FIL 1006 - Innføring i logikk
Eksamen våren 2020

Eksamen består av ni oppgaver med tilsammen 100 poeng. Gjør så mange oppgaver som du klarer. Husk at delvis riktige svar også gir poeng.

Oppgave 1 (14 poeng)

Hva er definisjonen på et gyldig argument i logikken? Fanger denne definisjon vårt uformelle begrep om hva et godt argument er? (Dette er et diskusjonsspørsmål. Et godt svar bør være et lite essay. Men pass på å ikke bruke for mye tid på denne oppgaven.)

Oppgave 2 (16 poeng)

Denne oppgaven spør etter noen korte forklaringer. Det er tilstrekkelig med to-tre setninger som svar på hver deloppgave.

a. Hva vil det si at en setning er ekstensjonal?
En setning er ekstensjonal hvis og bare hvis man kan bytte ut predikater med samme ekstensjon uten å forandre sannhetsverdien. For eksempel er setningen "Det finnes ikke troll" ekstensjonal (man kan bytte ut med "Det finnes ikke enhjørninger"), mens setningen "Per leter etter et troll" ikke er ekstensjonal fordi den ikke nødvendigvis har samme sannhetsverdi som "Per leter etter en enhjørning".

b. Når er en forekomst av en variabel fri? Illustrer gjerne med et par eksempler.
En variabel er fri dersom den ikke forekommer i rekkevidden til en kvantor som kvantifiserer over den variabelen. For eksempel er x fri i $\exists y(Fyx)$ og det er også den siste forekomsten av x i $\exists x(Fx \supset Fy).Fx$.

c. Forklar hva en sannhetsfunksjon er.
En sannhetsfunksjon er en funksjon mellom sannhetsverdier, dvs. noe som tar sannhetsverdier som innputt og produserer en ny sannhetsverdi. Konnektivene i setningslogikken er sannhetsfunksjoner.

d. Hva er forskjellen mellom implikasjon og kondisjonal?
En implikasjon er en relasjon mellom to skjemaer slik at det andre alltid er sant hvis det første er sant. En kondisjonal er et konnektiv som forbinder to utsagn og uttrykker en sannhetsfunksjon. De to begrepene er relatert ved at X impliserer Y hvis og bare hvis skjemaet $X \supset Y$ er gyldig.

Oppgave 3 (8 poeng)

Vis ved hjelp av sannhetstabeller at

a. "$(p \equiv q) \supset p \vee q$" er ekvivalent med "$p \vee q$"

p	q	$p \equiv q$	$\supset$	$p \vee q$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$

Både "$(p \equiv q) \supset p \vee q$" og "$p \vee q$" er kun usanne når både p og q er usanne, så de to skjemaene er ekvivalente.

b. "$(p.q) \vee -r$" impliserer ikke "$p \supset (q \supset r)$"

p	q	r	$(p.q)$	$\vee$	$-r$	$q \supset r$	$p \supset (q \supset r)$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$

"$p \supset (q \supset r)$" er bare usann når p og q er sanne, men r usann. I dette tilfellet er "$(p.q) \vee -r$" sann, så det impliserer ikke "$p \supset (q \supset r)$".

Oppgave 4 (8 poeng)

Formaliser følgende utsagn i setningslogikkens språk. Husk å angi hvilke utsagn setningsvariablene dine står for.

a Kari vinner med mindre hun er syk eller Per har en god dag.
$-(s \vee p) \supset k$**, hvor k er "Kari vinner", s er "Kari er syk" og p er "Per har en god dag".**

b Vi lykkes bare hvis vi klarer å holde hjulene i gang.
$l \supset h$ **hvor l = "vi lykkes", h = "vi klarer å holde hjulene i gang"**

Oppgave 5 (10 poeng)

Formaliser følgende argument og vis ved hjelp av setningslogisk deduksjon at det er gyldig.

Frida er lykkelig hvis hun spiller piano eller går tur.
Hvis det ikke er fint vær, spiller hun piano.
Hvis hun ikke går tur, er det ikke fint vær.

Frida er lykkelig

Vi setter p = "Frida spiller piano", t = "Frida går tur", l="Frida er lykkelig", f = "det er fint vær":

$p \vee t \supset l$
$-f \supset p$
$-t \supset -f$
---
l

Slik blir deduksjonen:

[1]	(1)	$p \vee t \supset l$	P
[2]	(2)	$-f \supset p$	P
[3]	(3)	$-t \supset -f$	P
[4]	(4)	f	P
[4]	(5)	$- - f$	(4)DN
[3,4]	(6)	$- - t$	(3)(5)MT
[3,4]	(7)	t	(6)DN
[3,4]	(8)	$p \vee t$	(7)DI
[3]	(9)	$f \supset p \vee t$	[4](8)D
[10]	(10)	$-f$	P
[2,10]	(11)	p	(2)(10)MP
[2,10]	(12)	$p \vee t$	(11)DI
[2]	(13)	$-f \supset p \vee t$	[10](12)D
[2,3]	(14)	$p \vee t$	(9)(13)RC
[1,2,3]	(15)	l	(1)(14)MP

Oppgave 6 (10 poeng)
Bruk setningslogisk deduksjon til å vise at:

a. "$p \vee q \supset (p \equiv q)$" og "$-q$" impliserer "$-p$".

[1]	(1)	$p \vee q \supset (p \equiv q)$	P
[2]	(2)	$-q$	P
[3]	(3)	p	P
[3]	(4)	$p \vee q$	(3)DI
[1,3]	(5)	$p \equiv q$	(1)(4)MP
[1,3]	(6)	$p \supset q$	(5)BE
[1,3]	(7)	q	(3)(6)MP
[1]	(8)	$p \supset q$	[3](7)D
[1,2]	(9)	$-p$	(2)(8)MT

b. "$p.(q \vee r) \supset (p.q) \vee (p.r)$" er gyldig.

[1]	(1)	$p.(q \vee r)$	P
[1]	(2)	p	(1)CE
[1]	(3)	$(q \vee r)$	(1)CE
[4]	(4)	r	P
[1,4]	(5)	$p.r$	(2)(5)CI
[1,4]	(6)	$(p.q) \vee (p.r)$	(5)DI
[1]	(7)	$r \supset (p.q) \vee (p.r)$	[4](6)D
[8]	(8)	$-r$	P
[1,8]	(9)	q	(3)(8)DE
[1,8]	(10)	$p.q$	(2)(9)CI
[1,8]	(11)	$(p.q) \vee (p.r)$	(10)DI
[1]	(12)	$-r \supset (p.q) \vee (p.r)$	[8](11)D
[1]	(13)	$(p.q) \vee (p.r)$	(7)(12)RC
[ ]	(14)	$p.(q \vee r) \supset (p.q) \vee (p.r)$	[1](13)D

Oppgave 7 (12 poeng)
Formaliser følgende oppgaver i predikatslogikkens språk. Bruk om nødvendig Russels analyse av bestemte beskrivelser. Du kan innskrenke diskursuniverset dersom du vil, men husk i så fall å angi hva det er. Husk også å angi hva predikatsvariablene dine står for.

a. Noen lingvister respekterer alle filosofer som respekterer seg selv.

   $\exists x(Lx.\forall y(Fy.Ryy) \supset Rxy)$

b. Alle som har møtt kongen beundrer ham.

   $\exists x(Kx.\forall y(Ky \supset x = y).\forall z(Mzx \supset Bzx))$

c. Hvis en student lykkes på logikkeksamen kan hen klare alt hen prøver på seinere.

   $\forall x(Sx.Lx \supset \forall y(Pxy \supset Kxy))$

Oppgave 8 (8 poeng)
Gi en abstrakt tolkning med diskursunivers $\{1, 2, 3, 4\}$ og ikke-tom ekstensjon for F som gjør følgende skjemaer sanne. Finn også en usann tolkning dersom det er mulig.

a. $\forall x(\forall y(Fxy \supset -Fyx))$

   True: $F = \{\langle 1, 2\rangle\}$

   False: $F = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle\}$

b. $\forall x(\exists y(Fxy) \supset \forall y(Fxy))$

True: $\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 1,4\rangle\}$

False: $\{\langle 1,1\rangle\}$

Oppgave 9 (14 poeng)

Formaliser følgende to argumenter. For hvert argument, dersom det er gyldig, vis dette ved hjelp av naturlig deduksjon, og dersom det er ugyldig, vis dette ved å gi en abstrakt tolkning som er et moteksempel til gyldighet.

Alle professorer er enten late, lykkelige eller flinke.
Alle som er late er lykkelige.
Det finnes en professor som ikke er flink.

Det finnes en lykkelig professor.

Formalisering:

$\forall x(Px \supset (Lx \vee Yx \vee Fx))$
$\forall x(Lx \supset Yx)$
$\exists x(Px. - Fx)$

$\exists x(Px.Yx)$

Deduksjon:

[1]	(1)	$\exists x(Px. - Fx)$	P
[1,2]	(2)	$Px. - Fx$	(1)xEII
[3]	(3)	$\forall x(Px \supset (Lx \vee Yx \vee Fx))$	P
[3]	(4)	$Px \supset (Lx \vee Yx \vee Fx)$	UI
[1,2]	(5)	Px	(2)TF
[1,2,3]	(6)	$(Lx \vee Yx \vee Fx)$	(4)(5)TF
[1,2,3]	(7)	$-Fx$	(2)TF
[1,2,3]	(8)	$Lx \vee Yx$	(6)(7)TF
[9]	(9)	$\forall x(Lx \supset Yx)$	P
[9]	(10)	$Lx \supset Yx$	UI
[11]	(11)	$-Lx$	P
[1,2,3,11]	(12)	Yx	(8)(11)TF
[1,2,3]	(13)	$-Lx \supset Yx$	[11](12)D
[1,2,3,9]	(14)	Yx	(10)(13)TF
[1,2,3,9]	(15)	$Px.Yx$	(5)(14)TF
[1,3,9]	(16)	$\exists x(Px.Yx)$	(2)(15)EIE

Alle professorer er enten late, lykkelige eller flinke.
Alle som er lykkelige er late.
Det finnes en professor som ikke er flink.

Det finnes en lykkelig professor.

Moteksempel:

$P = \{1\}$
$L = \{1\}$
$F = Y = \emptyset$