UNIVERSITETET I OSLO

Det matetmatisk-naturvitenskapelige fakultet

"Midtveis"-eksamen i AST1100, 6. oktober 2009, 15.00 – 18.00

Oppgavesettet inkludert formelsamling er på 8 sider

Konstanter og formelsamling finner du bakerst
Merk: Figurene til oppgavene er ofte på en annen side en selve oppgaven

Vær nøye med å forklare formlene du bruker: når du bruker formler fra formelsamlingen, forklar veldig kort hvorfor du bruker denne formelen og nevn hva symbolene i formelen står for. Selv om svaret er riktig, gies det ikke poeng på en oppgave hvis man ikke viser at man har forstått fysikken bak (dette gjelder spesielt oppgaver hvor svaret er oppitt). Hvis du bruker formler som ikke er oppgitt og som ikke er grunnleggende fysiske formler (dette skulle ikke være nødvendig) så må formlene vises.
Spørmålene kan besvares på enten bokmål, nynorsk eller engelsk. You may answer these questions in either Norwegian or English.
Medbrakt kalkulator er tillatt.

Oppgave 1

(**hint:** Hele denne oppgaven er en forenklet versjon av en av ukeoppgavene som du allerede har regnet!)

1. På figur 1 ser du den observerte rotasjonskurven til en galakse. Hva er egenhastigheten (peculiar velocity) til denne galaksen?

2. Hvis vi modellerer tettheten i galaksen basert på den observerte stjernetettheten så finner man ved å bruke Newtons lover at rotasjonskurven skulle være proporsjonal med $v(r) \propto \sqrt{1/r}$. Kan du gi en mulig forklaring på hvorfor den observerte kurven ikke følger denne formelen? Forklar litt i detalj (uten formler) hvordan problemet kan løses og hva som må til for å få en flat rotasjonskurve (bruk maks ca. 1/2 side for 'normal' skriftstørrelse).

3. En god modell for tetthetsprofilen til galaksen er gitt ved formelen
$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + (r/R)^2}, \tag{1}$$
der $\rho_0 = 0.3$ solmasser/pc^3 og $R = 5$ kpc. Lag en skisse av tetthetsprofilen (tetthet som funksjon av avstand fra sentrum av galaksen) basert på denne formelen. Figuren trenger ikke å være veldig nøyaktig men bør vise de viktigste trekkene. Husk å sette tall på aksene (du kan selve velge de enhetene som er mest hensiktsmessige). Gi en **kort** forklaring (2-3 setninger) på hvordan du tenkte for å komme fram til denne formen på kurven.

4. Parameterene ρ_0 og R er forskjellige fra galakse til galakse. Man kan bruke minste kvadraters metode for å finne disse parameterene fra den observerte rotasjonskurven. Forklar fremgangsmåten (viktig

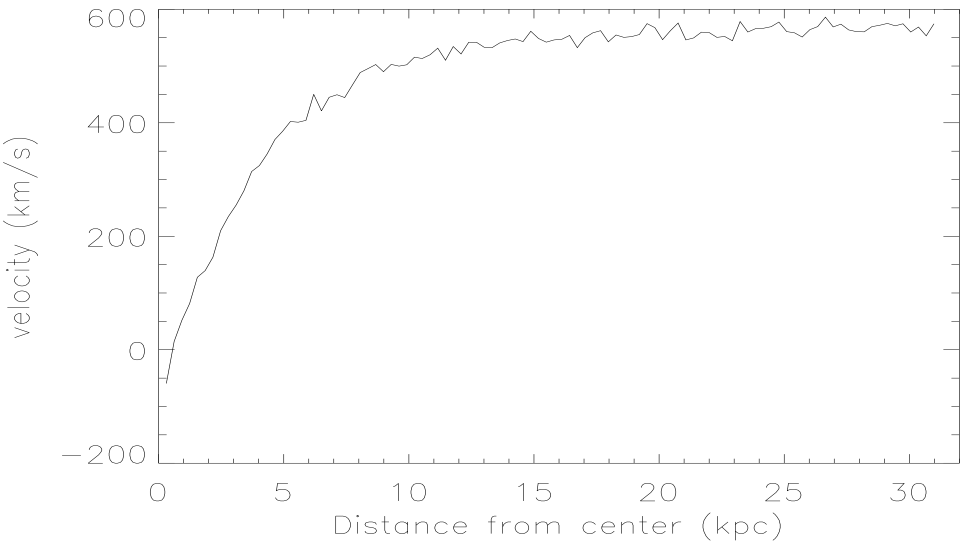

Figure 1: For oppgave 1

med god forklaring, maks ca. 1/2 - 1 side) og lag en skisse av en kode for å beregne disse parameterene med minste kvadraters metode. Du kan bruke pseudokode, dvs. en kode som ikke er helt nøyaktig men som viser hovedtrekkene, som f.eks. hvor det skal være løkker og hvilke uttrykk som beregnes (PS!Du kan få bruk for et uttrykk fra formelsamlingen).

Oppgave 2

1. En gang i fremtiden blir det oppdaget en asteroide som kan se ut til å kunne krasje med jorda. Asteroiden er fortsatt veldig langt unna da den blir oppdaget. På figur 2 (øverste bilde) ser du bilde av asteroiden tatt samtidig med to forskjellige teleskop med 6000 km avstand mellom teleskopene. De to punktene A og B er altså samme asteroide men tatt med to forskjellige teleskop. På det samme bildet ser du flere bakenforliggende stjerner. På bildet nedenfor ser du igjen den samme asteroiden tatt med de to samme teleskopene, men dette bildet er tatt en time senere enn bildet over. I figur 3 ser du en del av spekteret til lyset fra asteroiden (som er reflektert sollys). Du ser spektrallinjen til en overgang med $\lambda_0 = 425.11$nm. Denne spektrallinjen oppstår på asteroiden fra en gass som lekker ut gjennom hull i asteroiden. Bruk disse figurene til å svare på følgende spørsmål (les av tallene så godt du kan fra figurene, det er ikke så nøye at det blir helt nøyaktig):

   (a) Hva er avstanden til asteroiden (gi svaret i astronomiske enheter)? Forklar størrelsene du bruker.

   (b) Anta at asteroiden i løpet av en time beveger seg så lite at du kan anta at hatigheten er konstant i løpet av bevegelsen. Hva er den totale hastigheten til asteroiden? (hint: beregn først radiell og tangensiell hastighet separat og sett disse til slutt sammen til total hastighet)

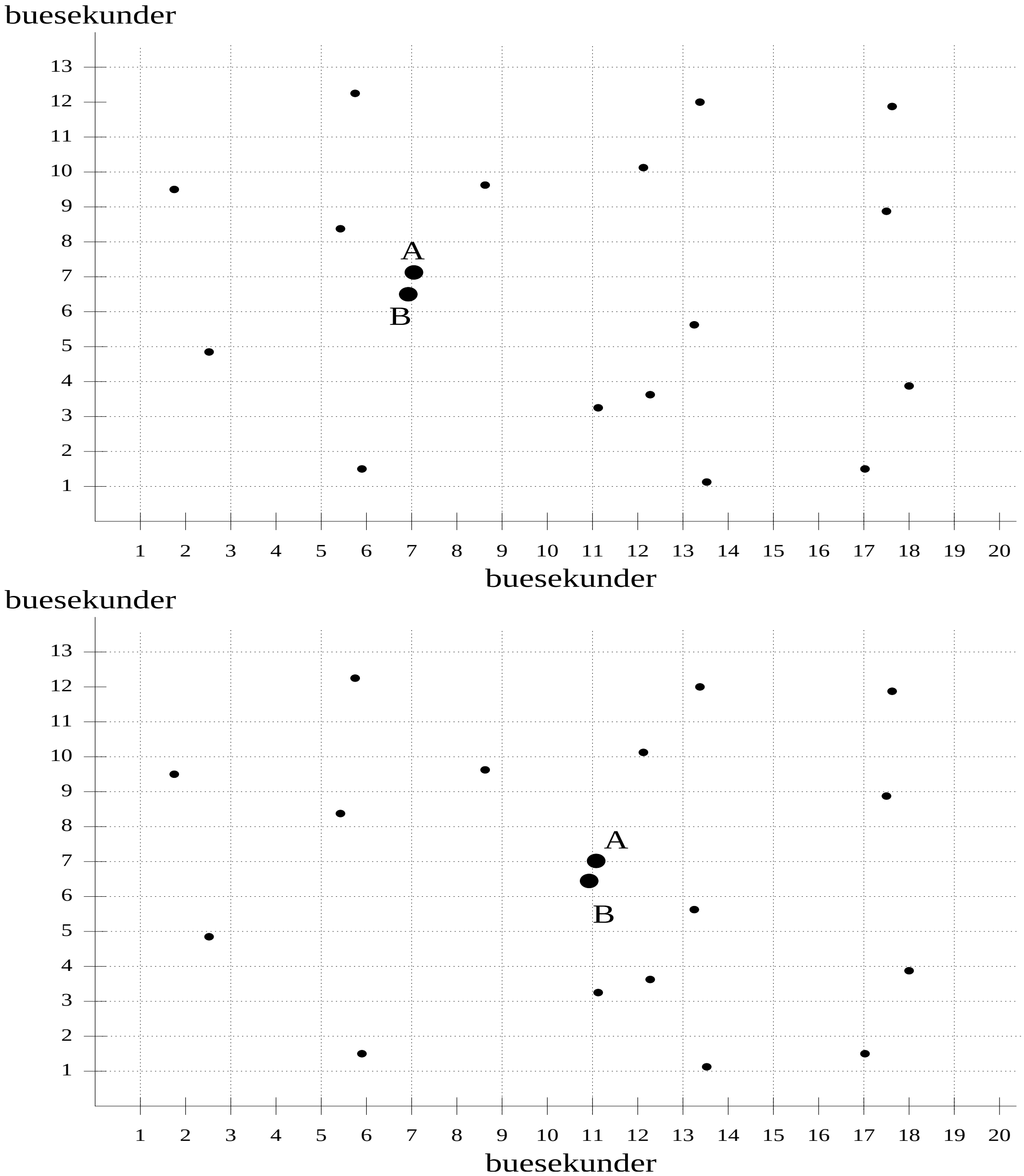

Figure 2: For oppgave 2: De små punktene er stjerner, det store punktet merket A er bilde av asteroiden tatt med et teleskop, det store punktet merket B er et bilde av asteroiden tatt samtidig med et annet teleskop 6000km unna. Bildet nederst er tatt en time etter bildet over.

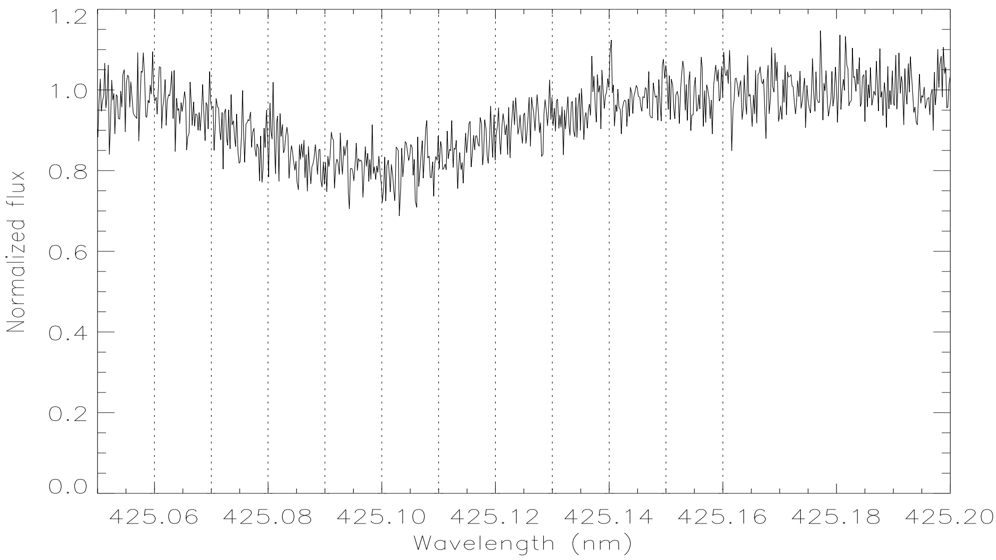

Figure 3: For oppgave 2: En spektrallinje målt til $\lambda_0 = 425.11$ nm i laboratoriet.

2. Når vi observerer spektret til asteroiden så bruker vi fluksen $F(\lambda)$ som vi mottar fra asteroiden. Siden asteroiden bare reflekterer sollys så er intensiteten fra asteroiden hovedsakelig gitt ved en Planckkurve $B(\lambda)$. Beregn sammenhengen mellom intensiteten $B(\lambda)$ og fluksen $F(\lambda)$ (det er en konstant faktor som skiller disse to, beregn denne faktoren). Forklar **kort** hvordan du tenker, gjerne med en figur. **Hint:** Dette har du gjort før i en ukeoppgave.

3. Asteroiden blir sett på som en trussel mot jorda og to romskip blir sendt opp for å skyte ned asteroiden. Vi skal nå innføre tre referansesystemer: det umerkede labsystemet (x, t) (jordsystemet), det merkede systemet (x', t') til romskip 1 og det dobbeltmerkede systemet (x'', t'') til romskip 2. Når romskip 1 blir sendt fra jorda så synkroniseres de to klokkene slik at $t = t' = 0$. Vi kaller dette event A. En tid $\Delta t = 5$ min. senere sendes romskip 2 opp. Klokkene i romskip 2 settes til $t'' = 0$ i det romskipet skytes opp. Vi kaller dette event B. Romskip 1 har konstant hastighet $v_1 = 0.80$ og romskip 2 har $v_2 = 0.81$. De to romskipene nærmer seg etterhvert asteroiden. Når klokken viser $t''_C = 90$ min. (enda på trygg avstand fra asteroiden) i romskip 2 så skyter romskip 2 en laserstråle mot asteroiden. Dette kalles event C. På denne tiden er romskip 1 fortsatt foran romskip 2. Samtidig (sett fra romskip 2) så sendes også en laserstråle mot asteroiden fra romskip 1. Dette kaller vi event D. I figur 4 viser vi situasjonen.

   (a) Sett opp tid og romkoordinater til disse 4 eventene i de tre koordinatsystemen. Pass på å markere hva som er kjente (som kan uttrykkes ved de kjente størrelsene v_1, v_2, t''_C og Δt) og hva som er ukjente størrelser.

   (b) De to lasterstålene ble sendt ut samtidig i referansesystemet til romskip 2. Hva var tidspunktene t_C og t_D til utsendelsene av de to laserstrålene sett fra jorda (angi svaret i minutter) ? Hvilket

Figure 4: For oppgave 2.5

romskip sendte ut laserstrålen først sett fra jordsystemet? Bruk tidromsintervaller til å svare på oppgaven (andre fremgangsmåter godtaes ikke, det er heller ikke lov å bruke kjente relasjoner mellom Δt og $\Delta t'$ eller mellom L og L'). (Hint: Bruk f.eks. tidromsintervaller BC, BD og CD for passende koordinatsystemer, men pass på å kikke litt på likningene før/mens du regner, dette skal det ikke bli mye regning av.).

(c) Hvilken av de to lasterstålene treffer asteroiden først? Forklar hvordan du tenker/regner. Trenger her ikke tidspunkter på når asteroiden treffes, trenger bare å vite hvilken stråle som treffer først. (Hint: fra hvilket referansesystem er det lettest å beregne dette?)

(d) Tegn opp verdenslinjene til de to romskipene og til de to laserstrålene i et tidromsdiagram for jordsystemet (x, t) og et tidsromsdiagram for romskip 2 (x'', t''). Marker event B, C og D i diagrammene.

Konstanter og uttrykk som kan være nyttige:

Lyshastigheten: $c = 3.00 \times 10^8$ m/s
Plancks konstant: $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J s
Gravitasjonskonstanten: $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2
Boltzmanns konstant: $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K
Stefan Boltzmann konstant: $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$W/m^{2}K^4.
Elektronets hvilemasse: $m_\mathrm{e} = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
Protonets hvilemasse: $m_\mathrm{p} = 1.6726 \times 10^{-27}$ kg
Nøytronets hvilemasse: $m_\mathrm{n} = 1.6749 \times 10^{-27}$ kg
Wiens forskyvnigslov: $\lambda_\mathrm{max} T = 0.0029$ m K
1 eV (elektronvolt) $= 1.60 \times 10^{-19}$ J
Solmassen: $M_\odot = 2 \times 10^{30}$ kg
Solradien: $R_\odot = 6.98 \times 10^8$ m.
Solas tilsynelatende magnitude: $m = -26.7$
Solas luminositet: $L_\odot = 3.827 \times 10^{26}$W
Massen til Jupiter: 1.9×10^{27} kg
Temperaturen på solens overflate: 5780 K
Astronomisk enhet: 1AU $= 1.5 \times 10^{11}$ m
Hubblekonstanten: $H_0 = 71$ km/s/Mpc
lysår: 1 ly $= 9.47 \times 10^{15}$ m
parsec: 1 pc = 206 265 AU = 3.27 ly

Formler vi har brukt/utledet i kurset:

$$P^2 = a^3$$

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} a^3$$

$$\ddot{\vec{r}} + m\frac{\vec{r}}{r^3} = 0$$

$$r = \frac{p}{1 + e\cos f}$$

$$p = h^2/m$$

$$p = a(1 - e^2) \quad \text{(ellipse)}$$

$$p = a(e^2 - 1) \quad \text{(hyperbel)}$$

$$p = 1/2a \quad \text{(parabel)}$$

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i = M\vec{R}$$

$$m_p \sin i = \frac{m_*^{2/3} v_{*r} P^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\rho(r) = \frac{v^2(r)}{4\pi G r^2}$$

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + (r/R)^2}$$

$$< K >= -\frac{1}{2} < U >$$

$$U = -\frac{3GM^2}{5R}$$

$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$$

$$I(\nu) = \frac{dE}{cos\theta d\Omega dA dt d\nu}$$

$$L = \frac{dE}{dt}$$

$$F = \frac{dE}{dAdt}$$

$$F = \sigma T^4$$

$$n(v)dv = n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/(2kT)} 4\pi v^2 dv$$

$$\Delta\lambda_{FWHM} = \frac{2\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{m}}$$

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_1}{F_2}\right)$$

$$m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d}{10\mathrm{pc}}\right)$$

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \left(\sqrt{\frac{1+v}{1-v}} - 1\right)$$

$$c_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \gamma_{\mathrm{rel}} & -v_{\mathrm{rel}}\gamma_{\mathrm{rel}} & 0 & 0 \\ -v_{\mathrm{rel}}\gamma_{\mathrm{rel}} & \gamma_{\mathrm{rel}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$V_\mu = \gamma(1, \vec{v})$$

$$< E_K >= \frac{3}{2}kT$$

$$N = \frac{M}{\mu m_H}$$

$$M_J = \left(\frac{5kT}{G\mu m_H}\right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{1/2}.$$