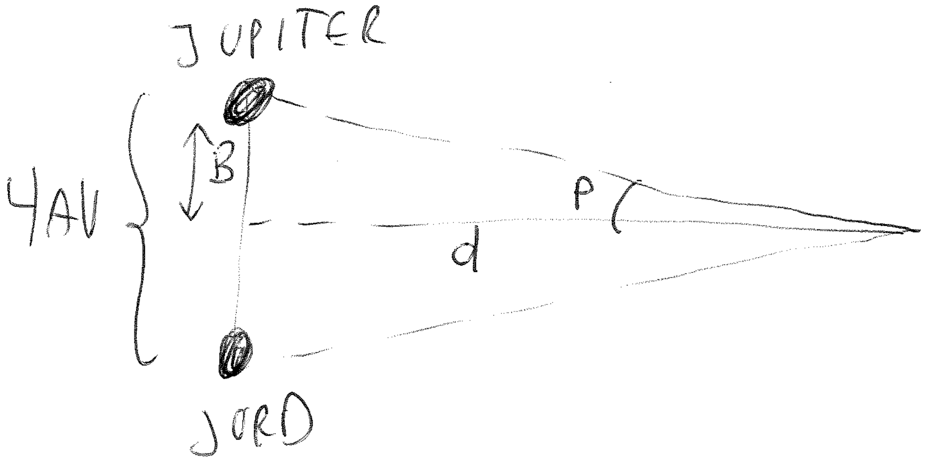
FASIT AVSLUTTENDE EKSAMEN

AST1100 2012

1) At radien ikke endrer seg betyr at gravitasjonskreftene som prøver å trekke stjerna sammen blir balansert av trykk-kreftene fra gassen. Trykket på et lite gasselement inne i stjerna er større innenfra en ovenfra slik at det motvirker gravitasjon og vi har hydrostatisk likevekt.

2) Finner avstanden til stjerna med parallakse:



Vi har at $B \approx dp$ (når stjerna er langt unna)
Parallaksevinkelen p er halvparten av forflytningen vi ser på bildet (på 0.25")

$$\Rightarrow \quad d = \frac{2\ AU}{\left(\frac{0{,}25''}{2}\right)\frac{1}{60}\cdot\frac{1}{60}\cdot\frac{\pi}{180^\circ}} \approx \underline{16\,pc}$$

(brukte øverste trekanten i fig. over)

2 forts

At stjerna er en av de sterkeste stjernene på himmel betyr at tilsynelatende magnitude $m \approx 1$ hvis vi følger grekerne.

Da bruker vi: $m - 1 = 5 \lg \frac{d}{10pc}$

$$\Rightarrow M \approx 1 - 5 \lg \frac{16}{10} \approx \underline{-0{,}02}$$

Som er absolutt magnitude.

Sammenlikner nå med sola for å finne lum:

$$M_1 - M_2 = -2{,}5 \lg \frac{F_1}{F_2} = -2{,}5 \lg \frac{\frac{L_1}{4\pi(10pc)^2}}{\frac{L_2}{4\pi(10pc)^2}} = -2{,}5 \lg \frac{L_1}{L_2}$$

$$M_* - M_\odot = -2{,}5 \lg \frac{L_*}{L_\odot} \Rightarrow L_* = 10^{\frac{M_\odot - M_*}{2,5}} \cdot L_\odot$$

$$\approx 87 L_\odot = \underline{\underline{3{,}3 \cdot 10^{28}\,W}}$$

3) Bruker Wiens forskyvningslov til å finne overflatetemp. Fra fig: $\lambda_{max} \approx 225\,nm$

$$\Rightarrow T = \frac{0{,}0029\ m\,K}{225 \cdot 10^{-9}\,m} = \underline{12\,900\,K}$$

Luminositeten er gitt ved $L = \underbrace{4\pi R^2}_{\text{overflate}} \underbrace{\sigma T^4}_{\text{fluks} = \frac{E}{A \cdot t}}$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}} \approx \underline{\underline{1{,}2 \cdot 10^6\,km}}$$

4) Vi vet at for hovedseriestjerner
så $L \propto M^4$

$$\Rightarrow \frac{L_*}{L_\odot} = \frac{M_*^4}{M_\odot^4} \Rightarrow M_* = \left(\frac{L_*}{L_\odot}\right)^{1/4} M_\odot$$

$$= 87^{1/4} M_\odot = \underline{\underline{3 M_\odot}}$$

5) Vi følger hintet og finner $M(r)$:

$$M(r) = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

uniform tetthet = masse/volum

volum av kula med radius r

Siden vi har uniform tetthet så er

$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ hvor M og R er massen

og radien til stjerna $\Rightarrow \underline{M(r) = M\left(\frac{r}{R}\right)^3}$

Bruker så likningen for hydrostatisk

likevekt: $\frac{dP}{dr} = -\rho g$

og ideel gasslikning $P = \frac{\rho k T}{\mu m_H}$

Siden vi har kun hydrogengass er $\mu = 1$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{\rho} k}{m_H} \frac{dT}{dr} = - \cancel{\rho}\, G \frac{M(r)}{r^2}$$

5 forts

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{G m_H}{k}\frac{M(r)}{r^2} = -\frac{G M m_H}{k R^3} r$$

Integrerer fra $r = 0$, $T = T_c$ $\downarrow$ $r = R$, $T \approx 0$

Antar her at temperaturen ved overflaten er så mye mindre enn temp. i kjernen at $\underline{T \approx 0}$

$$\int_{T_c}^{0} dT = -\frac{G M m_H}{k R^3}\int_0^R r\,dr$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{T_c = \frac{G M m_H}{2 k R} \approx 20{,}2 \cdot 10^6\,\mathrm{K}}}$$

6)

Energiprod. i pp-kjeden:

$$\varepsilon_{pp} = 1.08 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{W m^3}}{\mathrm{kg^2}} \cdot X_H^2\,\rho\,T_6^4$$

$$\underline{\underline{= 8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{W/kg}}}$$

$X_H = 0{,}75$ $\quad \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ $\quad T_6 = 20{,}2$

$$\varepsilon_{CNO} = 8{,}24 \cdot 10^{-31}\,\frac{\mathrm{W m^3}}{\mathrm{kg^2}} \cdot X_H X_{CNO}\,\rho\,T_6^{20}$$

$$\underline{\underline{= 6.5 \cdot 10^{-4}}}$$

$X_{CNO} \approx 0{,}01$

CNO dominerer!

7) og 8) Vi bruker energibevaring

(5)

$$\frac{E}{m} = \left(1-\frac{2M}{r}\right)\frac{dt}{d\tau} = \left(1-\frac{2M}{r}\right)\frac{dt}{dt_{sh}}\cdot\frac{dt_{sh}}{d\tau}$$

$$\times \frac{dt_{sh}}{dt_{sh}}$$

forholdet mellom en tids periode for langt-vekk-obs og for skall-obs, denne står i formelsam.

Forholdet mellom en tids periode sett for skalobs. og for obs på gassklump. Antar kort tidsperiode og at observasjoner gjøres av skallobs. som er like ved gassklump $\Rightarrow$ lokalt inertialsystem $\Rightarrow$ spes rel. $\Rightarrow$ $\frac{dt_{sh}}{d\tau} = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v_{sh}^2}}$

der v_{sh} er hast. målt av skallobs.

$$\Rightarrow \frac{E}{m} = \left(1-\frac{2M}{r}\right)\frac{1}{\sqrt{1-\frac{2M}{r}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-v_{sh}^2}} = \underline{\sqrt{1-\frac{2M}{r}}\frac{1}{\sqrt{1-v_{sh}^2}}}$$

7) For å sette inn tall må vi gjøre stjernemassen om fra kg $\Rightarrow$ m : $M_* = 6\cdot 10^{30}\,\text{kg}\cdot\frac{G}{c^2} = \underline{4447\,\text{m}}$

Vi må også uttrykke gassklumpens hast. dimensjonsløst : $v_{sh} = \frac{3\cdot 10^5\,\text{m/s}}{3\cdot 10^8\,\text{m/s}} = \underline{0{,}001}$

8 forts

$$\frac{E}{m}\text{(ved overflate)} = \frac{E}{m}\text{(høgaste punkt } v_{sh}=0)$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{1-\frac{2M}{R}}\frac{1}{\sqrt{1-v_{sh}^2}} = \sqrt{1-\frac{2M}{r_{max}}}$$

$$\Rightarrow r_{max} = \frac{2M}{1-\left(1-\frac{2M}{R}\right)\frac{1}{\sqrt{1-v_{sh}^2}}} = \frac{2\cdot 4{,}4\cdot 10^3\,\mathrm{m}}{1-\left(1-\frac{2\cdot 4{,}4\cdot 10^3}{1{,}2\cdot 10^9}\right)\frac{1}{\sqrt{1-0{,}001^2}}}$$

$$= \underline{1{,}4\cdot 10^6\,\mathrm{km}}$$

eller 200 000km over overflaten

9) En stjerne forlater hovedserien når hydrogenet i kjernen er brukt opp. Kjernereaksjonene og dermed energiproduksjonen i sentrum slutter dermed faller trykket som har opprettholdt hydrostatisk likevekt. I sentrum av stjerna "vinner" gravitasjon og kjernen trekker seg sammen med den konsekvens at den varmes kraftig opp. Strålingen fra oppvarmingen (og sammentrekningen) av kjernen varmer opp hydrogen-gassen på utsiden av kjernen og vi får hydrogenfusjon i et skall rundt kjernen. Energiproduksjon foregår nå i et større

9 forts

volum enn før og dermed øker nå luminositeten. Men strålingen fra ~~[illegible]~~ dette skallet får stjerna til å utvide seg. Dermed blir overflaten større og overflatetemp. må gå ned siden energien fordeles over en større overflate.

10) Vi finner først σ som vi trenger til å generere Gaussiske tilfeldige tall.

Sannsynligheten for at en part. har hast. $\vec{v}$ er gitt ved Maxwell-Boltzmann

$$P(\vec{v}) = n_{norm}(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}^{\,3} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}}$$

~~Ved å sette~~ Dermed har vi

$$P(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\, e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$$ og tilsvarende for v_y og v_z. Da ser vi at ved å sette

$$\sigma = \sqrt{\frac{kT}{m}}$$ så det skrives som

$$\underline{P(v_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{v_x^2}{2\sigma^2}}}$$

DEFINISJONER

rho = tetthet
T = temperatur
L = lengde av boks
m = hydrogenmasse
k = Boltzmannkonst.

$N = \frac{rho}{m} \cdot L^3$ ← ant. partikler i boks
sigma = sqrt[kT/m]
pos = array(N,3) ← x,y,z - pos til part.
vel = array(N,3) ← v_x, v_y, v_z - hast. til part.

```
for i = 1, N   ← løkke over partikler
   pos(i,0) = Uniform(L)
   pos(i,1)  — — " ———
   pos(i,2)  ——— " ———
   vel(i,0) = Norm(0, sigma)  ← sigma er definert over
   vel(i,1) = —— " ———
   vel(i,2) = —— " ———
endfor
; OVERFLATEN DEFINERER VI SOM PLANET X=0
deltat = kort tidsperiode
tot = 0.   ← ant. partikler som slipper ut
for i = 1, N   ← løkke over part.
   IF (pos(i,0) < abs(vel(i,0))·deltat) AND (vel(i,0)<0)
        THEN  tot = tot + 1
   ENDIF
```

~~endfor~~ 10 forts

endfor

R = stjerneradius

massetap = $tot \cdot m \cdot \frac{4\pi R^2}{L^2} / deltat$