FASIT EKSAMEN AST1100, 2011

1) ANTAR SORT LEGEME OG KAN DERMED BRUKE WIENS FORSKYVNINGSLOV

$$\lambda_{max} T = 0{,}0029\ \mathrm{mK}$$

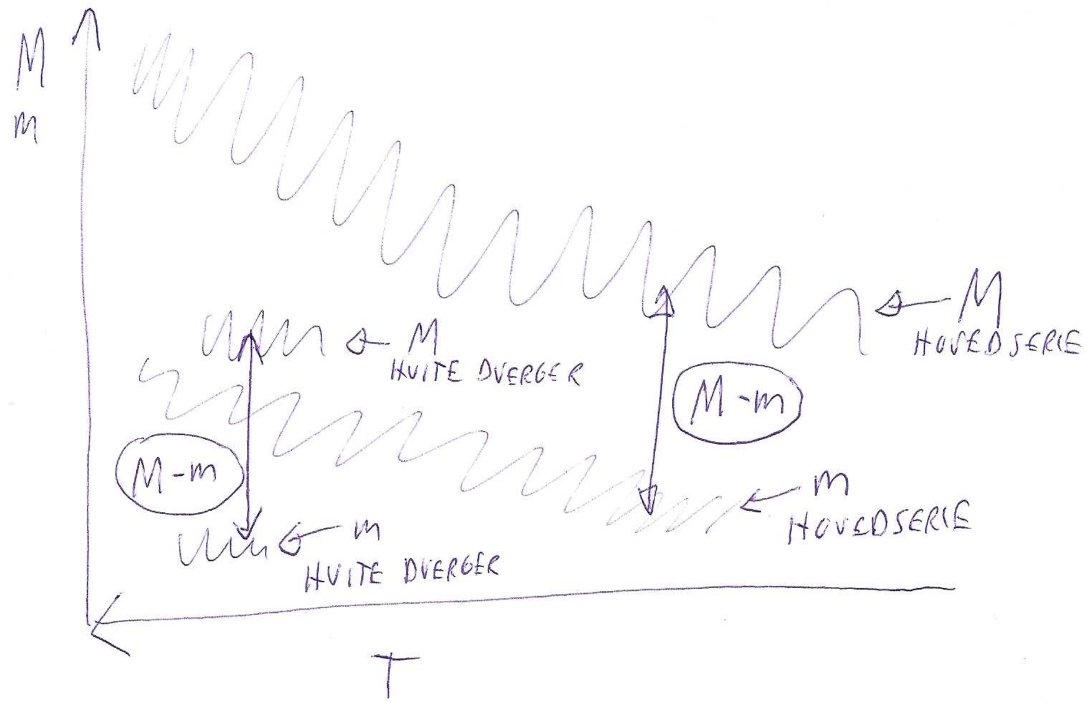
$$\Rightarrow T = \frac{0{,}0029\ \mathrm{mK}}{\lambda_{max}} = \underline{\underline{6400\,\mathrm{K}}}$$

leser av toppen i figuren $\lambda_{max} \approx \underline{\underline{450\ \mathrm{nm}}}$

2) HVIS KJERNEN BESTÅR AV HELIUM OG ER DEGENERERT, SÅ MÅ DEN BEFINNE SEG PÅ RØD KJEMPE-GRENEN I HR-DIAGR. PÅ HORISONTALGRENEN FUSJONERER He VIDERE TIL C OG O, SÅ DEN HAR IKKE KOMMET DIT ENDA. FRA HR-DIAGR. SÅ SER VI DA AT $\underline{T \approx 3000\,\mathrm{K}}$

3) HVIS STJERNA HOVEDSAKELIG BESTÅR AV C OG O SÅ MÅ DET VÆRE EN HVIT DVERG. LESER DERMED AV FRA HVIT DVERG-OMRÅDET I HR-DIAGR. AT $\underline{T \approx 20\,000\,\mathrm{K}}$

4) BRUKER HOVEDSERIETILPASSING:



VI VET AT $m - M = 5 \log \frac{r}{10\,pc}$

VI KAN NÅ FINNE M FRA DE 3 STJERNENE VED Å BRUKE TEMPERATUREN OG HR-DIAGR.

LESER DA AV:

A: $T = 6400\,K$ HOVEDSERIE $\rightarrow \underline{M \approx +5}$

B: $T \approx 3000\,K$ RØD KJEMPE $\rightarrow \underline{M \approx 0}$

C: $T \approx 20\,000\,K$ HVIT DVERG $\rightarrow \underline{M \approx +12}$

Finner så avstanden fra de 3 stjernene og midler:

$$\left.\begin{aligned} r_A &= 10\,pc \cdot 10^{\frac{m-M}{5}} = 8{,}7\,kpc \\ r_B &= 12\,kpc \\ r_C &\approx 11\,kpc \end{aligned}\right\} \quad \underline{\underline{r = 10{,}6\,kpc}}$$

③

5) VI SKAL FINNE RADIUSEN R_C TIL KJERNEN

VI VET AT LUMINOSITETEN BLIR

$$L = \underbrace{\underbrace{\frac{4}{3}\pi R_C^3}_{\text{VOLUM AV KJERNEN}} \cdot \rho}_{\text{MASSEN AV KJERNEN}} \cdot \varepsilon_{CNO}$$

ENERGI PER TID PER MASSE

VI HAR: $\varepsilon_{CNO} = 8.24 \cdot 10^{-31} \cdot X_H \cdot X_{CNO} \, T_6^{20} \rho$

MASSE-ANDELEN $X_H = \frac{\text{HYDROGENMASSE}}{\text{TOTAL MASSE}} = \frac{\rho_H}{\rho} = \frac{238}{300} \simeq \underline{0,79}$

ANTAR AT ALT SOM IKKE ER H OG He er C, N og O:

$$X_{CNO} = \frac{\text{MASSE I CNO}}{\text{TOTAL MASSE}} = \frac{\rho - \rho_H - \rho_{He}}{\rho} \simeq \underline{0,01}$$

HAR AT $T = 20 \text{mill K} \Rightarrow \underline{T_6 = 20}$

DA HAR VI $\cancel{\varepsilon_{CNO} = 6,8 \cdot 10^{-7} \text{ W/kg}} = \underline{\underline{0.206 \text{ W/kg}}}$

VI KAN NÅ FINNE ABS. MAG M VED Å BRUKE SOLA:

$$M_\odot - M = -2,5 \log \frac{F_\odot}{F} = -2,5 \lg \frac{\frac{L_\odot}{4\pi (10pc)^2}}{\frac{L}{4\pi (10pc)^2}}$$

$$= -2,5 \lg \frac{L_\odot}{L}$$

VI KAN FINNE M: $M = M_\odot + 2,5 \lg \frac{L_\odot}{\frac{4}{3}\pi R_C^3 \rho \varepsilon_{CNO}}$ (1)

5. FORTS

TIL SLUTT BRUKER VI SAMMENHENGEN MELLOM m (KJENT) OG M (ukjent):

$$m - M = 5 \lg \frac{r}{10\,pc}$$ HVOR VI FANT $\underline{r = 10,6\,kpc}$

$$\Rightarrow \quad M = m - 5 \lg \frac{r}{10\,pc}$$

INSATT I (1) GIR OSS

$$m - 5 \lg \frac{r}{10\,pc} = M_\odot + 2{,}5 \lg \frac{L_\odot}{\frac{4}{3}\pi R_c^3 \rho \varepsilon_{CNO}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{L_\odot}{\frac{4}{3}\pi R_c^3 \rho \varepsilon_{CNO}} = 10^{\frac{m - 5 \lg \frac{r}{10\,pc} - M_\odot}{2{,}5}}$$

$$L_\odot = \frac{4}{3}\pi R_c^3 \rho \varepsilon_{CNO}\, 10^{\frac{m - 5 \lg \frac{r}{10\,pc} - M_\odot}{2{,}5}}$$

$$R_c = \left[\frac{3 L_\odot}{4\pi \rho \varepsilon_{CNO}} \cdot 10^{\frac{-m + 5 \lg \frac{r}{10\,pc} + M_\odot}{2{,}5}}\right]^{1/3}$$

$$= \underline{3{,}2 \cdot 10^8\,m}$$

6) SER AT STJERNER MED TEMP $T \approx 9000K$ ER I FERD MED Å FORLATE HOVEDSERIEN. VI KAN FINNE LEVETIDEN TIL DISSE STJERNENE VED Å SAMMENLIKNE MED SOLA OG BRUKE AT

$$\left.\begin{matrix} M \propto T^2 \\ M_\odot \propto T_\odot^2 \end{matrix}\right\} \quad \frac{M}{M_\odot} = \frac{T^2}{T_\odot^2}$$

MASSEN TIL STJERNENE MED $T = 9000K$ ER

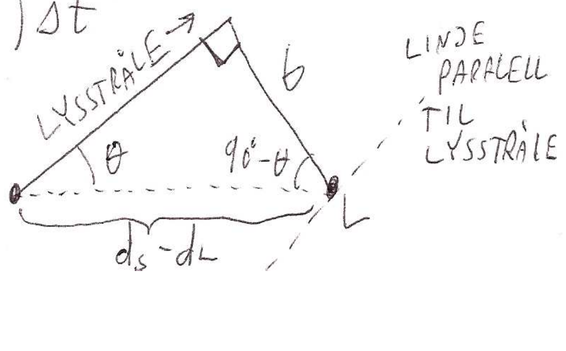
$$M = M_\odot \left(\frac{9000}{5780}\right)^2 = 2{,}4\, M_\odot$$

VET AT $t_{life} \propto \frac{1}{M^3} \Rightarrow \frac{t_{life}}{t_{life,\odot}} = \frac{M_\odot^3}{M^3}$

$$\Rightarrow t_{life} = \frac{1}{2{,}4^3} \cdot 10^{10}\text{ år} = \underline{\underline{0{,}7\, 10^9\text{ år}}}$$

7) SVAK GRAV. LINSING ER AT LYSET AVBØYES MOT OSS SLIK AT VI MOTTAR MER LYS FRA STJERNA. VI OBSERVERER DETTE SOM EN INTENSITETSØKNING I EN PERIODE

1. $b = (d_s - d_L)\sin\theta$
2. $r(t) = r(t-1) - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\sqrt{1 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\frac{b^2}{r^2}}\,\Delta t$
3. $\varphi(t) = \varphi(t-1) + \frac{b}{r^2}\left(1 - \frac{2M}{r}\right)\Delta t$



8) FØRST FINNER VI σ SOM VI TRENGER TIL Å GENERERE TILFELDIGE GAUSS-FORDELTE HASTIGHETER. VI SAMMENLIKNER:

$$G(v) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} \quad \text{MED} \quad n_{norm}(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

OG SER AT $\sigma = \sqrt{\frac{kT}{m}}$

KODE1: $N = 2 \frac{rhoo}{m_{He}} L^3$; elektrontetth. = protontett. = 2 He-tetth

KODE2: for j=1,3

$X(j,i)$ = rand.uniform[0,L] ; uniform på [0,L]

σ = sqrt[kT/m_e]

$v(j,i)$ = rand.gauss[0,σ] ; middel = 0, $\sigma = \sqrt{\frac{kT}{m}}$

KODE 3: for j=1,3

for i=1,N

$X(j,i) = X(j,i) + v(j,i)\cdot\Delta t$

KODE 4: $L = L - \Delta L$

KODE 5: $ne = N/L^3$; elektrontetthet

$EF = \frac{3}{\pi} h^2 / (8 m_e) \cdot (3ne/\pi)^{2/3}$; FERMIENERGI

$EK = SUM(v^2)/N \cdot \frac{1}{2} m_e$; MIDLERE KINETISK ENERGI

IF EK<EF STOP ; SJEKK OM DEGENERERT

9) Ser på tiden på to skall, skall 1 og skall 2 med $\Delta r_{12} = r_2 - r_1 = 33\,cm$

Vi finner sammenhengen mellom tidsintervall på skallklokker og langt-vekk-klokker:

skall 1: $\Delta t_1 = \sqrt{1 - \frac{2M}{r_1}}\,\Delta t$

skall 2: $\Delta t_2 = \sqrt{1 - \frac{2M}{r_2}}\,\Delta t$

DELER PÅ HVERANDRE: $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2M}{r_1}}{1 - \frac{2M}{r_2}}}$.

Setter $\Delta t_2 = 24h$ og finner tidsforskjell:

$$\Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2 = 24h\left(\sqrt{\frac{1 - \frac{2M}{r_1}}{1 - \frac{2M}{r_2}}} - 1\right)$$

Gjør om

$M_{jord} = 6 \cdot 10^{24}\,kg \cdot \frac{G}{c^2} \approx \underline{0{,}0044\,m}$

$r_1 = 6378\,km \quad r_2 = r_1 + 33\,cm$

Taylor-utvikler: $\Delta t \approx 24h\left(\frac{M}{r_2} - \frac{M}{r_1}\right) \approx \underline{\underline{-3 \cdot 10^{-12}\,s}}$