \dot{m}_i v_{i,x}$$

$$-F_f = -\dot{m} v_1$$





Krefter

Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.7

- Koordinatsystem som beveger seg med klossen

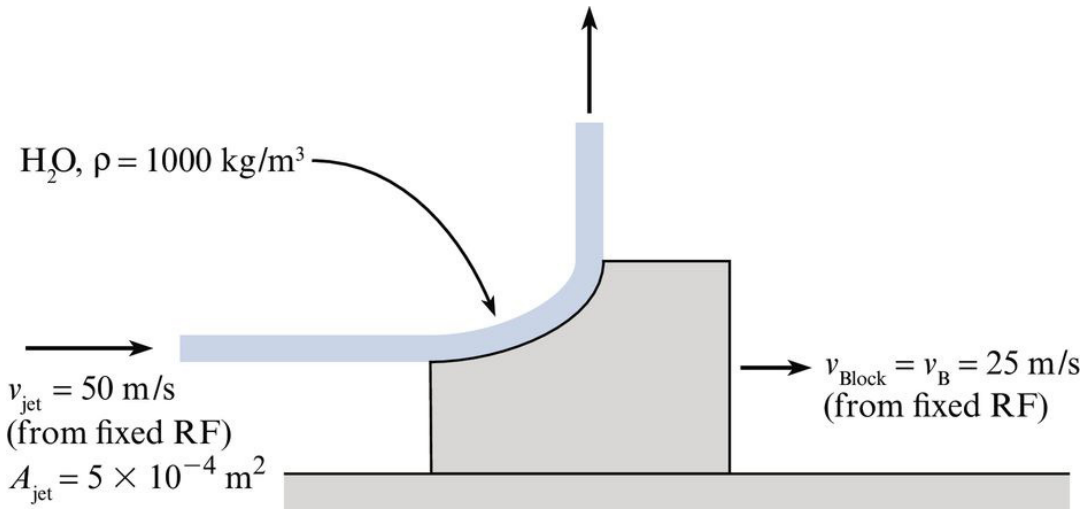
$$v_1 = v_j - v_b = 25\ \mathrm{m/s}$$
$$v_2 = v_1 = 25\ \mathrm{m/s}$$

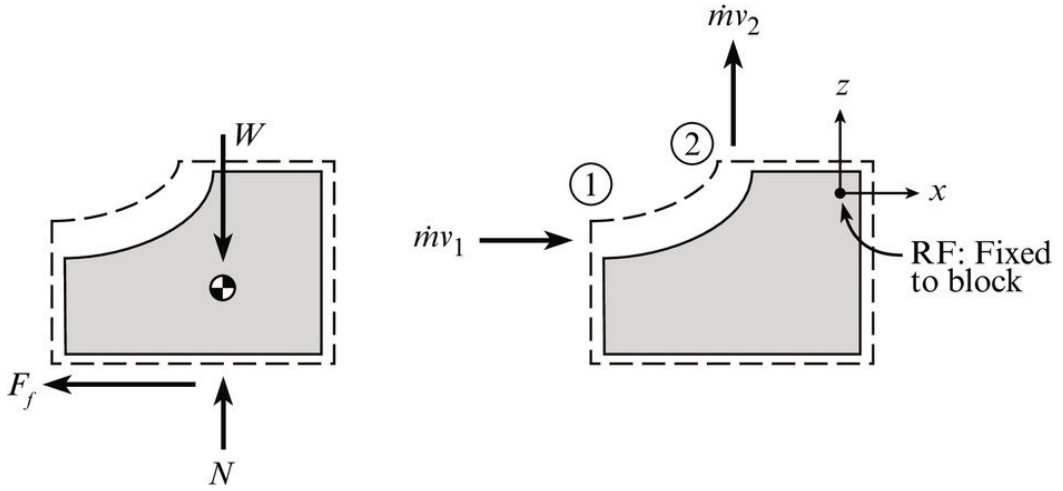
- Impulslikningen i x-retning:

$$\sum F_x = \sum_{\mathrm{cs}} \dot{m}_o v_{o,x} - \sum_{\mathrm{cs}} \dot{m}_i v_{i,x}$$

$$-F_f = -\dot{m} v_1$$

$$-F_f = -\rho A_j v_1 v_1 = -\rho A_j v_1^2$$





Krefter

Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.7

- Koordinatsystem som beveger seg med klossen

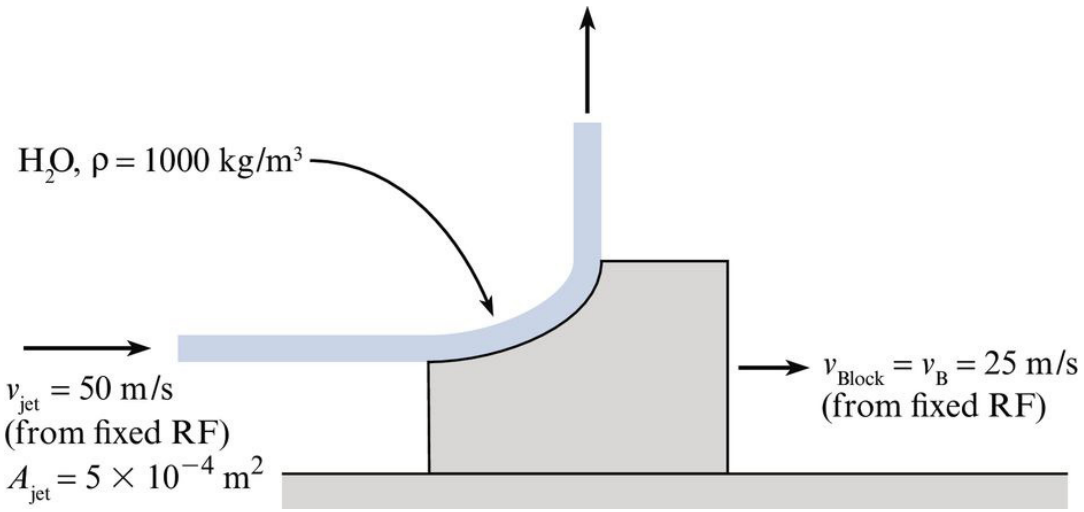
$$v_1 = v_j - v_b = 25\ \mathrm{m/s}$$
$$v_2 = v_1 = 25\ \mathrm{m/s}$$
$$-F_f = -\dot{m}v_1$$

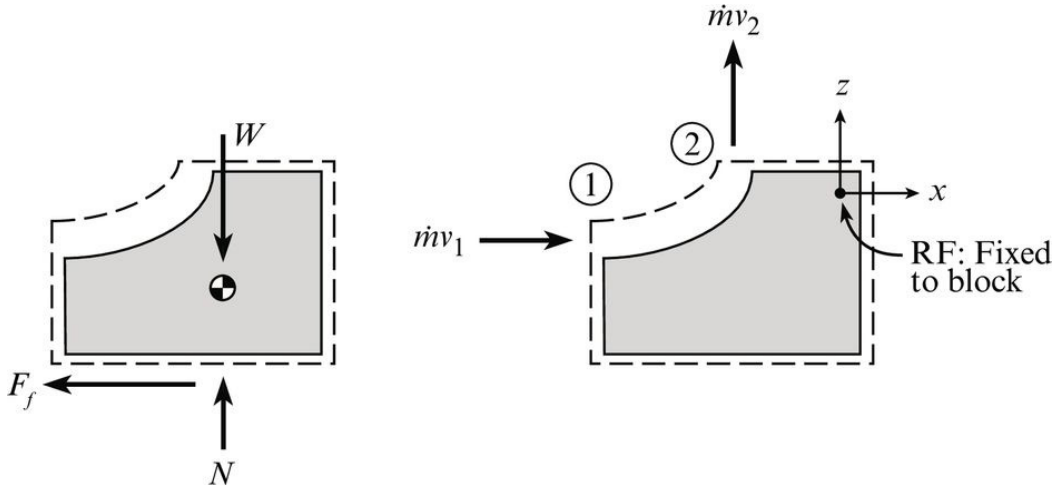
- Vi får

$$-F_f = -\rho A_j v_1 v_1 = -\rho A_j v_1^2$$

$$F_f = \rho A_j v_1^2 = 1000 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 25^2\ \mathrm{N} = 312.5\ \mathrm{N}$$

- Vi trengte ikke impulslikningen i z-retning





Krefter Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.7

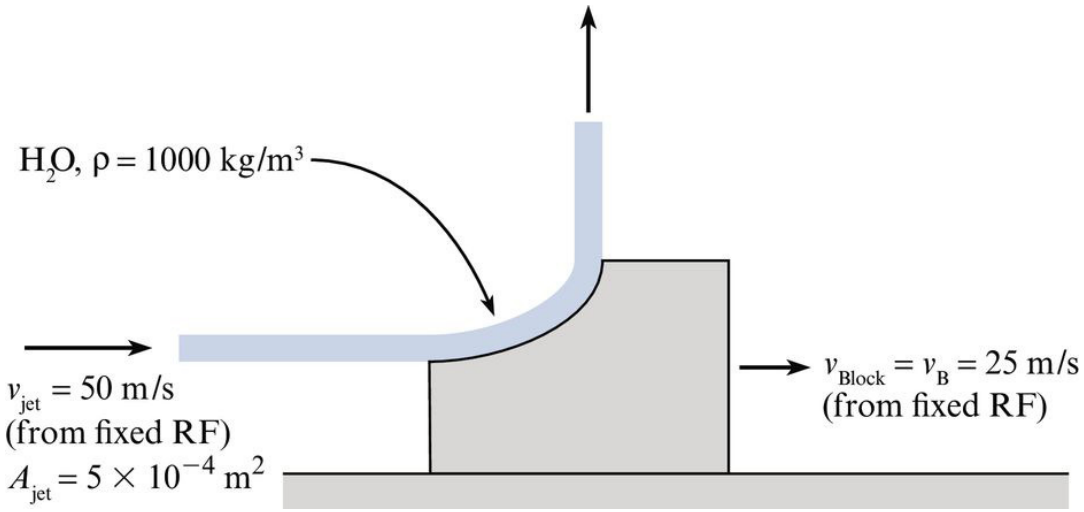
- Deretter: Koordinatsystem i ro
  - Vektordiagram for krefter
  - Vektordiagram for bevegelsesmengdetransport
- Hastigheten inn i snitt 1 er helt horisontal med størrelse

$$v_1 = v_j = 50\ \mathrm{m/s}$$

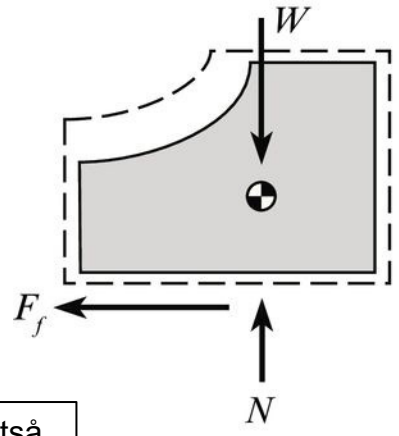
- Hastigheten ut i snitt 2 er skrå med komponenter:

$$v_{2,x} = v_b = 25\ \mathrm{m/s}$$

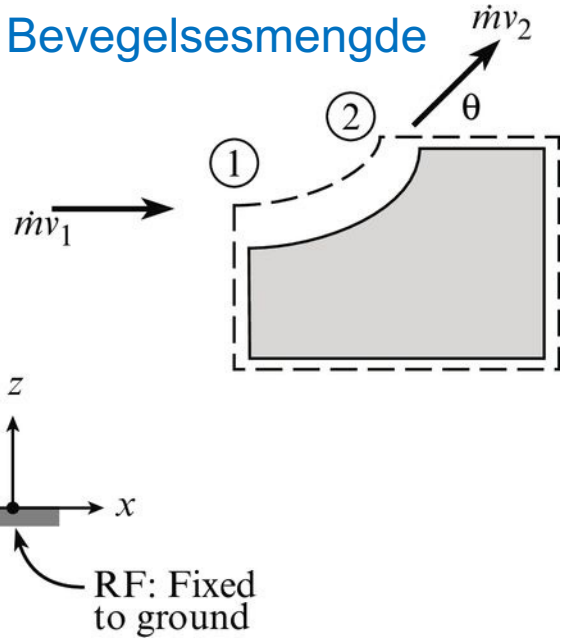
$$v_{2,z} = 25\ \mathrm{m/s}$$



Krefter



Bevegelsesmengde



0 relativt til klossen, altså må den være 25 m/s i et koordinatsystem i ro

25 m/s relativt til klossen. Klossen beveger seg ikke i z-retning, så denne blir som før.

$$v_2 = \sqrt{v_{2,x}^2 + v_{2,z}^2} = 35.4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} < v_j = 50\ \mathrm{m/s}$$

Hvorfor? I dette koordinatsystemet gjør strålen arbeid på klossen!

EFM Eksempel 6.7

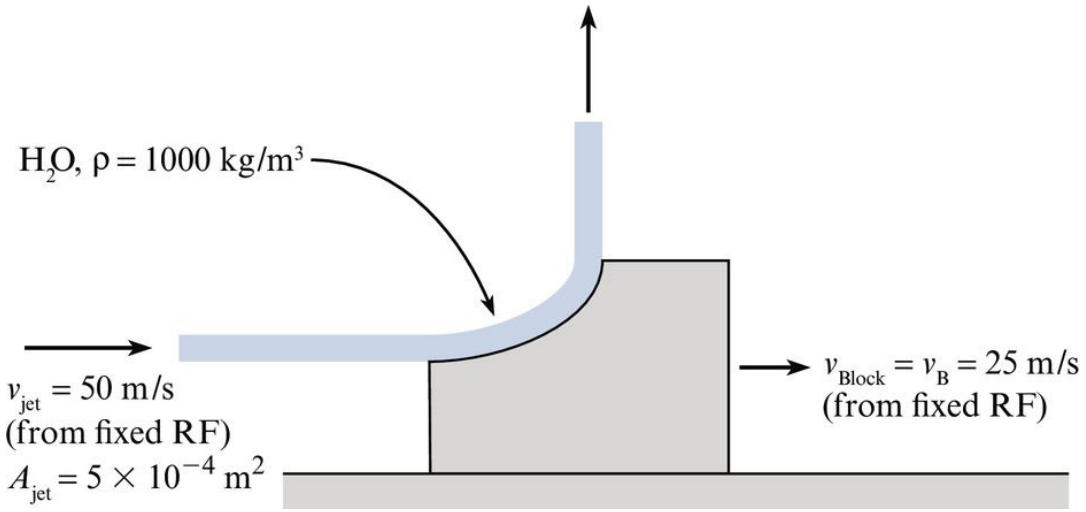
- Koordinatsystem i ro

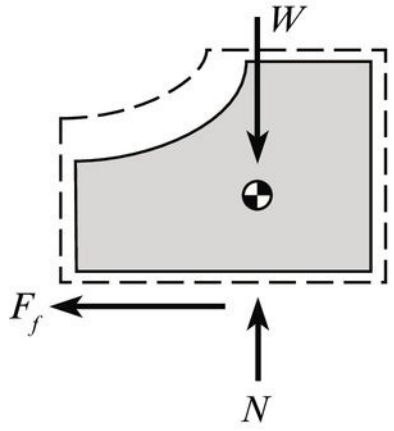
$$v_1 = v_j = 50\ \mathrm{m/s}$$
$$v_{2,x} = v_b = 25\ \mathrm{m/s}$$
$$v_{2,z} = 25\ \mathrm{m/s}$$

- Impulslikningen i x-retning:

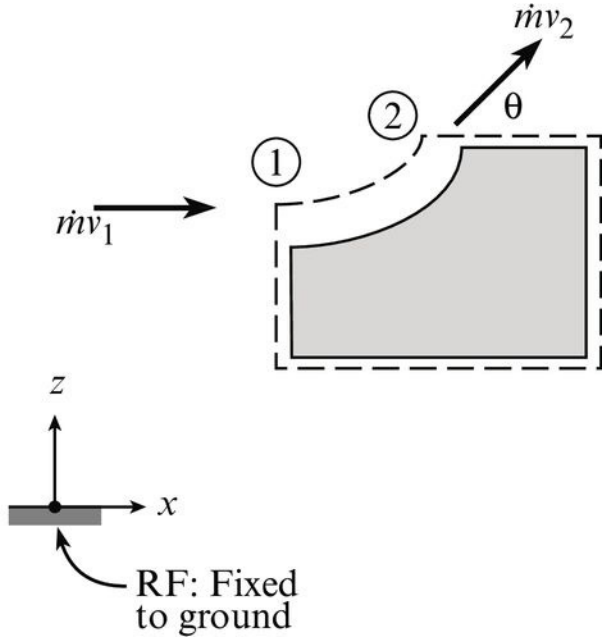
$$\sum F_x = \sum_{\mathrm{cs}} \dot{m}_o v_{o,x} - \sum_{\mathrm{cs}} \dot{m}_i v_{i,x}$$

$$-F_f = \dot{m} v_{2,x} - \dot{m} v_1$$



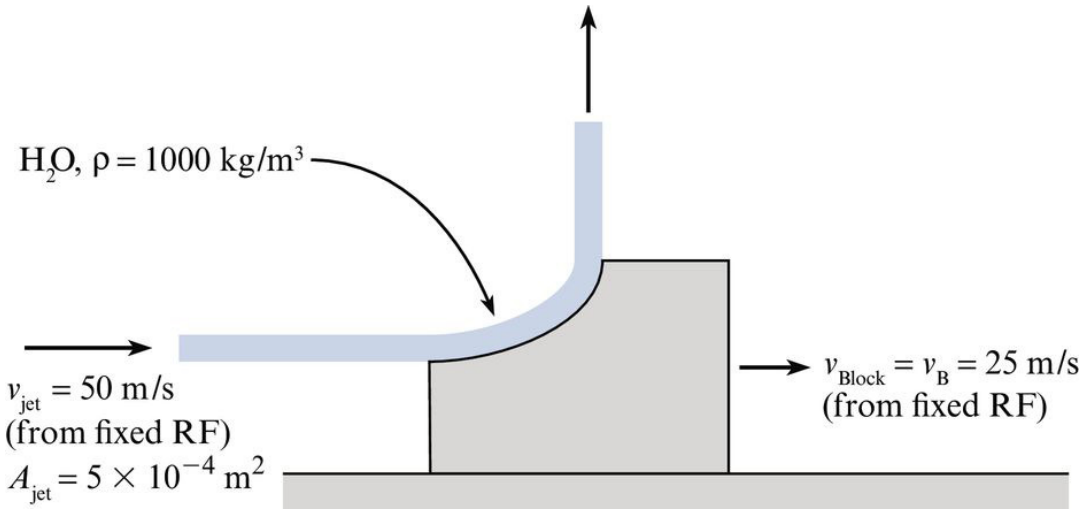


Krefter



Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.7



- Koordinatsystem i ro

$$v_1 = v_j = 50\ \text{m/s}$$
$$v_{2,x} = v_b = 25\ \text{m/s}$$
$$v_{2,z} = 25\ \text{m/s}$$
$$-F_f = \dot{m}v_{2,x} - \dot{m}v_1$$

- Vi får

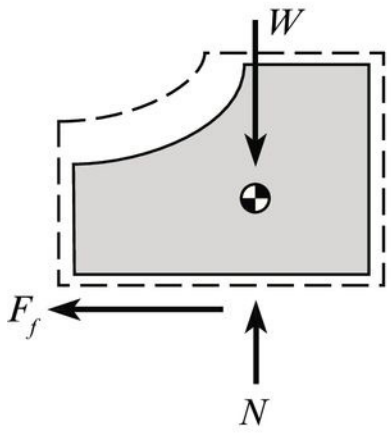
$$F_f = \dot{m}(v_1 - v_{2,x})$$

- Husk at $\dot{m}$ beregnes relativt til kontrollflaten

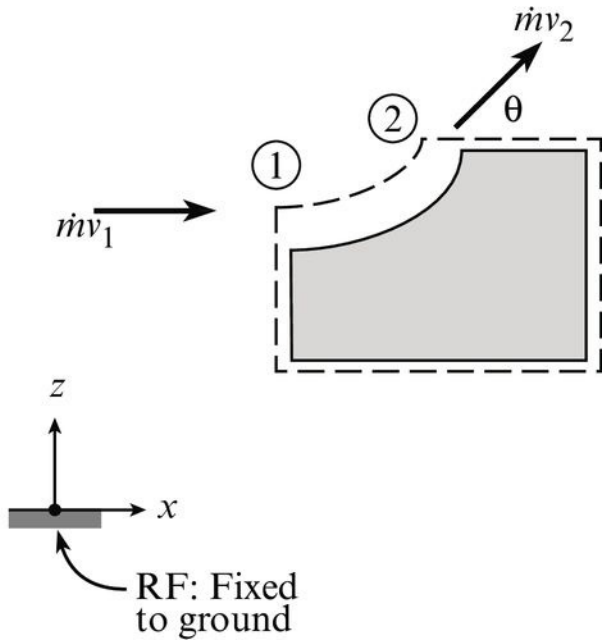
$$\dot{m} = \rho A_j(v_j - v_b) = \rho A_j(v_1 - v_{2,x})$$

- Vi får

$$F_f = \rho A_j(v_1 - v_{2,x})^2 = 312.5\ \text{N}$$



Krefter



Bevegelsesmengde

EFM Eksempel 6.7

- Koordinatsystem som beveger seg med klossen

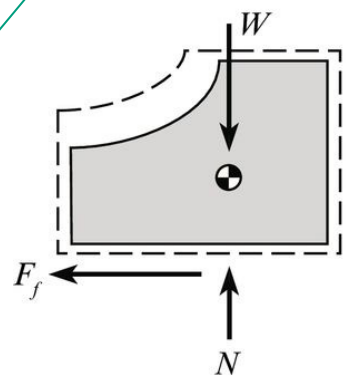
$$F_f = \rho A_j v_1^2 = 312.5 \text{ N}$$

- Koordinatsystem i ro

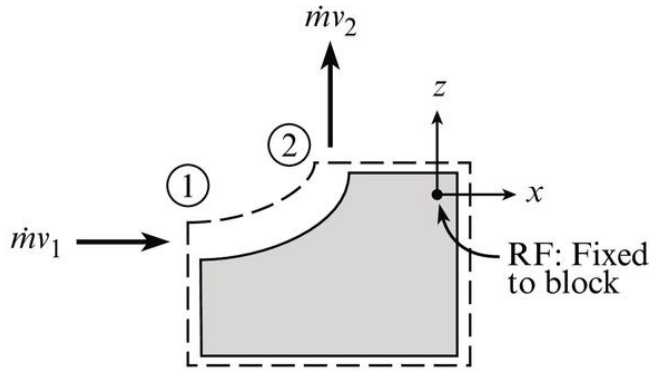
$$F_f = \rho A_j \left(v_1 - v_{2,x}\right)^2 = 312.5 \text{ N}$$

- Enklere å bruke et koordinatsystem som følger klossen
  - Gjelder når vi har konstant rettlinjet bevegelse
- Kontrollvolumet følger klossen uansett
- Hvis klossen hadde vært under akselerasjon blir det verre (ikke pensum)

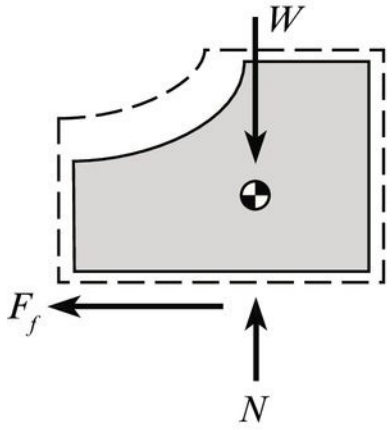
Her er v_1 og v_2 forskjellig i de to koordinatsystemene!



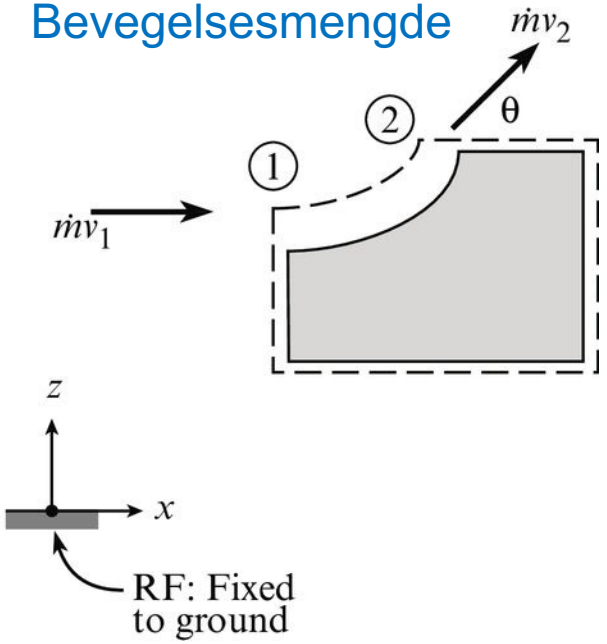
Krefter



Bevegelsesmengde



Krefter



Bevegelsesmengde