

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

“Midtveis”-eksamen i AST1100, 10 oktober 2007, 14.30 – 17.30

Oppgavesettet er på 6 sider

Konstanter og uttrykk som kan være nyttige:

Lyshastigheten: $c = 2.98 \times 10^8$ m/s
Plancks konstant: $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J s
Gravitasjonskonstanten: $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m²/kg²
Boltzmanns konstant: $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K
Stefan Boltzmann konstant: $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$ W/m²K⁴.
Elektronets hvilemasse: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
Protonets hvilemasse: $m_p = 1.6725 \times 10^{-27}$ kg
Wiens forskyvningslov: $\lambda_{\max} T = 0.0029$ m K.
1 eV (elektronvolt) = 1.60×10^{-19} J.
Solmassen: $M_S = 2 \times 10^{30}$ kg
Solradien: $R_S = 6.98 \times 10^8$ m.
Solas tilsynelatende magnitute: $m = -26.7$.
Massen til Jupiter: 1.9×10^{27} kg
Temperaturen på solens overflate: 5780 K
Astronomisk enhet: 1AU = 1.5×10^{11} m.
lysår: 1 ly = 9.47×10^{15} m
parsec: 1 pc = 206 265 AU = 3.27 ly

Spørsmålene kan besvares på enten bokmål, nynorsk eller engelsk. You may answer these questions in either Norwegian or English. Medbrakt kalkulator er tillatt.

Oppgave 1

1. Løsningen på to-legemeproblemet for bundne legemer kan skrives som

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f}.$$

Forklar **kort** hvordan banen ser ut og hva symbolene a , e og f står for. Hva betyr det at legemene er bundne?

2. Kepler's tredje lov for to bundne legemer lyder

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} a^3.$$

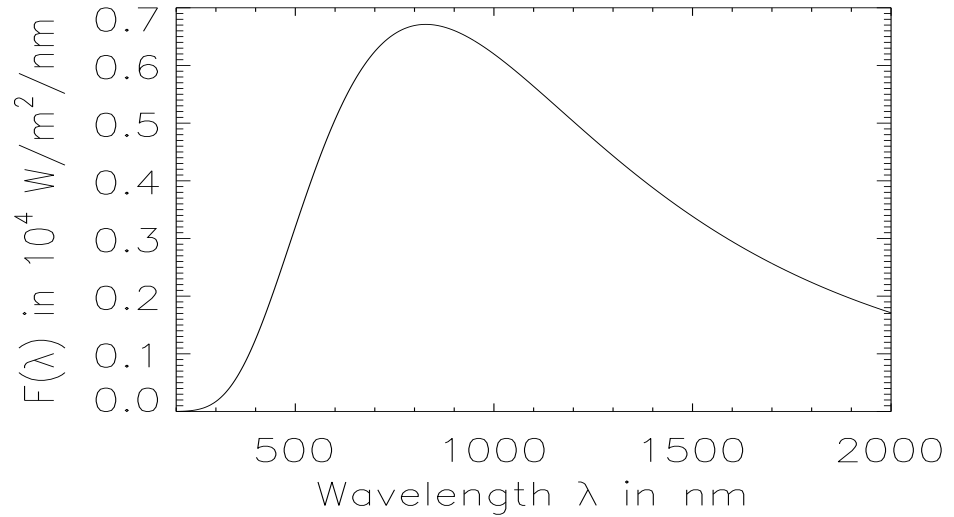


Figure 1: For oppgave 2

Forklar **kort** symbolene i likningen.

3. Halley's komet blir observert hvert 75.3 år. Hva er store halvakse for banen til Halley's komet? Hvilke antagelser brukte du for å komme frem til svaret? (angi svaret i AU)
4. En observatør i Oslo og en på Nordisk Optisk Teleskop (NOT) på La Palma observerer på et tidspunkt posisjonen til Halley's komet i forhold til fjerne stjerner. De måler en forskjell i posisjon på $6''$. Hva er parallaksevinkelen til Halley's komet på dette tidspunktet?
5. Hvor langt unna jorda var Halley's komet på dette tidspunktet? (Avstanden mellom Oslo og La Palma er omtrent 4000km, ignorer jordas krumning) (angi svaret i AU)
6. Kometbaner er veldig elliptiske. Banen til Halley's komet har en eksentrisitet på $e = 0.967$. Hvor nær kommer Halley's komet til sola på det nærmeste? (angi svaret i AU)

Oppgave 2

1. Stjernen Betelgeuse er en rød superkjempe i en avstand av 430 lysår med en tilsynelatende magnitudo på 0.58. Radien til stjerna er 630 ganger

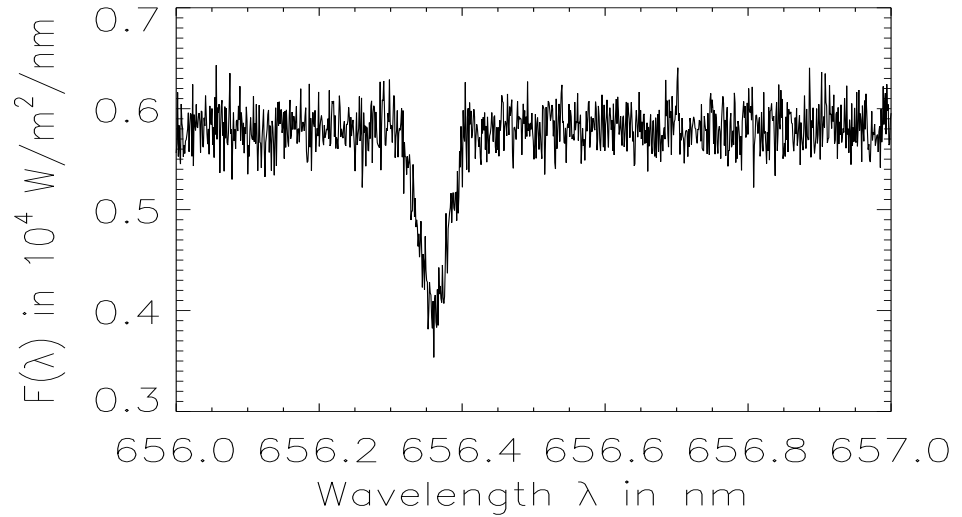


Figure 2: For oppgave 2

solradien. Vi antar i denne oppgaven at den er et sort legeme. I figur (1) ser du fluksen $F(\lambda)$ som vi mottar fra Betelgeuse som funksjon av bølglengde λ . Hva er overflatetemperaturen til Betelgeuse?

2. I figur (2), har vi zoomet inn på en liten del av plottet i figur (1). Vi ser her spektrallinjen $H\alpha$ med $\lambda_0 = 656.3\text{nm}$. Hvilken hastighet har Betelgeuse i forhold til oss? Beveger den seg mot oss eller fra oss?
3. Hva er den totale fluksen (summert over alle bølglengder) som Betelgeuse stråler ut?
4. Vis at den fluksen som vi mottar fra Betelgeuse (eller en hvilken som helst stjerne) kan skrives som

$$F = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \sigma T^4,$$

hvor R er radien til Betelgeuse, r er avstanden, T er temperaturen og σ er konstanten i Stefan-Boltzmanns lov.

5. Formelen som relaterer den tilsynelatende magnituden til to stjerner med fluksen som vi mottar fra disse to stjernene kan skrives som

$$m_1 - m_2 = -2.5 \lg \left(\frac{F_1}{F_2}\right).$$

Anta at solen er et sort legeme. Bruk overflatetemperaturen til Betelgeuse samt den tilsynelatende magnituden for å argumenter for om Betelgeus virkelig kan være et sort legeme eller ikke. Hvis Betelgeuse hadde vært et sort legeme, hvilken tilsynelatende magnitudo hadde den hatt?

6. Betelgeuse er en stjerne i siste fase av livet sitt. Det er ventet at den kommer til å eksplodere som en supernove i løpet av 'kort' tid. La oss anta en veldig enkel modell av en supernova: Eksplosjonen i sentrum av stjernen gjør at de ytre lagene i stjerna blir kastet utover som et sfærisk skall. Vi kan rett og slett se på det som om radien til stjerna øker enorm over veldig kort tid. La oss nå for enkelthelt skyld anta at temperaturen i de ytre lagene i stjerna holder seg konstant til tross for at skallet utvider seg kraftig. Vis at den tilsynelatende magnituden m_{SN} til supernovaen kan skrives som

$$m_{\text{SN}} = m_{\text{org}} - 5 \lg \left(\frac{R_{\text{SN}}}{R} \right),$$

hvor m_{org} er den nåværende tilsynelatende magnituden til Betelgeuse, R er den opprinnelige radien til Betelgeuse og R_{SN} er radien til skallet som blir kastet av i supernovaeksplosjonen.

7. Hva blir den tilsynelatende magnituden til supernovaen når radien til dette ekspanderende skallet har utvidet seg til 1000 ganger den radien som Betelgeuse hadde før eksplosjonen? Vil du kunne se supernovaen på himmelen også om dagen (argumenter) ?
8. I eksplosjonen blir meget energirike elementærpartikler sendt ut, noen i retning av jorda. Et proton med hvilemasse eV har energien 10GeV . Hvilken hastighet har protonet?
9. Målt på våre klokker bruker protonet 432.1 år på å komme frem. Hvor lang tid tar det i hvilesystemet til protonet? Bruk invarians av linjeelementet til å komme frem til svaret.

Oppgave 3

1. Massen til en planet i bane rundt en annen stjerne kan beregnes ved hjelp av

$$m_p \sin i = \frac{P^{1/3} m_*^{2/3} v_{*r}}{(2\pi G)^{1/3}}.$$

Forklar symbolene i likningen og fortell **kort** hva slags målinger som må gjøres for å kunne bruke denne formelen.

2. I figure 3 ser du en graf med den målte radialhastigheten til en stjerne som funksjon av tiden. Er det noe som tyder på at denne stjerna har en planet (eller stjerne) i bane rundt seg? Forklar hvorfor det gir opphav til en slik form.

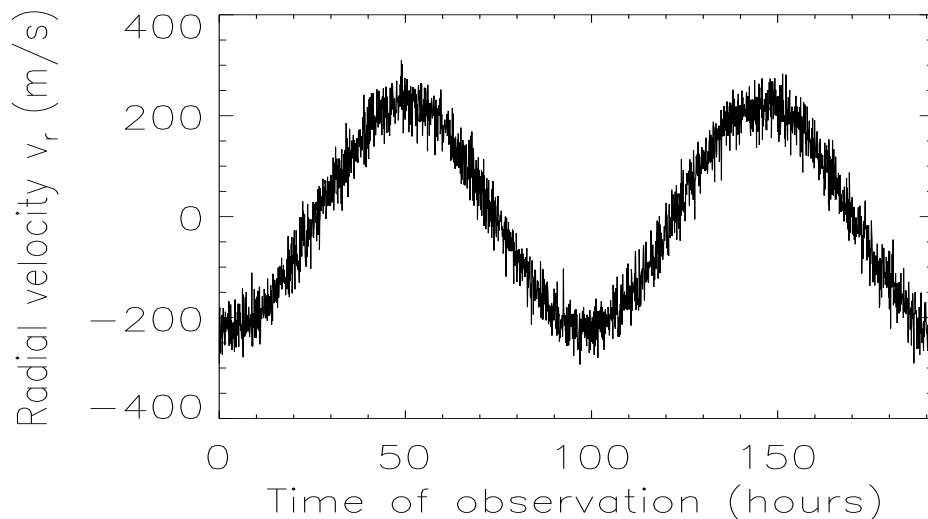


Figure 3: For oppgave 3

3. Bruk grafen og formelen over til å bestemme den minste mulige massen til planeten (massen til stjerna er $0.8M_{\odot}$). Gi svaret i Jupitermasser. Hvorfor er dette bare den minste mulige massen?
4. I figur 4 ser vi fluksen til stjerna for en mindre del av tidsrommet i figur 3. Kan du nå si noe mer om massen til planeten? Hvorfor?
5. Bruk grafen til å gi et anslag på radien til planeten. (**hint 1:** Anta sirkulære baner. **hint 2:** Her er det gjort en observasjon hvert 5. minutt. Hver observasjon er markert med et kryss. **hint 3:** Du trenger ikke å huske noen formler for å løse denne oppgaven, du har all informasjon du trenger. **hint 4:** Anta at baneradien til planeten omkring massesenteret er mye større enn baneradien til stjerna.)
6. Er dette en gass eller steinplanet?

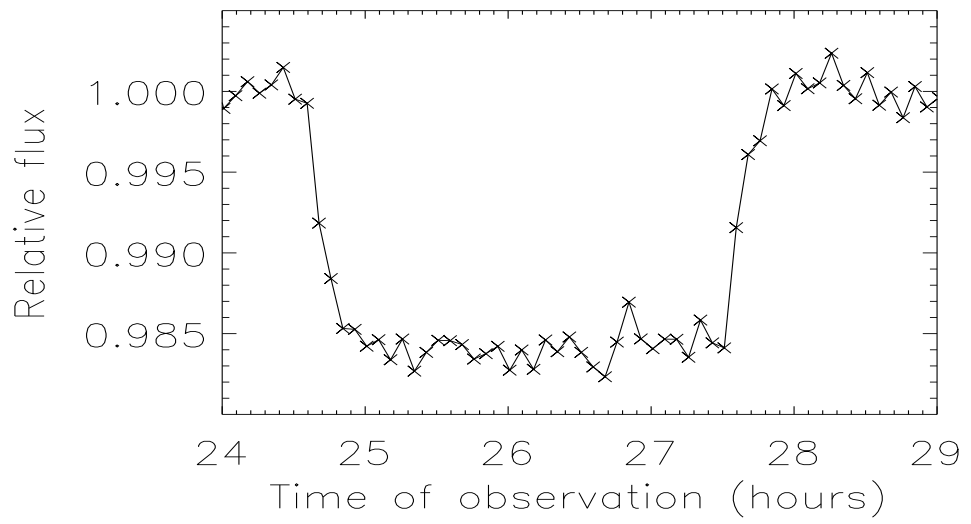


Figure 4: For oppgave 3