Fra sist: Vi kjenner hastighetsfeltet **V**(x,y,z,t).
Hvordan regner vi ut akselerasjonen i hver punkt <x,y,z> i strømningen?

Sett opp et uttrykk for **a**(x,y,z,t)

Det vil si, hva er fluidpartiklenes akselerasjon?

Vi ser hastighetsfeltet **V**(**r**,t)
utenfra fra et Euler-perspektiv

Hastighetsfeltet **V**(**r**,t) = <u,v,w> = u(**r**,t)**i** + v(**r**,t)**j** + w(**r**,t)**k**
r = <x,y,z>

Fra sist: Vi kjenner hastighetsfeltet **V**(x,y,z,t). Hvordan regner vi ut akselerasjonen fluidpartiklene opplever i hver punkt <x,y,z> i strømningen?

Løsning:

$$\underbrace{\boldsymbol{a}\,(x,y,z,t)}_{\text{Fluidpartiklenes akselerasjon}} = \underbrace{\frac{d\boldsymbol{V}(x,y,z,t)}{dt}}_{\text{endringen av } \mathbf{V} \text{ per tid partiklene opplever}} = \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}\frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}\frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z}\frac{dz}{dt}\boldsymbol{k}$$

Hastighetsfeltet **V**(**r**,t) = <u,v,w> = u(**r**,t)**i** + v(**r**,t)**j** + w(**r**,t)**k**
r = <x,y,z>

Fra sist: Vi kjenner hastighetsfeltet **V**(x,y,z,t). Hvordan regner vi ut akselerasjonen fluidpartiklene opplever i hver punkt <x,y,z> i strømningen?

Løsning:

$$\underbrace{\boldsymbol{a}\,(x,y,z,t)}_{\text{Fluidpartiklenes akselerasjon}} = \underbrace{\frac{d\boldsymbol{V}(x,y,z,t)}{dt}}_{\text{endringen av } \mathbf{V} \text{ per tid partiklene opplever}} = \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}}_{\text{Lokal akselerasjon}} + \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}\frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}\frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z}\frac{dz}{dt}\boldsymbol{k}}_{\text{Konvektiv akselerasjon}}$$

Lokal akselerasjon på faste punkter i strømningen (=0 ved stasjonær strømning)

Konvektiv akselerasjon (akselerasjonen en fluidpartikkel opplever på grunn av romlige hastighetsendringer, for eksempel på grunn av en innsnevring som fører til at hastigheten øker)

Hastighetsfeltet **V**(**r**,t) = <u,v,w> = u(**r**,t)**i** + v(**r**,t)**j** + w(**r**,t)**k**
r = <x,y,z>

Fra sist: Vi kjenner hastighetsfeltet **V**(x,y,z,t). Hvordan regner vi ut akselerasjonen fluidpartiklene opplever i hver punkt <x,y,z> i strømningen?

Løsning:

$$\underbrace{\boldsymbol{a}\,(x,y,z,t)}_{\text{Fluidpartiklenes akselerasjon}} = \underbrace{\frac{d\boldsymbol{V}(x,y,z,t)}{dt}}_{\text{endringen av } \mathbf{V} \text{ per tid partiklene opplever}} = \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}}_{\text{Lokal akselerasjon}} + \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}\boxed{u}\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}\boxed{v}\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z}\boxed{w}\boldsymbol{k}}_{\text{Konvektiv akselerasjon}}$$

Lokal akselerasjon på faste punkter i strømningen (=0 ved stasjonær strømning)

Konvektiv akselerasjon (akselerasjonen en fluidpartikkel opplever på grunn av romlige hastighetsendringer, for eksempel på grunn av en innsnevring som fører til at hastigheten øker)

Hastighetsfeltet **V**(**r**,t) = <u,v,w> = u(**r**,t)**i** + v(**r**,t)**j** + w(**r**,t)**k**
r = <x,y,z>

Fra sist: Vi kjenner hastighetsfeltet **V**(x,y,z,t). Hvordan regner vi ut akselerasjonen fluidpartiklene opplever i hver punkt <x,y,z> i strømningen?

Løsning:

$$\underbrace{\boldsymbol{a}\,(x,y,z,t)}_{\text{Fluidpartiklenes akselerasjon}} = \underbrace{\frac{d\boldsymbol{V}(x,y,z,t)}{dt}}_{\text{endringen av } \mathbf{V} \text{ per tid partiklene opplever}} = \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}\overbrace{\frac{dx}{dt}}^{u}\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}\overbrace{\frac{dy}{dt}}^{v}\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z}\overbrace{\frac{dz}{dt}}^{w}\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a}\,(x,y,z,t) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y,z,t)}{dt} = \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}}_{\text{Lokal akselerasjon}} + \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}u\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}v\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z}w\boldsymbol{k}}_{\text{Konvektiv akselerasjon}}$$

Lokal akselerasjon på faste punkter i strømningen (=0 ved stasjonær strømning)

Konvektiv akselerasjon (akselerasjonen en fluidpartikkel opplever på grunn av romlige hastighetsendringer, for eksempel på grunn av en innsnevring som fører til at hastigheten øker)

Hastighetsfeltet **V**(**r**,t) = <u,v,w> = u(**r**,t)**i** + v(**r**,t)**j** + w(**r**,t)**k**

r = <x,y,z>

Fra sist: Vi kjenner hastighetsfeltet **V**(x,y,z,t). Hvordan regner vi ut akselerasjonen fluidpartiklene opplever i hver punkt <x,y,z> i strømningen?

Vi ser hastighetsfeltet **V**(**r**,t) utenfra fra et Euler-perspektiv

Løsning:

$$\underbrace{\boldsymbol{a}\,(x,y,z,t)}_{\text{Fluidpartiklenes akselerasjon}} = \underbrace{\frac{d\boldsymbol{V}(x,y,z,t)}{dt}}_{\text{endringen av } \mathbf{V} \text{ per tid partiklene opplever}} = \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}\frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}\frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z}\frac{dz}{dt}\boldsymbol{k}$$

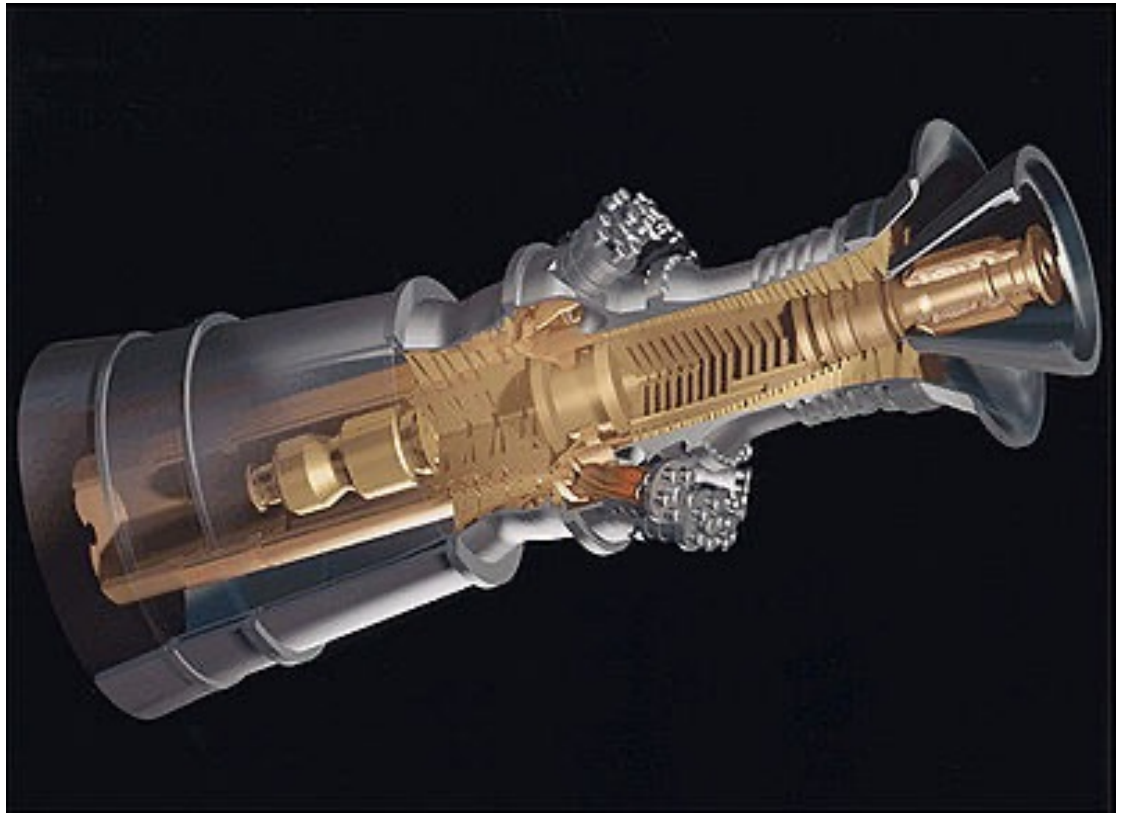
$$\boldsymbol{a}\,(x,y,z,t) = \boxed{\frac{d\boldsymbol{V}(x,y,z,t)}{dt}} = \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}}_{\text{Lokal akselerasjon}} + \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}u\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}v\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z}w\boldsymbol{k}}_{\text{Konvektiv akselerasjon}}$$

Kalles den **partikkelderiverte**

(materiellderiverte) av hastigheten og skrives ofte med "stor D", altså som $\frac{D\boldsymbol{V}(x,y,z,t)}{Dt}$.

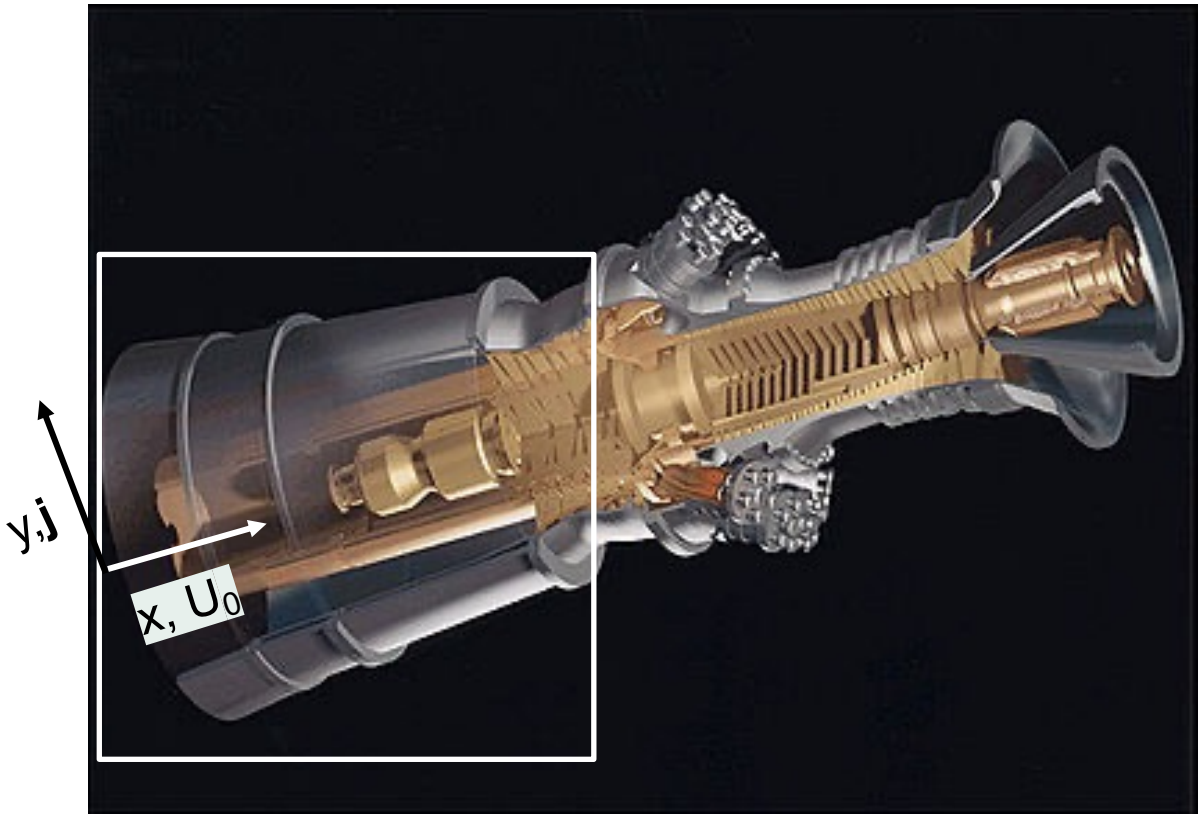
r = <x,y,z>

Praktisk eksempel: Vi vil finne akselerasjonen $\boldsymbol{a}\ (x, y, t)$ til fluidpartikler i innløpet til en gasstubin.



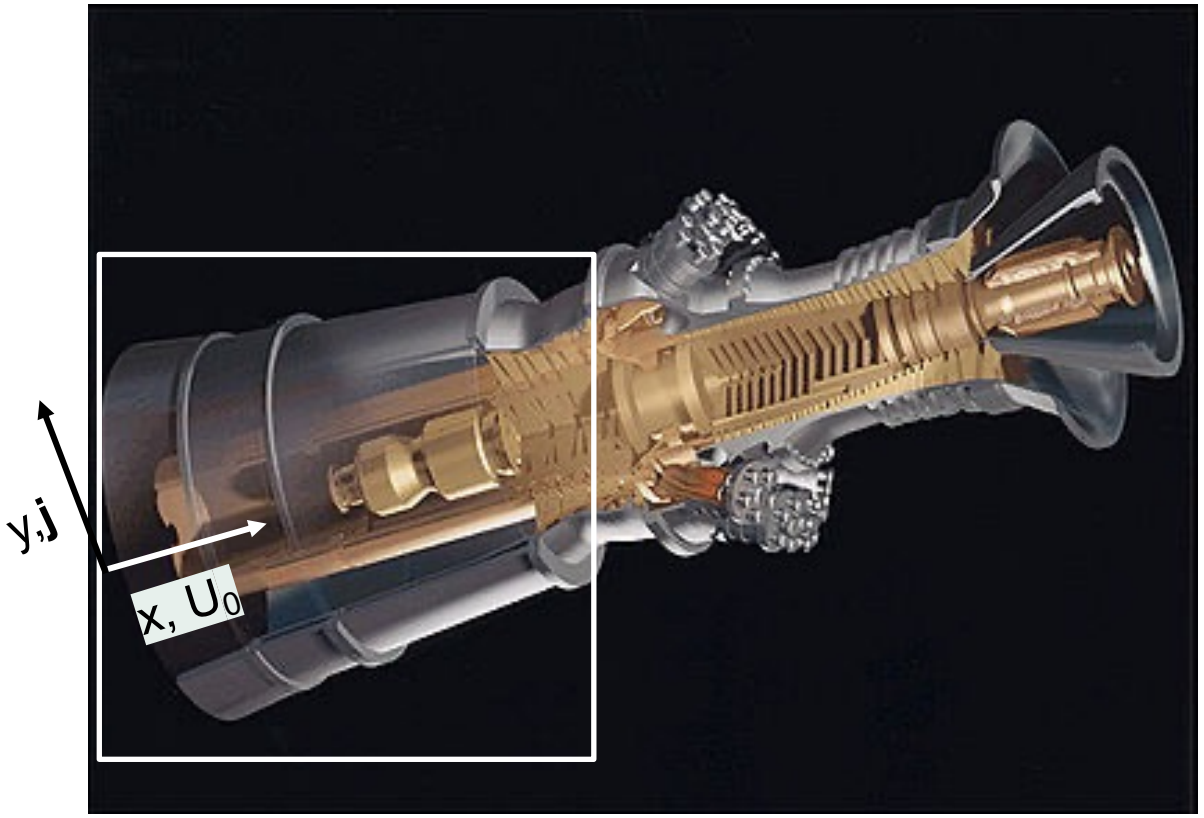
Licensed under CC BY

Praktisk eksempel: Vi vil finne akselerasjonen $\boldsymbol{a}\ (x, y, t)$ til fluidpartikler i innløpet til en gasstubin.

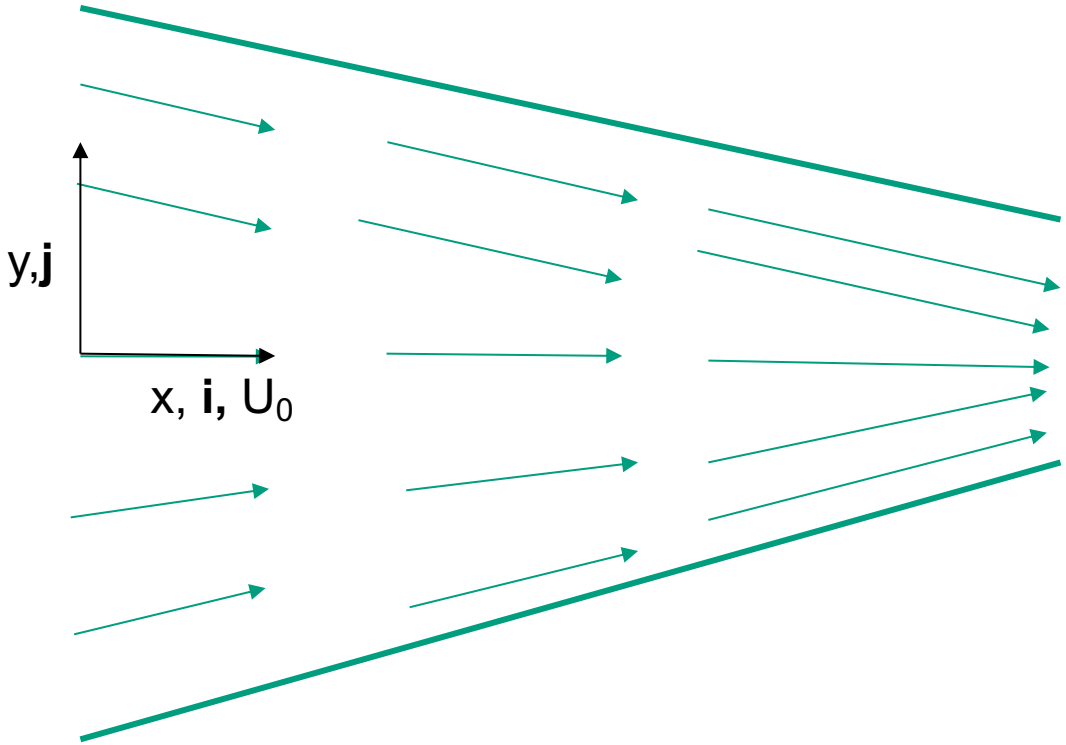


Licensed under CC BY

Praktisk eksempel: Vi vil finne akselerasjonen $\boldsymbol{a}\,(x, y, t)$ til fluidpartikler i innløpet til en gasstubin.



Licensed under CC BY

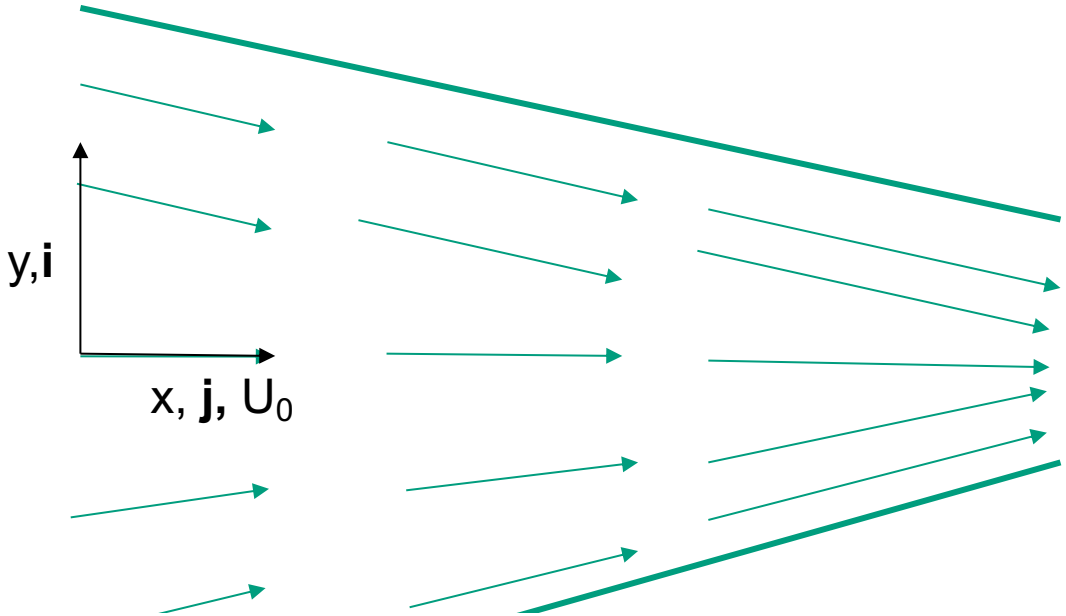


Strømningen er 2D (i x- og y-retning), stasjonær ($\partial \boldsymbol{V}/\partial t = 0$) og hastigheten i x-retning i innløpet er U_0. Hastighetsfeltet er kjent: **V**(x,y) = (U_0+ax)**i** – by**j.**

Hastighetsfeltet (2D, stasjonær): **V**(x,y,t) = <u,v> = u(x,y)**i** + v(x,y)**j**

Strømningen er stasjonær ($\partial \boldsymbol{V}/\partial t = 0$) og har hastighetsfelt
V(x,y) = $\underbrace{(U_0+ax)}_{u}$**i** $\underbrace{- by}_{v}$**j** = <U_0+ax,-by>.

Individuell: Regn ut akselerasjonsvektoren $\boldsymbol{a}\,(x, y, t)$ i hver punkt <x,y> i fluidet?



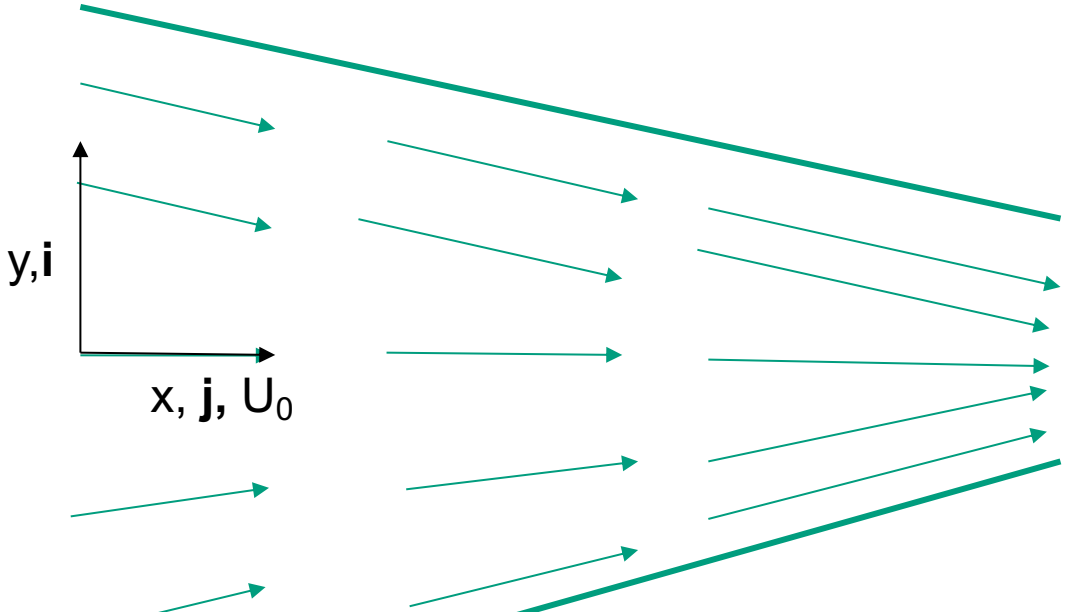
$$\boldsymbol{a}\,(x,y,t) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y,t)}{dt} = \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}}_{\text{Lokal akselerasjon}} + \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}u\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}v\boldsymbol{j}}_{\text{Konvektiv akselerasjon}}$$

Hastighetsfeltet (2D, stasjonær): **V**(x,y,t) = <u,v> = u(x,y)**i** + v(x,y)**j**

Strømningen er stasjonær ($\partial \boldsymbol{V}/\partial t = 0$) og har hastighetsfelt

V(x,y) = $\underbrace{(U_0+x)}_{u}$**i** – $\underbrace{y}_{v}$**j** = <U_0+ax,-by>.

Gå sammen to og to: Hva er $\boldsymbol{a}\,(x, y, t)$?



$$\boldsymbol{a}\,(x,y,t) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y,t)}{dt} = \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}}_{\text{Lokal akselerasjon}} + \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}u\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}v\boldsymbol{j}}_{\text{Konvektiv akselerasjon}}$$

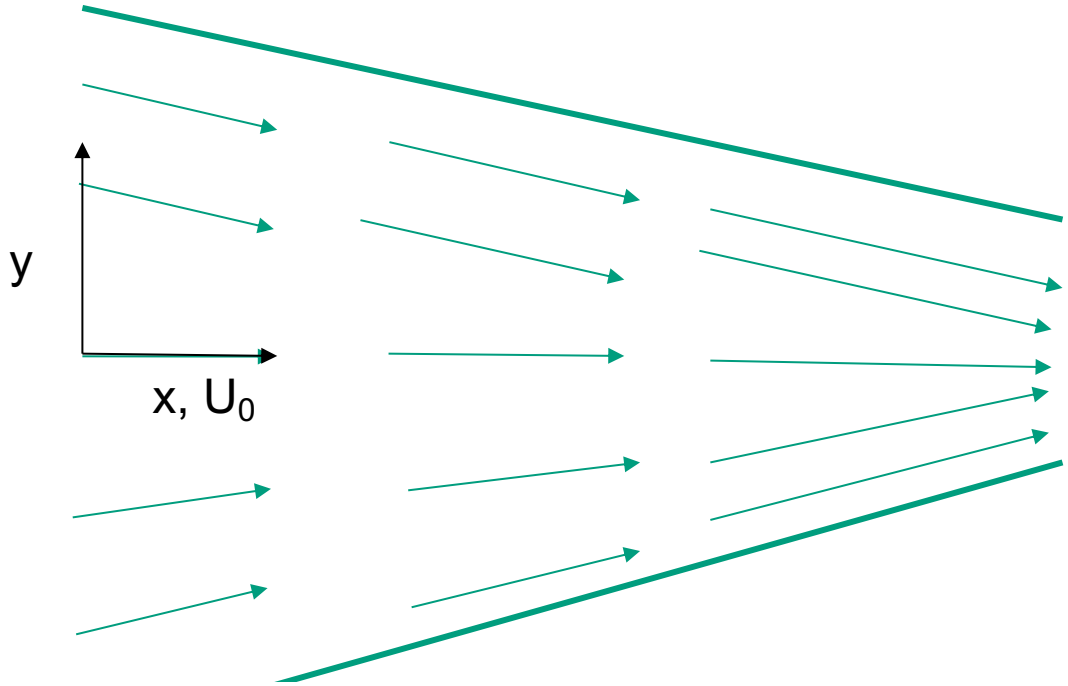
Hastighetsfeltet (2D, stasjonær): **V**(x,y,t) = <u,v> = u(x,y)**i** + v(x,y)**j**

Strømningen er stasjonær og har hastighetsfelt $\mathbf{V}(x,y) = (U_0+ax)\mathbf{i} - by\mathbf{j}$.

Regn ut akselerasjonen i hver punkt <x,y> i strømningen?

Løsningen er:

$$\boldsymbol{a}(x,y) = a(U_0 + ax)\boldsymbol{i} + b^2 y\boldsymbol{j}$$



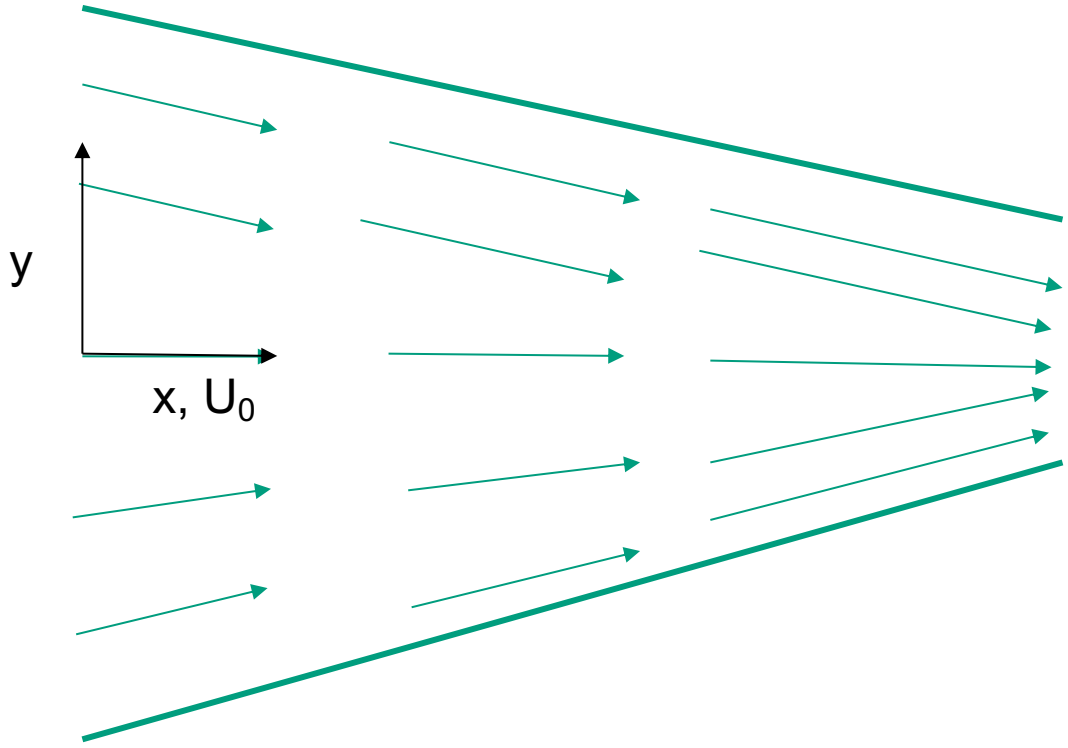
$$\boldsymbol{a}\,(x,y,t) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y,t)}{dt} = \frac{\boldsymbol{\partial V}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x}u\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y}v\boldsymbol{j}$$

Hastighetsfeltet (2D, stasjonær): **V**(x,y,t) = <u,v> = u(x,y)**i** + v(x,y)**j**

Strømningen er stasjonær og har hastighetsfelt
$\mathbf{V}(x,y) = (U_0+ax)\mathbf{i} - by\mathbf{j}$.
Regn ut akselerasjonen i hver punkt <x,y> i strømningen?

Løsningen er:

$$\boldsymbol{a}(x,y) = a(U_0 + ax)\boldsymbol{i} + b^2 y\boldsymbol{j}$$



Med akselerasjon i x-retning lik:

$$a_x(x,y) = a(U_0 + ax)$$

Og akselerasjon i y-retning lik:

$$a_y(x,y) = b^2 y$$

$$\boldsymbol{a}\,(x,y) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y)}{dt} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = < a_x, a_y >$$

Individuell: Regn ut akselerasjonsvektor i x- og y retning ($a_x \, og \, a_y$) i punktet (0,0), dvs. i innløpet.

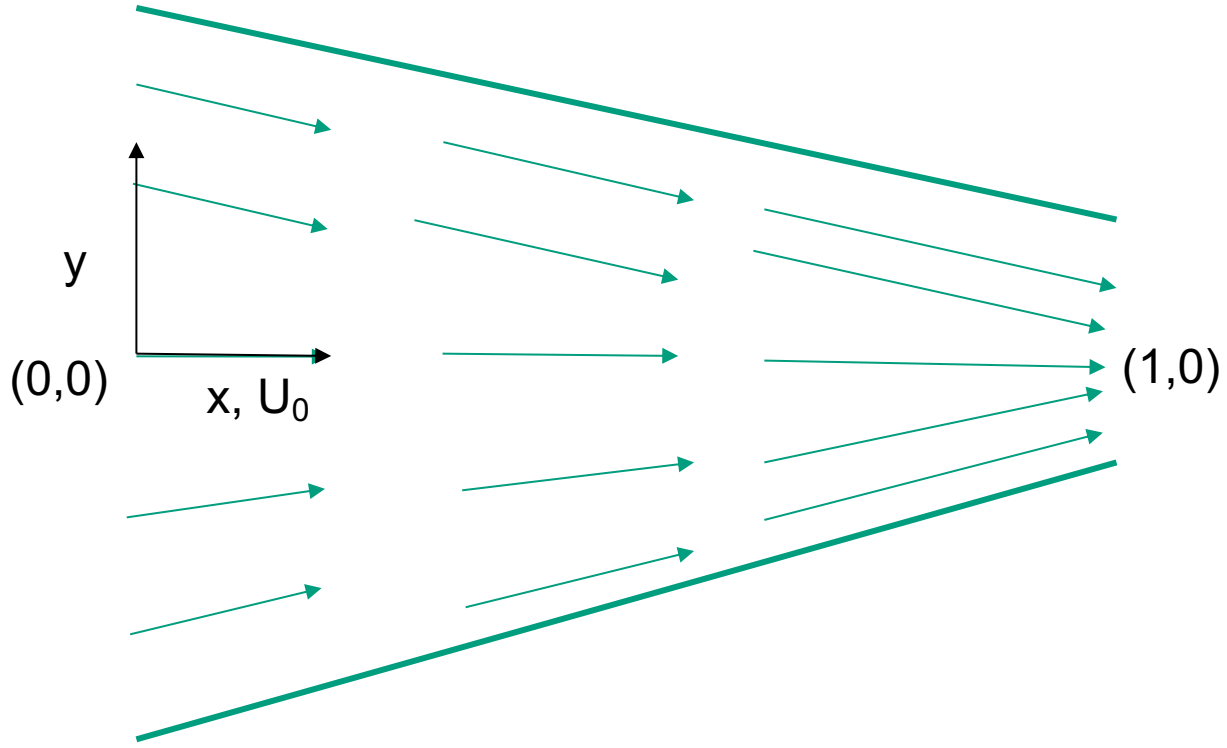
$$\boldsymbol{a}(x,y) = a(U_0 + ax)\boldsymbol{i} + b^2 y\boldsymbol{j}$$

Med akselerasjon i x-retning lik:

$$a_x(x,y) = a(U_0 + ax)$$

Og akselerasjon i y-retning lik:

$$a_y(x,y) = b^2 y$$

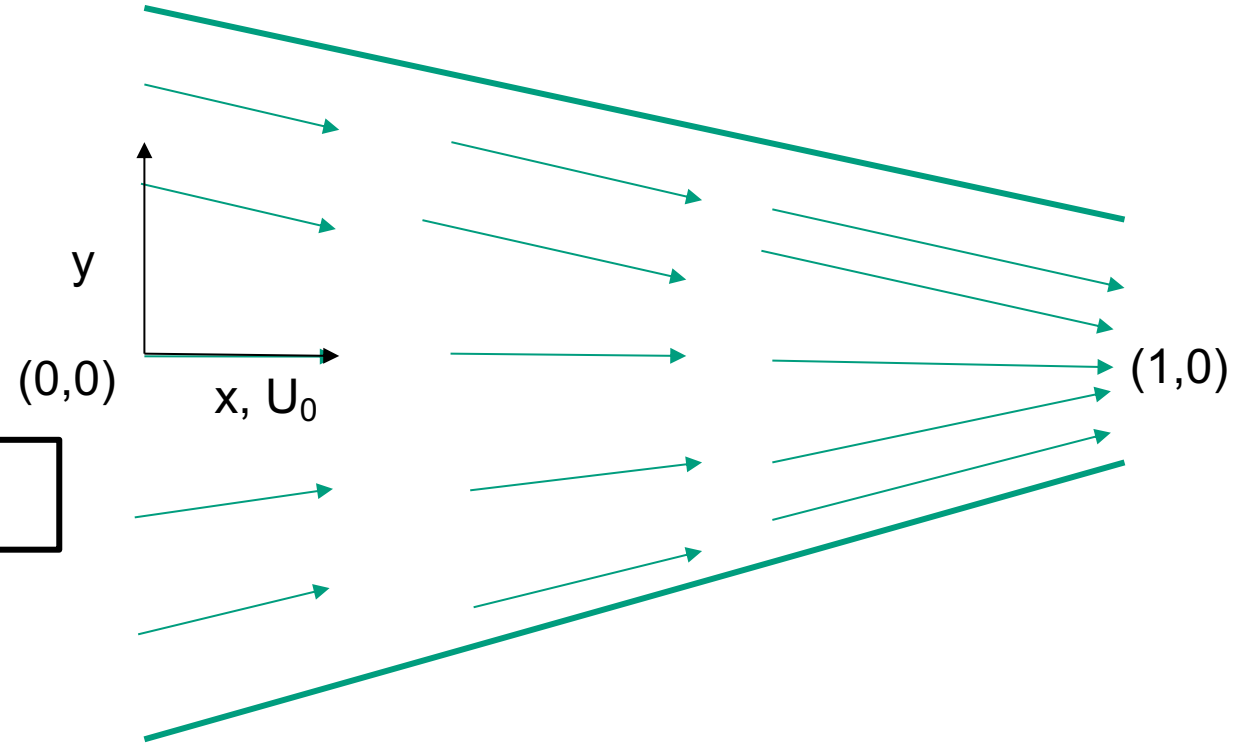


$$\boldsymbol{a}\,(x,y) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y)}{dt} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = < a_x, a_y >$$

Gjennomgang: Regn ut akselerasjonen i x- og y retning ($a_x \, og \, a_y$) i punktet (0,0) dvs. i innløpet.

Innløp (x=0, y=0)

$$\boldsymbol{a}(x,y) = a(U_0 + ax)\boldsymbol{i} + b^2 y\boldsymbol{j}$$



Akselerasjon i x-retning er (x=0):

$$a_x(0,0) = a(U_0 + a \cdot 0) = aU_0$$

Og akselerasjon i y-retning er lik:

$$a_y(0,0) = b^2 \cdot 0 = 0$$

$$\boldsymbol{a}\,(x,y) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y)}{dt} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = < a_x, a_y >$$

Individuell: Regn ut akselerasjonen i x- og y retning ($a_x \, og \, a_y$) i punktet (0,1), dvs. i utløpet.

Utløp (x=1, y=0)

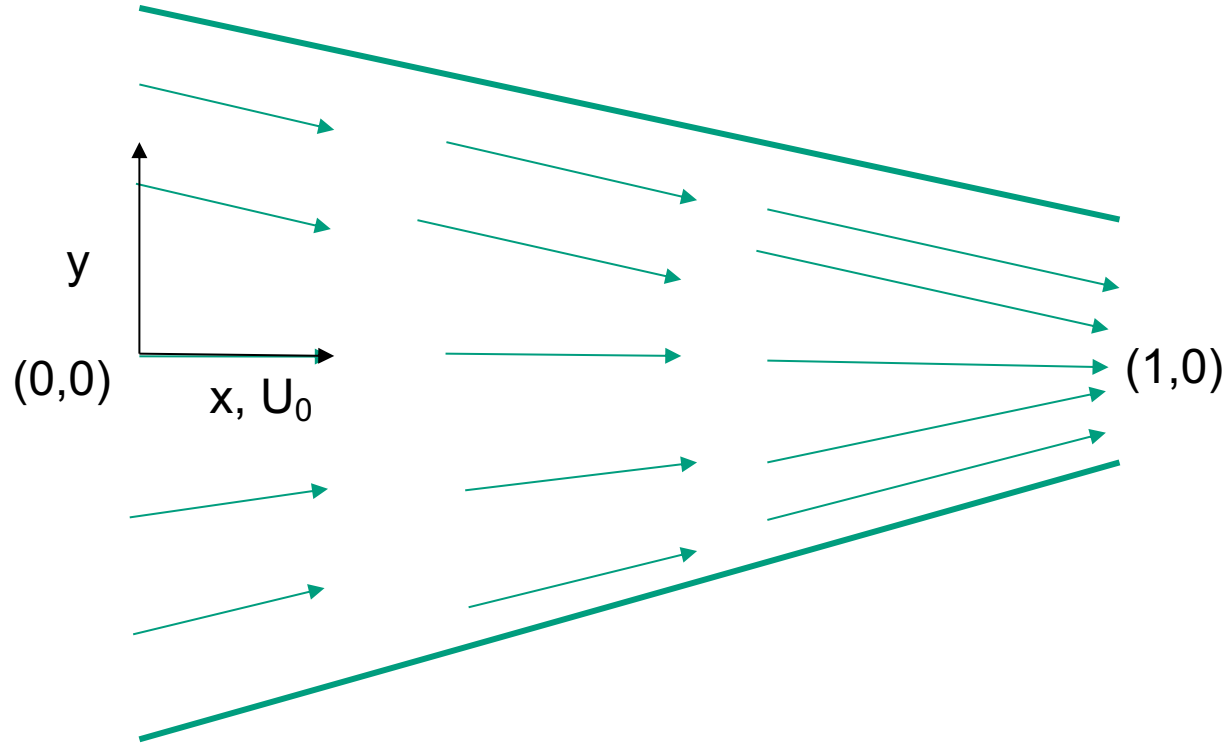
$$\boldsymbol{a}(x,y) = a(U_0 + ax)\boldsymbol{i} + b^2 y\boldsymbol{j}$$

Med akselerasjon i x-retning lik:

$$\boxed{a_x(x,y) = a(U_0 + ax)}$$

Og akselerasjon i y-retning lik:

$$\boxed{a_y(x,y) = b^2 y}$$

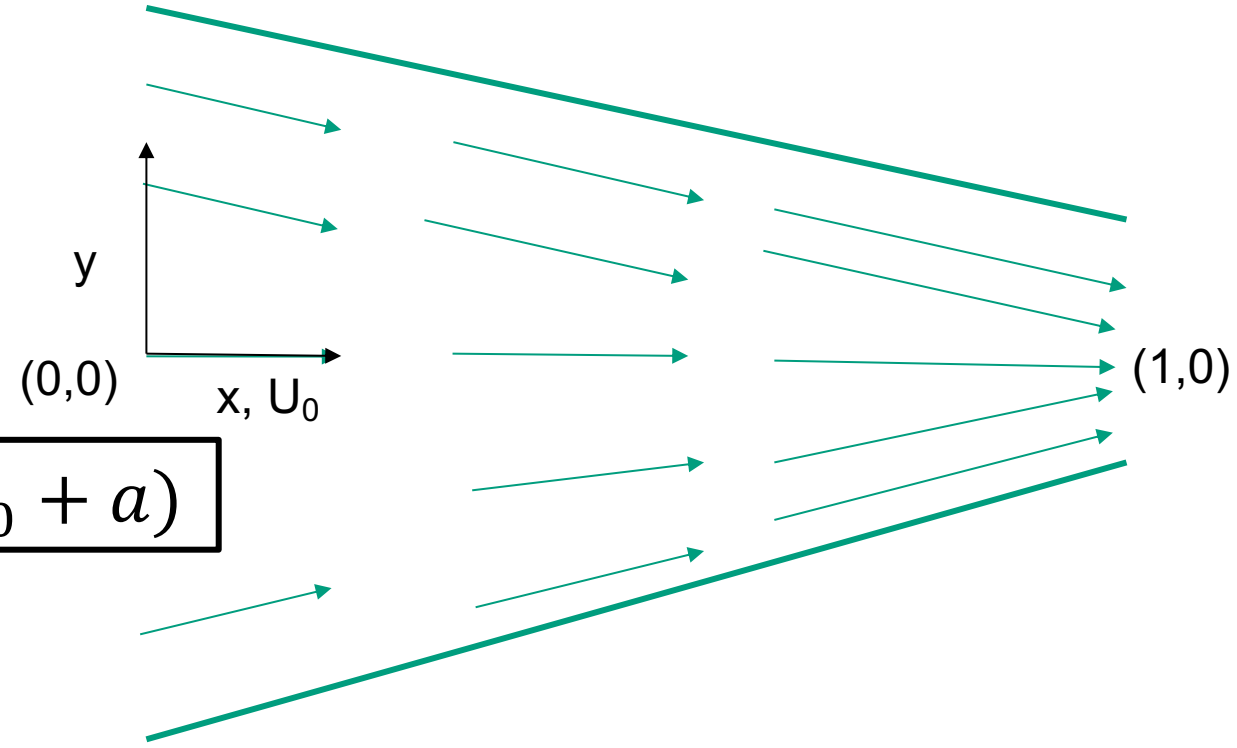


$$\boldsymbol{a}\,(x,y) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y)}{dt} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = < a_x, a_y >$$

Gjennomgang: Regn ut akselerasjonen i x- og y retning ($a_x \, og \, a_y$) i punktet (0,1) dvs. i utløpet.

Utløp (x=1, y=0)

$$\boldsymbol{a}(x,y) = a(U_0 + ax)\boldsymbol{i} + b^2 y\boldsymbol{j}$$



Med akselerasjon i x-retning lik:

$$a_x(1,0) = a(U_0 + a \cdot 1) = a(U_0 + a)$$

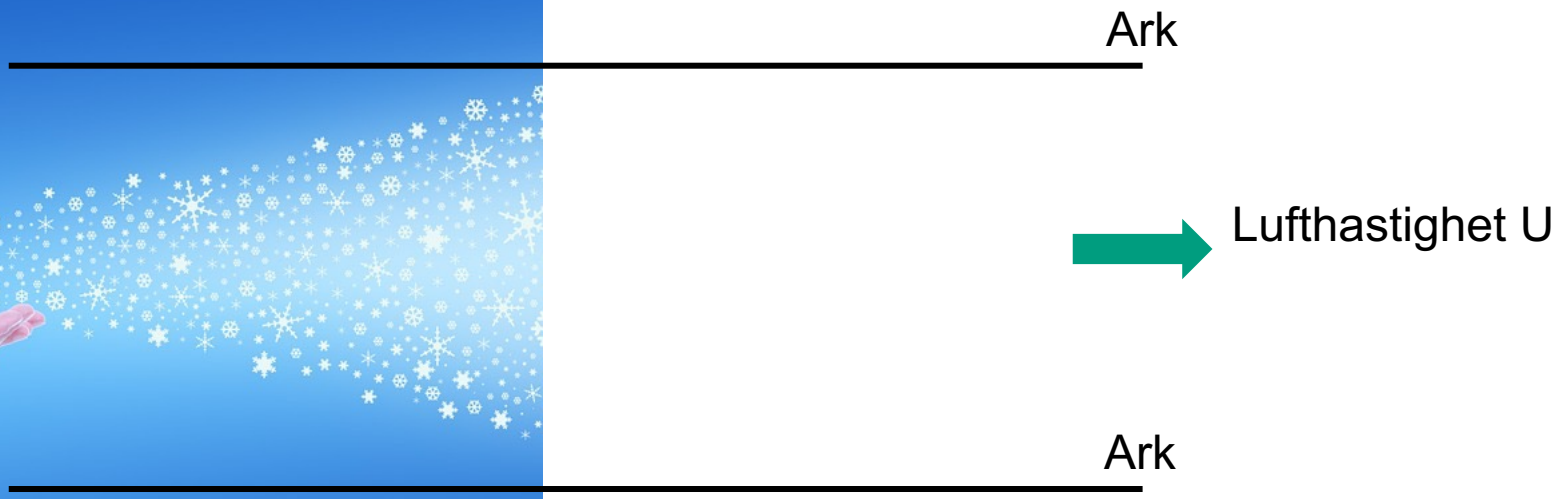
Og akselerasjon i y-retning lik:

$$a_y(1,0) = b^2 \cdot 0 = 0$$

$$\boldsymbol{a}\,(x,y) = \frac{d\boldsymbol{V}(x,y)}{dt} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = < a_x, a_y >$$

Eksperiment med å blåse mellom to ark

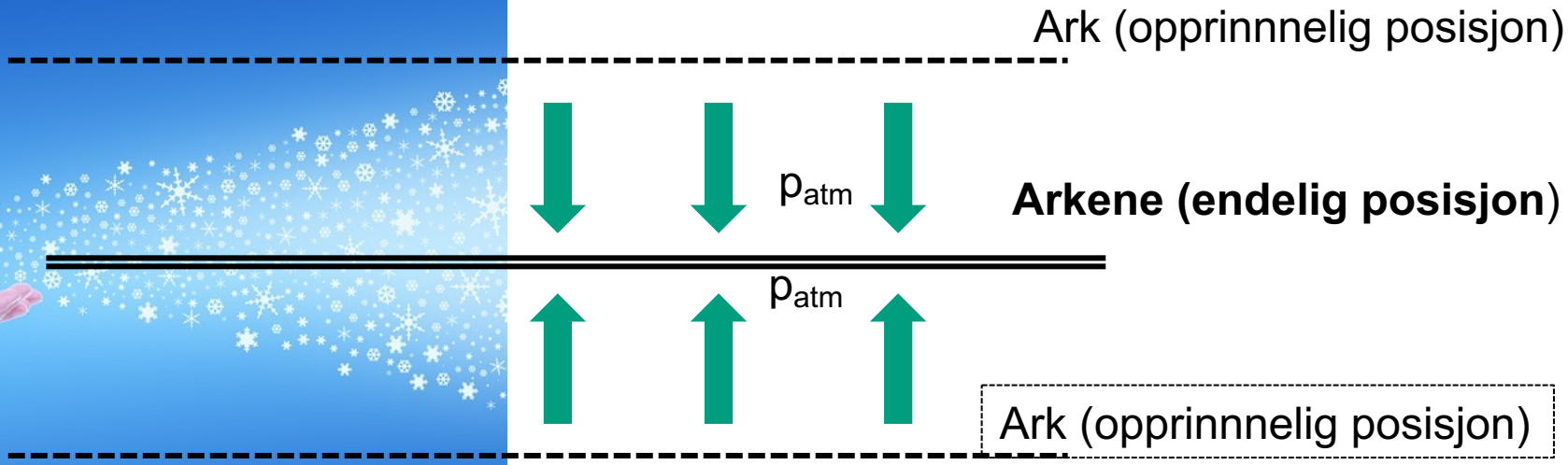




Vil arkene gå sammen, fra hverandre, eller vil ingenting skje?

Eksperiment med å blåse mellom to ark: Arkene går sammen!



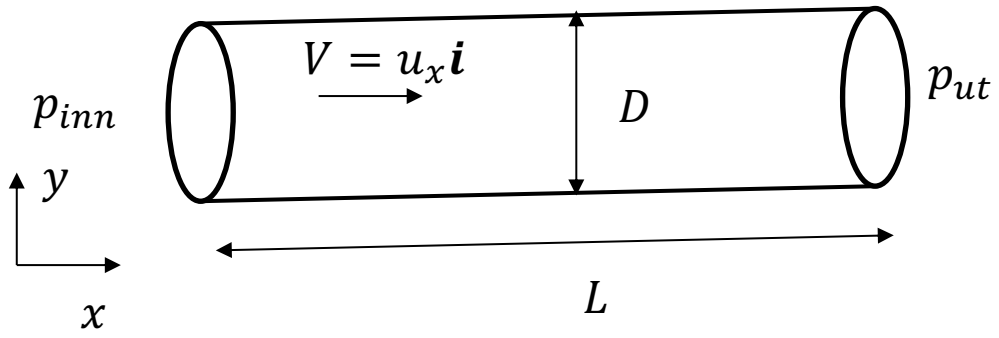


Hastigheten på luften gir et undertrykk mellom arkene (trykket går ned når hastigheten går opp (Bernoulli)).
Dermed trykker det atmosfæriske trykket på utsiden av arkene dem sammen.
Det er dette som skjer når dusjforhenget klistrer seg til kroppen når vi dusjer.

Kraftbalanse i et rør: Hvilke krefter virker?

Kraftbalanse i x-retning:

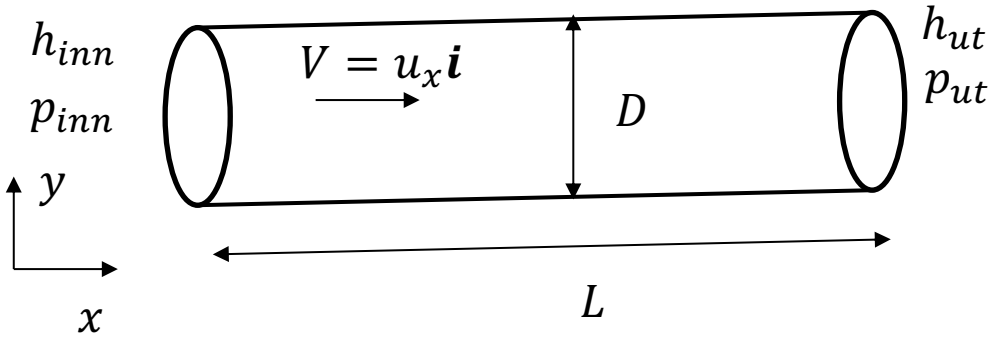
$$ma_x = \sum F_x = \ ...$$



Kraftbalanse i x-retning

Kraftbalanse i x-retning:

$ma_x = \sum F_x =$ trykkkrefter + viskøse krefter

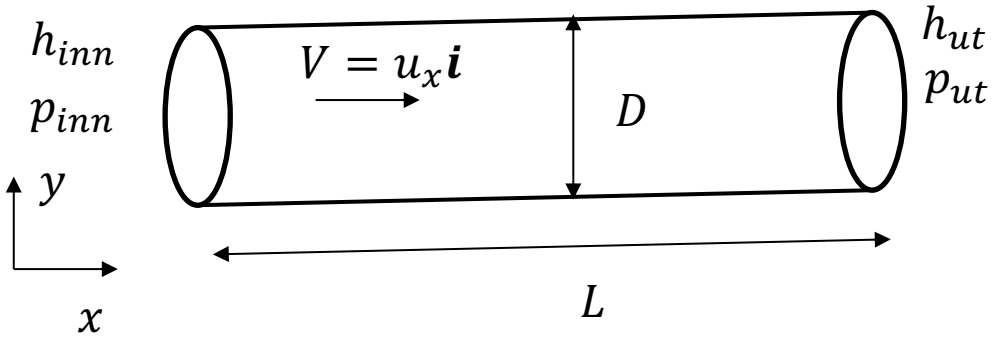


Kraftbalanse i x-retning?

Kraftbalanse i x-retning:

$ma_x = \sum F_x =$ trykkkrefter + viskøse krefter

Kraftbalanse i x-retning?



$A_c = \frac{\pi D^2}{4}, A_s = \pi DL$ Areal av tverrsnitt og vegg

$\Delta p = p_{ut} - p_{inn}$ Trykkforskjell

$\Delta h = h_{ut} - h_{inn}$ Høydeforskjell

$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big]_{y=0}$ Skjærspenning på veggen

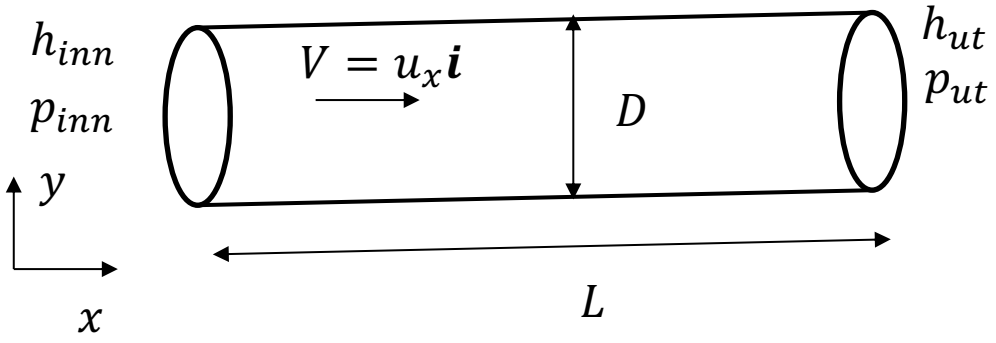
Kraftbalanse i x-retning: Trykket kjemper mot friksjonstap fra veggen. Trykket virker på areal A_c, mens skjærkraften virker på areal A_s

Kraftbalanse i x-retning:

$ma_x = \sum F_x =$ trykkkrefter + viskøse krefter

Kraftbalanse i x-retning:

$$ma_x = \sum F_x = -\Delta p A_c - \rho g \Delta h A_c + \tau_w A_s$$



$A_c = \frac{\pi D^2}{4}, A_s = \pi D L$ Areal av tverrsnitt og vegg

$\Delta p = p_{ut} - p_{inn}$ Trykkforskjell

$\Delta h = h_{ut} - h_{inn}$ Høydeforskjell

$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big]_{y=0}$ Skjærspenning på veggen

Kraftbalanse i x-retning uten friksjonstap og høydeforskjell

Kraftbalanse i x-retning:

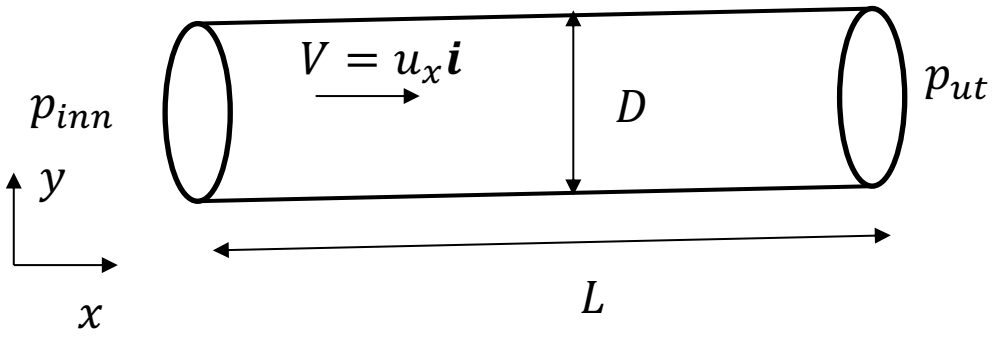
$ma_x = \sum F_x =$ trykkkrefter + viskøse krefter

Kraftbalanse i x-retning:

$$ma_x = \sum F_x = -\Delta p A_c - \rho g \Delta h A_c + \tau_w A_s$$

Ser bort fra friksjon og høydeforskjell:

$$\rho \cdot Volum \cdot a_x = -\Delta p A_c$$



$A_c = \frac{\pi D^2}{4}, A_s = \pi D L$ Areal av tverrsnitt og vegg

$\Delta p = p_{ut} - p_{inn}$ Trykkforskjell

$\Delta h = h_{ut} - h_{inn}$ Høydeforskjell

$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big]_{y=0}$ Skjærspenning på veggen

Kraftbalanse i x-retning uten friksjonstap og høydeforskjell

Kraftbalanse i x-retning:

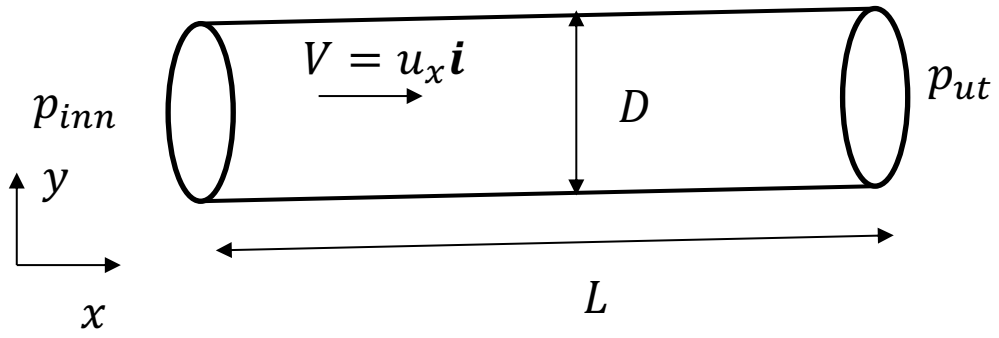
$ma_x = \sum F_x =$ trykkkrefter + viskøse krefter

Kraftbalanse i x-retning:

$$ma_x = \sum F_x = -\Delta p A_c - \rho g \Delta h A_c + \tau_w A_s$$

Ser bort fra friksjon og høydeforskjell:

$$\rho \cdot Volum \cdot a_x = -\Delta p A_c$$



$A_c = \frac{\pi D^2}{4}, A_s = \pi D L$ Areal av tverrsnitt og vegg

$\Delta p = p_{ut} - p_{inn}$ Trykkforskjell

$\Delta h = h_{ut} - h_{inn}$ Høydeforskjell

Ser på et lite volum $\Rightarrow Volum = \Delta x^3, A_c = \Delta x^2$. Deler på Δx^3:

$$\rho a_x = -\frac{\Delta p}{\Delta x}$$

$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big]_{y=0}$ Skjærspenning på veggen

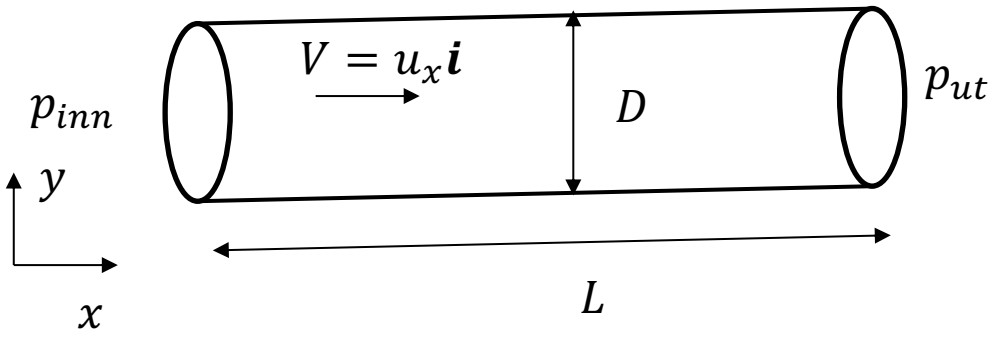
Hva kan vi bruke dette til? Eulers likning (Likn 4.16) gir oss akselerasjonen til strømningen ved et kjent påsatt trykk

Kraftbalanse i x-retning:

$ma_x = \sum F_x =$ trykkkrefter + viskøse krefter

Kraftbalanse i x-retning:

$$ma_x = \sum F_x = -\Delta p A_c - \rho g \Delta h A_c + \tau_w A_s$$



Ser bort fra friksjon og høydeforskjell:

$$\rho \cdot Volum \cdot a_x = -\Delta p A_c$$

$A_c = \frac{\pi D^2}{4}, A_s = \pi D L$ Areal av tverrsnitt og vegg

$\Delta p = p_{ut} - p_{inn}$ Trykkforskjell

$\Delta h = h_{ut} - h_{inn}$ Høydeforskjell

Vi ser på differensiale størrelser så $\Rightarrow \Delta p \to \partial p, \Delta x \to \partial x$:

$$\boxed{\rho a_x = -\frac{\partial p}{\partial x}} \quad \text{(Likn. 4.16: Euler)}$$

$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big]_{y=0}$ Skjærspenning på veggen

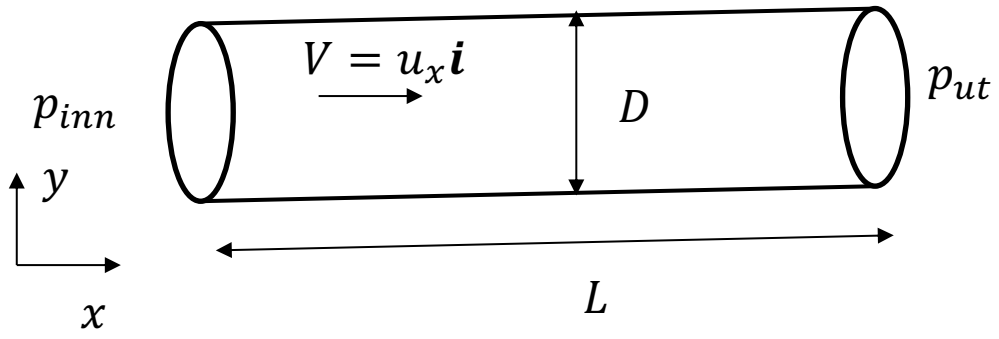
Eulers likning (Likn 4.16) gir oss trykkfordelingen hvis vi kjenner hastighetsfeltet og vica versa

Kraftbalanse i x-retning:

$ma_x = \sum F_x =$ trykkkrefter + viskøse krefter

Kraftbalanse i x-retning:

$$ma_x = \sum F_x = -\Delta p A_c - \rho g \Delta h A_c + \tau_w A_s$$



Ser bort fra friksjon og høydeforskjell:

$$\rho \cdot Volum \cdot a_x = -\Delta p A_c$$

$A_c = \frac{\pi D^2}{4}, A_s = \pi D L$ Areal av tverrsnitt og vegg

$\Delta p = p_{ut} - p_{inn}$ Trykkforskjell

$\Delta h = h_{ut} - h_{inn}$ Høydeforskjell

Hvis vi kjenner hastighetsfeltet kan vi regne ut trykkfordelingen

$$\rho a_x = \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{(Likn. 4.16: Euler)}$$

$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big]_{y=0}$ Skjærspenning på veggen

Hjemmeoppgave: Regn ut $\Delta p = \Delta p(\rho, a, x_1, x_2, U_0)$ som skal til for å dytte fluidet fra 1 til 2 ved bruk av Eulers likning i x-retning.
Ikke gått gjennom i forelesning

Akselerasjon i x-retning :

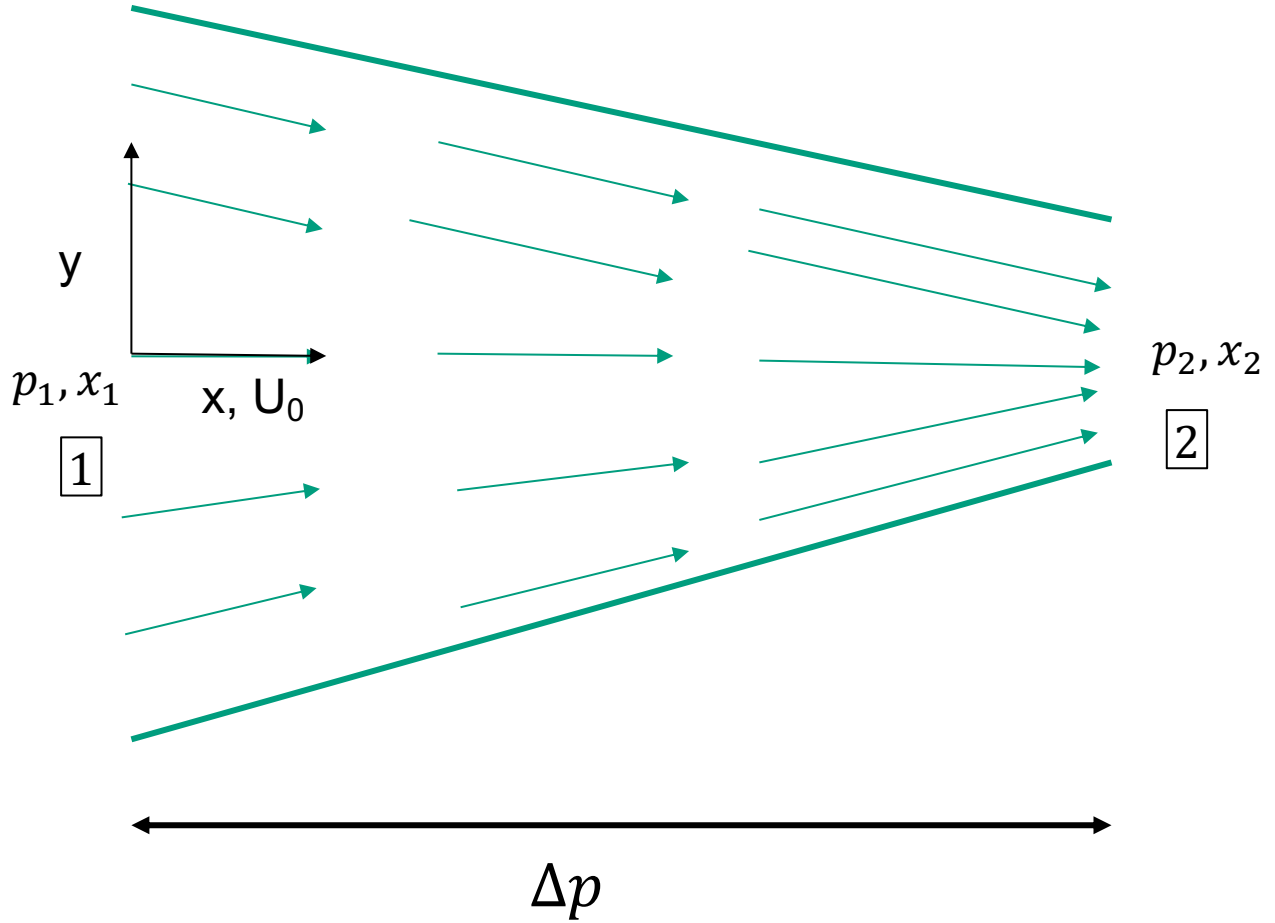
$$a_x(x, y) = a(U_0 + ax)$$

Eulers likning i x-retning :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho a_x$$ Likn. 4.16 i EFM

$$-\partial p = \rho a_x \partial x$$

$$\int_{p_1}^{p_2} \partial p = p_2 - p_1 = \Delta p \qquad \int_{x_1}^{x_2} \partial x = x_2 - x_1$$



Svar: Regn ut $\Delta p = \Delta p(\rho, a, x_1, x_2, U_0)$ som skal til for å dytte fluidet fra 1 til 2 ved bruk av Eulers likning i x-retning.

Akselerasjon i x-retning :

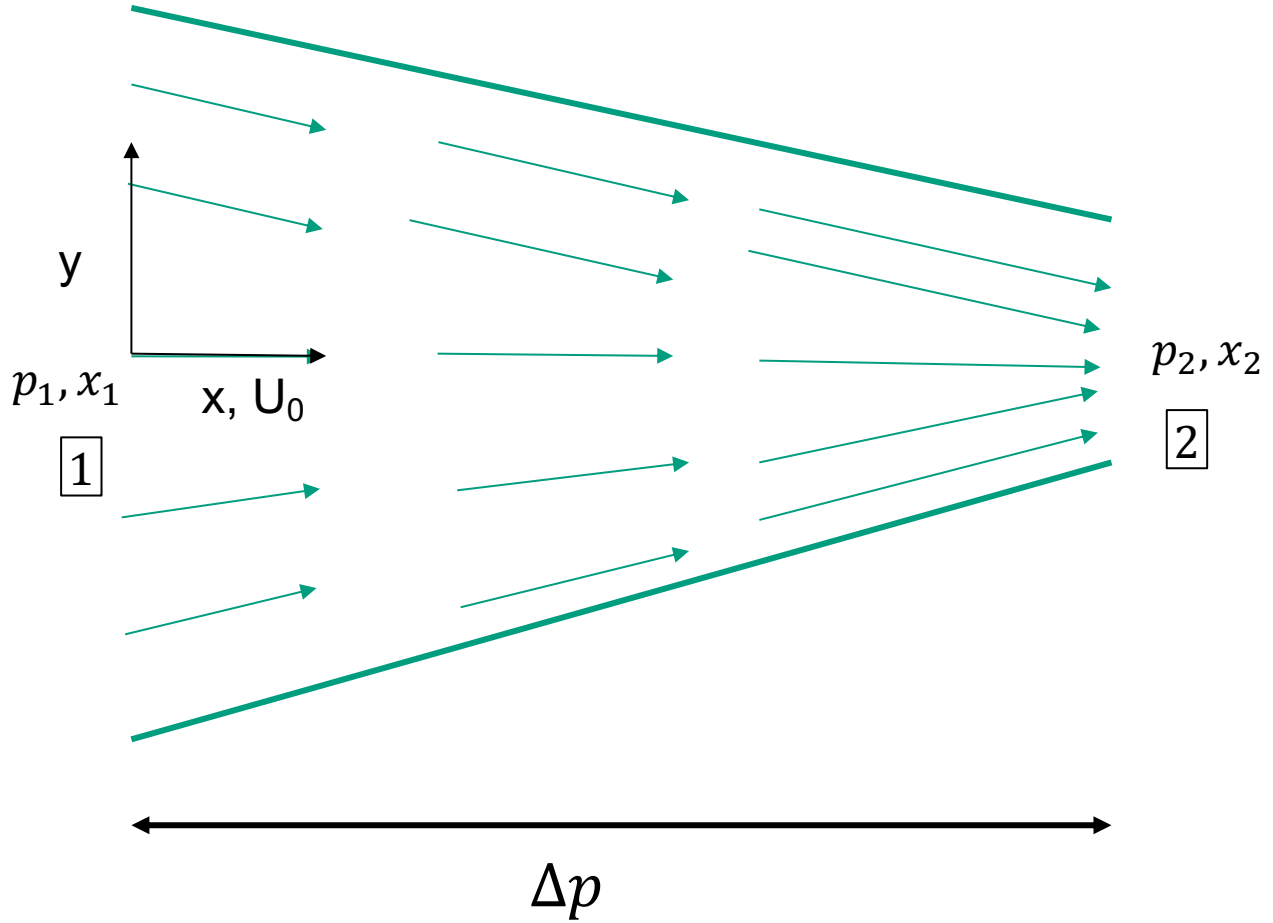
$$a_x(x, y) = a(U_0 + ax)$$

Eulers likning i x-retning :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho a_x$$ Likn. 4.16 i EFM

$$-\partial p = \rho a_x \partial x$$

$$\Delta p = \rho a U_0 (x_1 - x_2) + \frac{1}{2}\rho a^2 (x_1^2 - x_2^2)$$

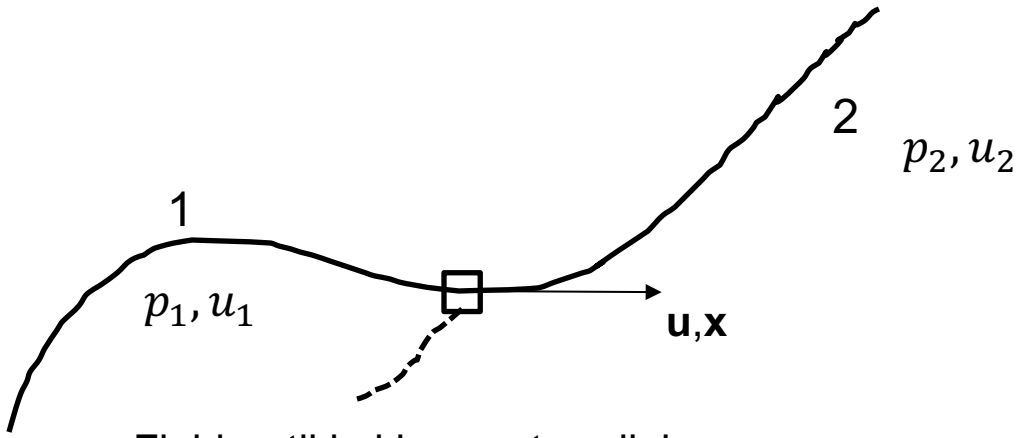


Integrer opp Euler fra 1 til 2 langs en strømlinje (individuell) ☺

Eulers likning langs en strømlinje:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \underbrace{\left(u \frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{a_x}$$

Likn. 4.16 i EFM



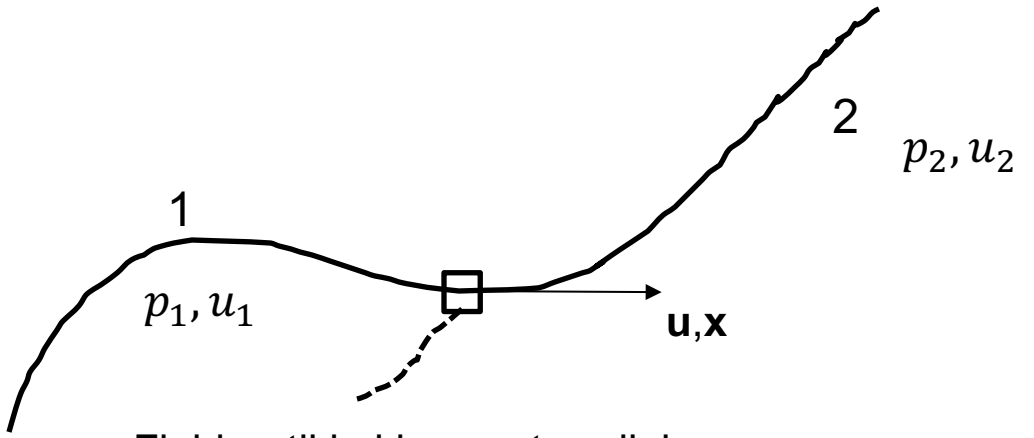
Fluidpartikkel langs strømlinje
x-aksen og hastigheten u er tangentielle til strømlinjen

Integrer opp Euler fra 1 til 2 langs en strømlinje (individuell) ☺

Eulers likning langs en strømlinje:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \underbrace{\left(u \frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{a_x}$$

Likn. 4.16 i EFM



Fluidpartikkel langs strømlinje
x-aksen og hastigheten u er tangentielle til strømlinjen

$$-\int_{p_1}^{p_2} \partial p = \rho \int_{u_1}^{u_2} \underbrace{\left(u \frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{a_x} \partial x$$

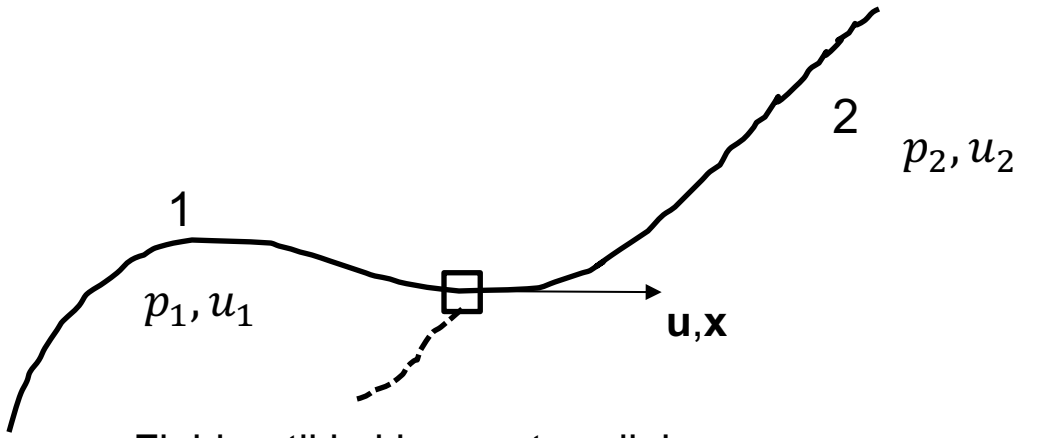
Integralet av Eulers likning fra punkt 1 til punkt 2 langs strømlinjen.
Tettheten ρ er konstant langs strømlinjen.

Gjennomgang: Integrer opp Euler ☺

Eulers likning langs en strømlinje:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

Likn. 4.16 i EFM



Fluidpartikkel langs strømlinje
x-aksen og hastigheten u er tangentielle til strømlinjen

$$-\int_{p_1}^{p_2} \partial p = \rho \int_{u_1}^{u_2} u\partial u$$

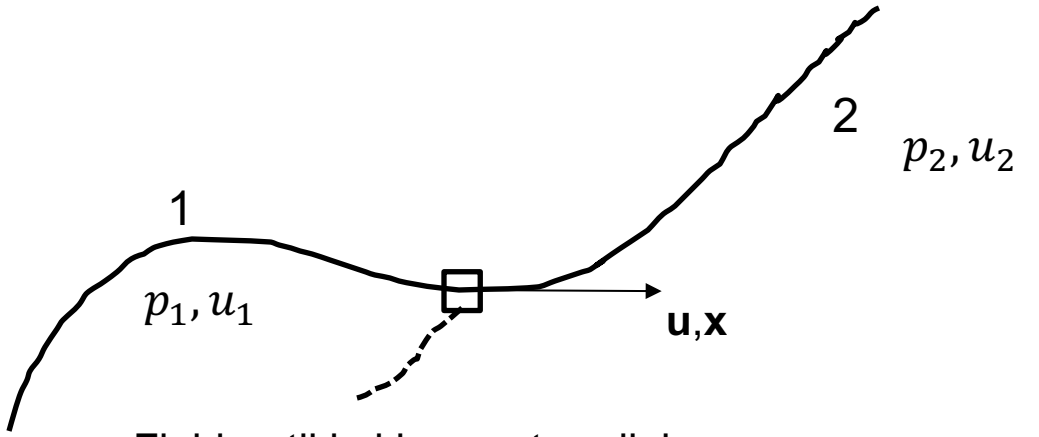
Integralet av Eulers likning fra punkt 1 til punkt 2 langs strømlinjen.
Tettheten ρ er konstant langs strømlinjen.

Euler integrert langs en strømlinje gir Bernoullis likning (energien langs en strømlinje er bevart når vi har friksjonsfri strømning)

Eulers likning langs en strømlinje:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

Likn. 4.16 i EFM



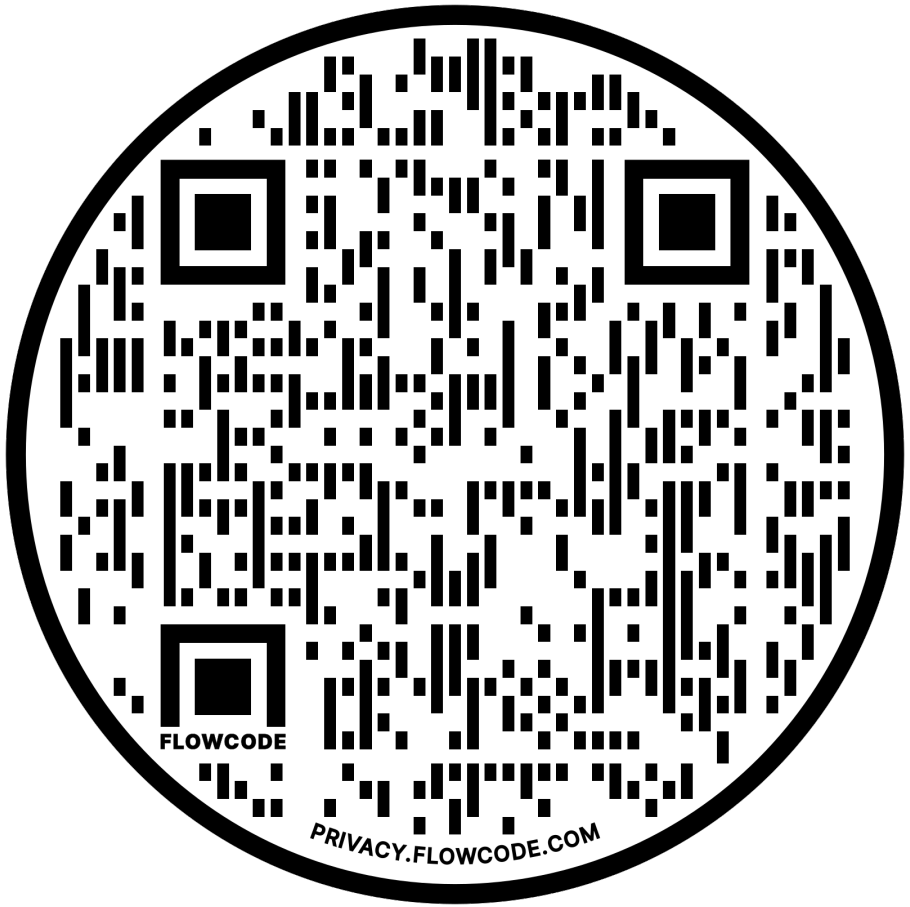
Fluidpartikkel langs strømlinje
x-aksen og hastigheten u er tangentielle til strømlinjen

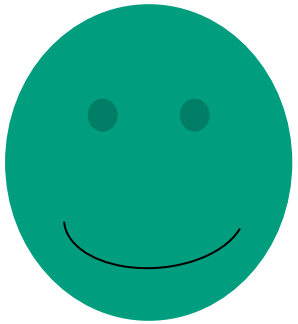
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2$$

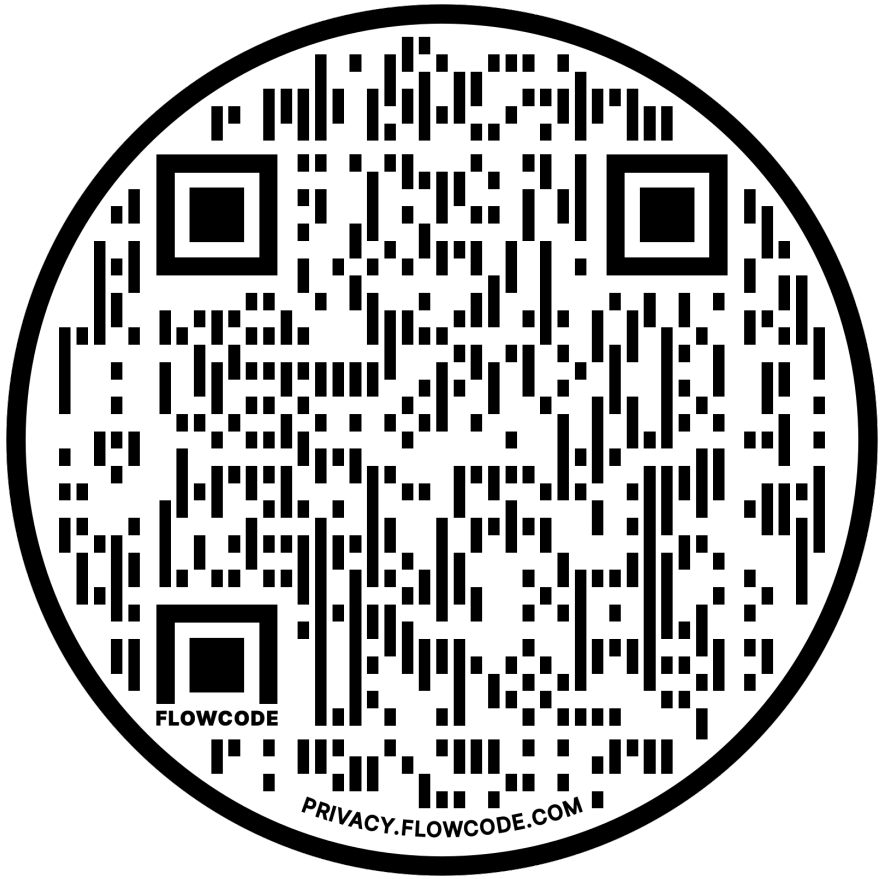
Integralet av Eulers likning fra punkt 1 til punkt 2 langs strømlinjen gir Bernoullis likning.

Merk at vi ikke gikk over turbulent vs. laminær strømning, uniform vs. ikke-uniform strømning (EFM 4.3) og Eulerlikningen (EFM 4.5) i forelesning

Dere kan lære dere dette ved å lese i boken og ved å se videoene under.







Merk at vi ikke gikk over turbulent vs. laminær strømning, uniform vs. ikke-uniform strømning (EFM 4.3) og Eulerlikningen (EFM 4.5) i forelesning

Dere kan lære dere dette ved å lese i boken og ved å se videoen under.