

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

“Midtveis”-eksamen i AST1100, 11. oktober 2011, 15.00 – 18.00

Oppgavesettet inkludert formelsamling er på 13 sider

Tillatte hjelpemidler: 1) Angel/Øgrim og Lian: Fysiske størrelser og enheter 2) Rottman: Matematisk formelsamling 3) Elektronisk kalkulator av godkjent type

Konstanter og formelsamling finner du bakerst

Merk: Figurene til oppgavene er ofte på en annen side enn selve oppgaven

Det er totalt 10 oppgaver. Hver av disse oppgavene (eller summen av deloppgavene innen oppgaven) kan totalt gi 10 poeng slik at maksimal poengsum er 100 poeng.

Vær nøye med å forklare formlene du bruker: når du bruker formler fra formelsamlingen, forklar veldig kort hvorfor du bruker denne formelen og nevner hva symbolene i formelen står for. Selv om svaret er riktig, gies det ikke poeng på en oppgave hvis man ikke viser at man har forstått fysikken bak (dette gjelder spesielt oppgaver hvor svaret er oppitt). Hvis du bruker formler som ikke er oppgitt og som ikke er grunnleggende fysiske formler (dette skulle ikke være nødvendig) så må formlene vises.

Spørsmålene kan besvares på enten bokmål, nynorsk eller engelsk. You may answer these questions in either Norwegian or English.

• OPPGAVE 1

- **Bakgrunnsinformasjon:** For første gang ble det nylig oppdaget en ekstrasolar planet i bane rundt et dobbeltstjernesystem (to stjerner som går i bane omkring et felles massesenter). Resultatene ble publisert i tidsskriftet Science og i figur 2 og 3 ser du figurene fra denne artikkelen. Den første figuren viser lyskurven til stjernesystemet med formørkelser (øverst) og forstørrelse av lyskurvene ved formørkelser (nederst). Enhetene på x-aksene er alltid i dager. Systemet består av stjerne A (størst) og stjerne B. De to stjernene formørker hverandre, og planeten formørker de to stjernene. Når det ikke er noen formørkelser, er lyskurva på toppen (normalisert til 1) som betyr at vi mottar lys fra begge stjernene. I den andre figuren ser vi observert radiell hastighet som funksjon av tida målt med Dopplereffekten. Det er kun stjerne A som man klarer å måle Dopplereffekten på og målepunktene er derfor for denne stjerna. Den heltrukne kurva er beste

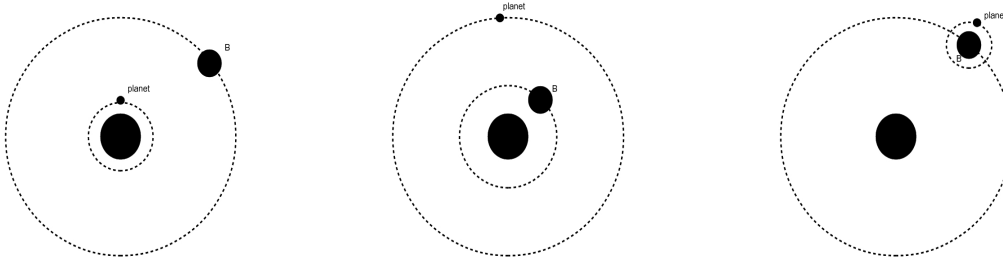


Figure 1: Tre mulige konfigurasjoner for systemet. Den store skiva er stjerne A, den litt mindre skiva er stjerne B og den minste er planeten. I alle tre tilfeller ser vi systemet fra referansesystemet til stjerne A og banene til stjerne B og planeten er tegnet inn.

tilpasning for stjerne A når man antar at det kun er stjerne B som påvirker den. Den stripla linja er modellkurva for stjerne B.

- **Oppgave:** Denne oppgaven består av 4 små deloppgaver der svaret enkelt kan sees direkte fra figurene uten noe regning, men det er viktig at du forklarer hvordan du tenker for å finne svaret:
 1. Ved å kikke på lyskurvene, hvilke av de tre mulige konfigurasjonene i figur 1 må det her være snakk om? Argumenter. I figurene ser vi alt fra referansesystemet til stjerne A (stor skive). Figurene viser banene til stjerne B (mellomstor skive) og planeten (minst skive) sett fra stjerne A.
 2. Omtrent hva er inklinasjonen til baneplanet for stjerne B?
 3. Omtrent hva er inklinasjonen til baneplanet for planeten?
 4. Omtrent hva er hastigheten til massesenteret til dette systemet i forhold til oss (og er bevegelsen fra oss eller mot oss)?

• OPPGAVE 2

- **Bakgrunnsinformasjon:** Massen til stjerne A er målt til å være 0.7 solmasser.
- **Oppgave:** Se for øyeblikket bort fra planeten og bruk hastighetskurven til å finne massen til stjerne B (anta at stjerne B er mye mindre enn stjerne A). Forklar hvordan du går frem og hvordan du leser av på figuren. Angi svaret i solmasser.
- **Hint 1:** Les av så godt du kan på kurven, det blir ikke helt nøyaktig, men det blir det ikke trekk for så lenge du forklarer hva du gjør.
- **Hint 2:** Resultatet du får viser at antakelsen om at stjerne B er mye mindre enn stjerne A nok ikke er en spesielt god antagelse.

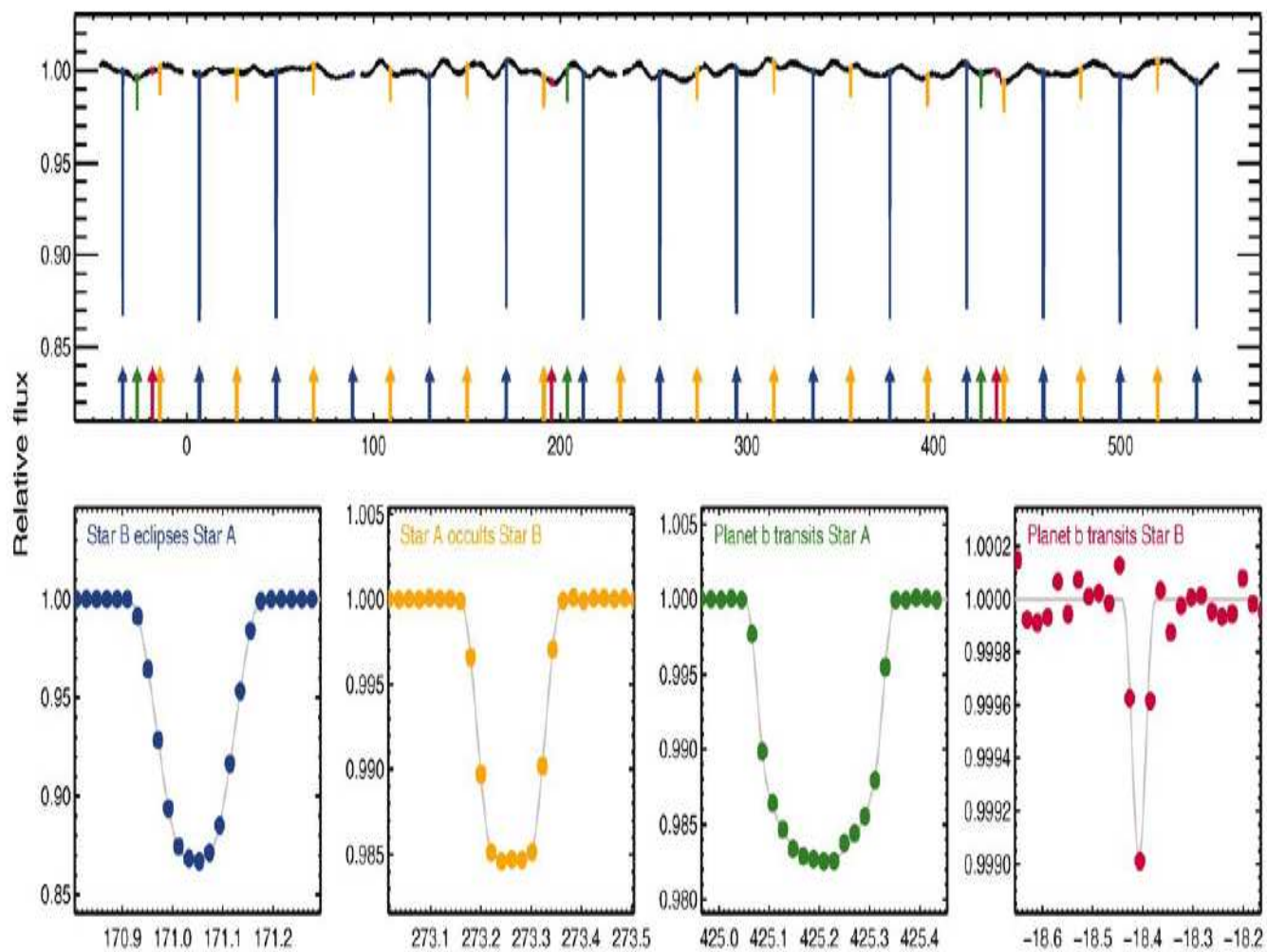


Figure 2: Lyskurven til dobbeltstjernesystemet med forstørrelser av formørkelsene (nederst). Tall på alle x-aksene er i **dager**. Fra Doyle et al. 2011, Science, 333, 1602.

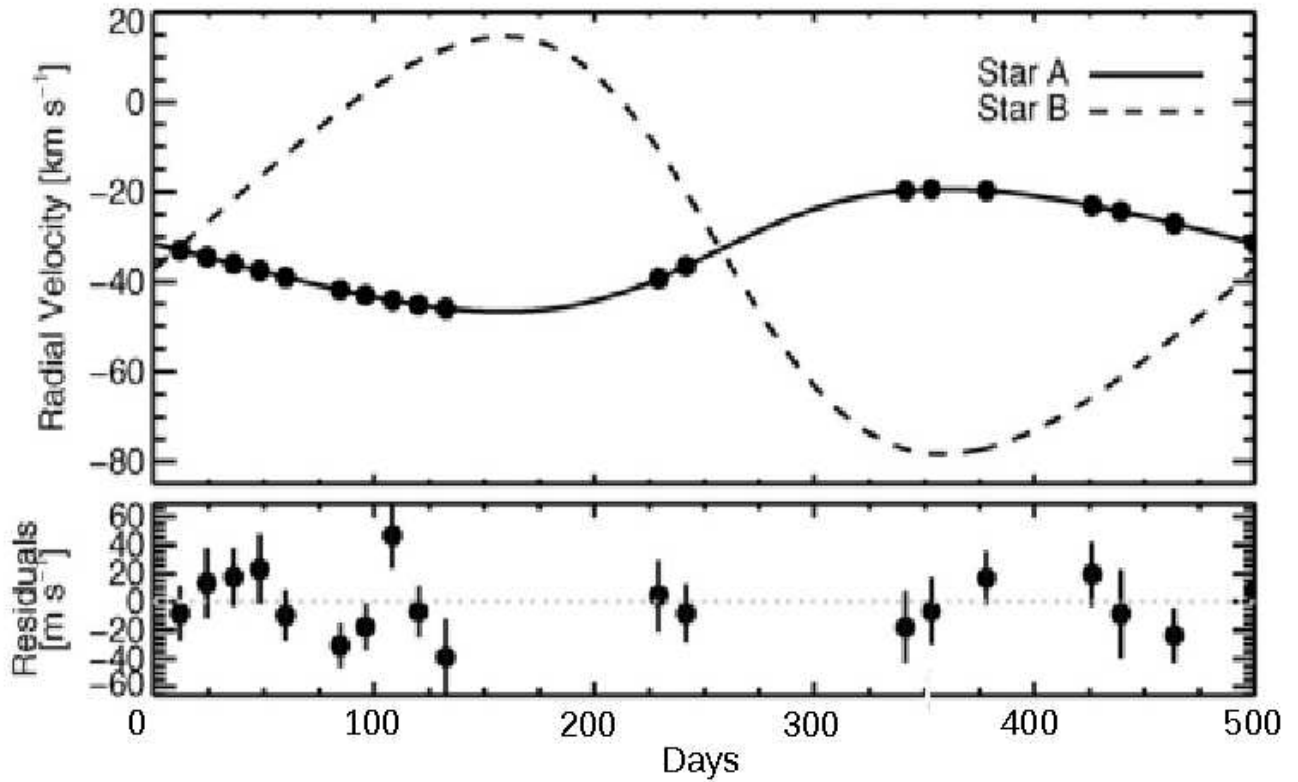


Figure 3: Øverst: Dopplermålinger av stjerne A (punkter), beste modellkurve for stjerne A (heltrukken linje) og stjerne B (striplet linje) når man antar at disse ikke har planet i bane rundt seg. Nederste plot: Differansen mellom modell og måling for stjerne A, her ser vi fluktuasjoner fra planetens påvirkning på stjernehastigheten. Fra Doyle et al. 2011, Science, 333, 1602.

• OPPGAVE 3

- **Bakgrunnsinformasjon:** Den heltrukne linja for stjerne A i hastighetskurven er beste tilpassning når man ser bort fra planeten. Nederst i figur 3 ser du differansen mellom målepunktene og beste tilpasning for stjerna A fra grafen rett over. Du ser små regelmessige avvik som skyldes planeten.
- **Oppgave:** Finn massen til planeten og angi svaret i Jupitermasser. Hvis du ikke får til dette bruk 3 Jupitermasser (som ikke er riktig svar) i neste oppgave.
- **Hint 1:** Her er måleusikkerhetene veldig store og det er vanskelig å lese av fra grafen: ikke fortvil hvis du ikke får målepunktene til å stemme helt med det du hadde forventet. Alle kommer nok til å få litt forskjellige tall, det blir derfor hovedsakelig gitt poeng for selve forklaringen av hvordan du tenker når du leser av fra kurven (lag gjerne tegning av grafen som viser hvordan du leser av).
- **Hint 2:** Du kan finne informasjon både i figur 2 og 3 for å løse denne oppgaven.
- **Hint 3:** Siden den beste modellen for hastighetskurven til stjerne A under påvirkning fra stjerne B er trukket fra, kan du, når du bruker den nederste grafen i figur 3 se helt bort i fra stjerne B (dette er en tilnærming). Du kan dermed anta at den nederste grafen er hastighetskurven til stjerne A kun under påvirkning av planeten.

• OPPGAVE 4

- **Oppgave:** Bruk figurene til å finne midlere tetthet til planeten. Igjen så blir det unøyaktige avlesninger, pass på å forklare godt hva du gjør.
- **Kort tillegsspørsmål:** Hvis vi antar at tettheten er uniform, er dette en steinplanet eller gassplanet? (Studier av lyskurvene tilsier faktisk at fordelingen ikke er uniform og at det er mer som en steinplanet med en veldig stor atmosfære).

• OPPGAVE 5

- **Oppgave:** Du skal nå skrive en pseudo-kode for å simulere dette trelegemeproblemet ved å bruke Euler-Cromer-metoden. Du bør ha med:
 1. Forklaring (uten kode) som viser den fysiske problemstillingen, likningen(e) som skal løses og hvordan algoritmen løser disse. Maks. ca. en halv til en side med normal skrift.
 2. Fylle ut de 12 ledige linjene i pseudo-koden i figur 4
- **Hint:** Hvis du foretrekker å skrive din egen pseudokode istedenfor for å følge oppsettet og fylle ut linjene i den oppgitte koden så er det fullt lov og vil gi like mye uttelling.

• OPPGAVE 6

- **Bakgrunnsinformasjon:** Vi skal nå bruke en forenklet modell for et klimasystem til å finne middeltemperaturen på overflaten til planeten. Vi antar for enkelthets skyld at planeten ikke har noen atomsfære og at planeten er et sort legeme som absorberer all stråling som faller på den. Anta også at det kun er strålingen fra stjerne A som bidrar til å varme opp planeten. Massen til stjerne A er målt til å være 0.7 solmasser, radien er 0.7 solradier og den effektive overflatetemperaturen er 4500K. Den midlere avstand fra planeten til stjerne A er målt til å være 0.7 AU. Anta at planeten er i likevekt som betyr at all energi som den mottar som stråling fra stjerne A blir sendt ut igjen i alle retninger som varmestråling (sort stråling). Anta at radien til den delen av planeten som består av stein er 0.1 ganger Jupiterradien.
- **Oppgave:** Finn overflatetemperaturen på planeten. Angi svaret i grader Celcius.
- **Hint 1:** Du har nok informasjon til å finne luminositeten til stjerne A.
- **Hint 2:** Du må finne den totale energien som planeten mottar. Du har nok informasjon til å finne fluksen som planeten mottar, og du må regne ut det totale arealet som mottar stråling.
- **Hint 3:** Når du har den totale energien som planeten mottar per tid og du vet at dette blir strålt ut igjen i alle retninger, så har du også 'luminositeten' til planeten som du kan bruke til å finne temperaturen (husk at planeten blir regnet til å være et sort legeme).

```

r_A = liste med posisjonsvektorer (x,y) for stjerne A ved forskjellige tidspunkter
r_B = liste med posisjonsvektorer (x,y) for stjerne B ved forskjellige tidspunkter
r_p = liste med posisjonsvektorer (x,y) for planeten ved forskjellige tidspunkter
v_A = liste med hastighetsvektorer (x,y) for stjerne A ved forskjellige tidspunkter
v_B = liste med hastighetsvektorer (x,y) for stjerne B ved forskjellige tidspunkter
v_p = liste med hastighetsvektorer (x,y) for planeten ved forskjellige tidspunkter
N=antall tidssteg
deltat=1
G=6.67e-11

```

```

mA = masse til stjerne A
mB = masse til stjerne B
mp = masse til planeten

```

```

r_A(0)=initialposisjonsvektor til stjerne A
r_B(0)=initialposisjonsvektor til stjerne A
r_p(0)=initialposisjonsvektor til planeten
v_A(0)=initialhastighetsvektor til stjerne A
v_B(0)=initialhastighetsvektor til stjerne B
v_p(0)=initialhastighetsvektor til planeten

```

```

FOR t=1,N

```

```

1.rab=      ;;;finn ut hva du skal beregne her
2.rap=      ;;;finn ut hva du skal beregne her
3.rbp=      ;;;finn ut hva du skal beregne her
4.F_A=      ;;;beregnetotalkrafta paa stjerne A
5.F_B=      ;;;beregnetotalkrafta paa stjerne B
6.F_p=      ;;;beregnetotalkrafta paa planeten
7.v_A(t)=   ;;;oppdater hastighet til stjerne A
8.v_B(t)=   ;;;oppdater hastighet til stjerne B
9.v_p(t)=   ;;;oppdater hastighet til planeten
10.r_A(t) =  ;;;oppdater posisjonen til stjerne A
11.r_B(t) =  ;;;oppdater posisjonen til stjerne B
12.r_p(t) =  ;;;oppdater posisjonen til planeten

```

```

ENDFOR

```

• **OPPGAVE 7**

- **Bakgrunnsinformasjon:** Det ble nylig hevdet at nøytrinoer kan bevege seg med overlyshastighet fra et eksperiment der man sendte nøytrinoer fra CERN til Gran Sasso i Italia. Vi skal i denne oppgaven anta at dette i fremtiden blir bekreftet og at man begynner å bruke nøytrinoer til rask kommunikasjon med astronauter på oppdrag i fjerne stjernesystem. Isteden for å bruke radiosendere og mottakere utvikler man nøytrinosendere med tilsvarende mottakere. En gang i fjern fremtid blir et romskip sendt til denne nyoppdagede planeten. Romskipet kjører med en konstant hastighet v i forhold til jorda. Vi definerer umerket referansesystem til å være jorda som vi antar står i ro, og merket referansesystem som romskipets system. Vi skal nå definere noen eventer:
 - * **event A:** romskipet forlater jorda. Klokkene på jorda og romskipet blir satt til 0 i dette eventet. Origo i jordsystemet er på jorda og origo i romskipsystemet er i romskipet slikt at $x = x' = t = t' = 0$ i dette eventet.
 - * **event B:** etter å ha reist en avstand L (målt i jordsystemet) begynner astronautene i romskipet å nærme seg nok til at de kan begynne å se detaljer på planeten med teleskop. De ser med en gang at det er fullt liv på planeten og bestemmer seg for å sende en beskjed til jorda med nøytrinoer for å spørre hva de skal gjøre når de etterhvert kommer frem til planeten. Event B er utsendelse av dette nøytrinosignalet. Nøytrinoene blir sendt ut med en hastighet a i forhold til romskipet.
 - * **event C** er at jordan mottar beskjeden fra romskipet om at det er liv på planeten. Jorda sender øyeblikkelig svar tilbake til romskipet. De bruker så kort betenkningsstid for å formulere svaret at du kan regne at man i event C både mottar beskjeden fra romskipet og sender svar. Svaret blir også sendt med nøytrinoer med hastighet a i forhold til jordsystemet.
 - * **event D** er at romskipet mottar svaret fra jorda.
- **Oppgave:** Sett opp posisjoner x og x' samt tidspunkter t og t' for alle 4 eventene. Det er tre ukjente størrelser her: t'_B , t'_D og t_C (ikke merket), disse skal ikke beregnes i denne oppgaven. Uttrykt alle svarene med avstanden L , hastigheten v til romskipet, hastigheten a til nøytrinoene og de tre ukjente størrelsene t'_B , t'_D og t_C .
- **Presisering:** Du har **ikke** lov til å bruke Lorentztransformasjoner eller formler for lengdekontraksjon eller tidsdilatasjon, sett kun inn for posisjoner/tider der du enkelt kan regne med klassisk fysikk.
- **Hint:** På to av tidspunktene vil du trenge bittelitt klassisk regning innenfor et og samme referansesystem. Dette gjelder t'_C og t_D . Som litt hjelp på veien så får du her svaret for t'_C (du må likevel utlede det):

$$t'_C = \frac{a}{a-v} t'_B$$

• OPPGAVE 8

- **Bakgrunnsinformasjon:** Romskipet reiser med hastigheten v som er 95% av lyshastigheten, nøytrinoene blir sendt med en hastighet a som er 20 ganger lyshastigheten og avstanden L til event B målt i jordsystemet er 180 lysår.
- **Oppgave:** Du skal nå finne ut
 1. tidspunktet (målt på klokka til astronautene) som astronautene i romskipet oppdaget liv på planeten og sendte et spørsmål til jorda (event B) samt
 2. tidspunktet (igjen målt på klokka til astronautene) som astronautene mottar svaret tilbake fra jorda. (event D).
- **Kort tilleggsspørsmål:** Ser du noe rart med svaret?
- **Presisering 1:** Begge svar skal angies i år.
- **Presisering 2:** Du skal bruke invariansen av tidromsavstanden Δs til å løse denne oppgaven, det blir ikke gitt poeng for andre fremgangsmåter. Du kan selv velge mellom hvilke eventer du vil ta tidromsavstanden for å få enklest mulig regning (bør bli veldig enkelt)
- **Hint:** Regn ut de ukjente eventene, en etter en i rekkefølge, så ser du at du får svært enkel regning.

• OPPGAVE 9

- **Bakgrunnsinformasjon:** Vesene som bor på planeten oppdager også romskipet og sender ut et romskip med hastighet v_2 (absoluttverdi av hastigheten målt i jordsystemet) for å møte jordboerne. En liten feil gjør at de to romskipene krasjer.
- **Oppgave:** Skriv ned
 1. bevegelsemengde-firervektorene $P_\mu(\text{romskip1})$ og $P_\mu(\text{romskip2})$ i jordsystemet rett før kollisjonen for romskip 1 (det som kom fra jorda) og romskip 2 og
 2. bevegelsemengde-firervektoren $P'_\mu(\text{romskip1})$ i det merkede systemet for romskip 1 (det som kom fra jorda).
- **Presisering:** Svarene skal uttrykkes ved hjelp av massene og absoluttverdiene av hastighetene m og v for romskipet fra jorda og m_2 og v_2 for det andre romskipet. Hastighetene v og v_2 er målt i jordsystemet.
- **Antagelse:** Vi antar at begge romskipene beveger seg kun langs x-aksen og at den positive x-retningen er fra jorda til planeten.

• OPPGAVE 10

- **Bakgrunnsinformasjon:** I kollisjonen blir begge romskipene slått sammen til et stort objekt.

- **Oppgave:** Finn den totale relativistiske bevegelsesmengden $p'_{\text{relativistisk}}$ i det merkede systemet til det samlede objektet etter kollisjonen (som vi antar var elastisk så total bevegelsesmengde er bevart).
- **Presisering:** Du skal bruke transformasjonsegenskapene til firervektorer for å komme frem til svaret (som bør være en meget kort utregning). Angi svaret ved hjelp av massene og hastighetene m og v for romskipet fra jorda og m_2 og v_2 for det andre romskipet.

Konstanter og uttrykk som kan være nyttige:

Lyshastigheten: $c = 3.00 \times 10^8$ m/s
Plancks konstant: $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J s
Gravitasjonskonstanten: $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m²/kg²
Boltzmanns konstant: $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K
Stefan Boltzmann konstant: $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$ W/m²K⁴.
Elektronets hvilemasse: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
Protonets hvilemasse: $m_p = 1.6726 \times 10^{-27}$ kg
Nøytronets hvilemasse: $m_n = 1.6749 \times 10^{-27}$ kg
Wiens forskyvningslov: $\lambda_{\max} T = 0.0029$ m K
1 eV (elektronvolt) = 1.60×10^{-19} J
Solmassen: $M_{\odot} = 2 \times 10^{30}$ kg
Solradien: $R_{\odot} = 6.98 \times 10^8$ m.
Solas tilsynelatende magnitudo: $m = -26.7$
Solas luminositet: $L_{\odot} = 3.827 \times 10^{26}$ W
Massen til Jupiter: 1.9×10^{27} kg
Radien til Jupiter: 70000 km
Temperaturen på solens overflate: 5780 K
Astronomisk enhet: 1AU = 1.5×10^{11} m
Hubblekonstanten: $H_0 = 71$ km/s/Mpc
lysår: 1 ly = 9.47×10^{15} m
parsec: 1 pc = 206 265 AU = 3.27 ly

Formler vi har brukt/utledet i kurset:

$$P^2 = a^3$$
$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} a^3$$
$$\ddot{\vec{r}} + m \frac{\vec{r}}{r^3} = 0$$
$$r = \frac{p}{1 + e \cos f}$$
$$m = G(m_1 + m_2)$$

$$p = h^2/m$$

$$p = a(1 - e^2) \quad (\text{ellipse})$$

$$p = a(e^2 - 1) \quad (\text{hyperbel})$$

$$p = 1/2a \quad (\text{parabel})$$

$$\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i = M \vec{R}$$

$$m_p \sin i = \frac{m_*^{2/3} v_* r P^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

$$\frac{m_p}{m_*} = \frac{v_*}{v_p}$$

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\rho(r) = \frac{v^2(r)}{4\pi G r^2}$$

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + (r/R)^2}$$

$$\langle K \rangle = -\frac{1}{2} \langle U \rangle$$

$$U = -\frac{3GM^2}{5R}$$

$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$$

$$I(\nu) = \frac{dE}{\cos\theta d\Omega dA dt d\nu}$$

$$L = \frac{dE}{dt}$$

$$F = \frac{dE}{dA dt}$$

$$F = \sigma T^4$$

$$n(v)dv = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/(2kT)} 4\pi v^2 dv$$

$$\Delta\lambda_{FWHM} = \frac{2\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{m}}$$

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_1}{F_2} \right)$$

$$m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d}{10\text{pc}} \right)$$

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \left(\sqrt{\frac{1+v}{1-v}} - 1 \right)$$

$$c_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \gamma_{\text{rel}} & -v_{\text{rel}}\gamma_{\text{rel}} & 0 & 0 \\ -v_{\text{rel}}\gamma_{\text{rel}} & \gamma_{\text{rel}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$V_\mu = \gamma(1, \vec{v})$$

$$\langle E_K \rangle = \frac{3}{2}kT$$

$$N = \frac{M}{\mu m_H}$$

$$M_J = \left(\frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho} \right)^{1/2} .$$