# Utledning av idealgassloven

Berg, S. and Torsheim, M.

September 12, 2023

## 1 Introduksjon

Maxwell-Boltzmann fordelingen av bevegelsesmengden til en partikkel i en gass er git ved:

$$f(p) = \left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2} 4\pi p^2 e^{-\frac{p^2}{2mkT}}$$

Der $m$ er massen til partikkelen, $k$ er Boltzmann' konstant, $T$ er absolutt Temperatur og $p$ er momentum til en partikkel.

## 2 Utrykk for trykk

Utrykket for trykk utledet fra bevegelsesmengde er::

$$P = \frac{1}{3}\int_0^\infty p \cdot v \cdot n(p)\, dp$$

hvor $n(p) = n \cdot f(p)$ og $v = \frac{p}{m}$.

substituerer vi de gitte verdiene får vi integralet:

$$P = \frac{4\pi n}{3m(2\pi mkT)^{3/2}} \int_0^\infty p^4 e^{-\frac{p^2}{2mkT}}\, dp$$

## 3 Løsning

For å løse integralet bruker vi substitusjonen:

$$u = \frac{p^2}{2mkT} \tag{1}$$

$$\Rightarrow du = \frac{p}{mkT} dp$$

$$\Rightarrow dp = \frac{mkT}{p} du$$

Dette kan vi nå bruke så man får integralet:

$$P = \frac{4\pi n}{3m(2\pi mkT)^{3/2}} \int_0^\infty p^4 e^{-u} \sqrt{u} \frac{2mkT}{p} du$$

$$\frac{(4\pi n)(mkT)}{3m(2\pi mkT)^{3/2}} \int_0^\infty p^3 e^{-u} du$$

fra 1 kan vi få:

$$p^3 = (2mkTu)^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{(4\pi n)(mkT)(2mkT)^{\frac{3}{2}}}{3m(2\pi mkT)^{3/2}} \int_0^\infty u^{\frac{3}{2}} e^{-u} du$$

Ved å forenkle og å bruke den gitte funksjonen $\int_0^\infty x^{3/2} e^{-x} dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}$ får vi dette:

$$P = nkT$$