UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

"Midtveis"-eksamen i AST1100, 9. oktober 2012, 15.00 – 18.00

Oppgavesettet inkludert formelsamling er på 12 sider

Tillatte hjelpemidler: 1) Angel/Øgrim og Lian: Fysiske størrelser og enheter 2) Rottman: Matematisk formelsamling 3) Elektronisk kalkulator av godkjent type

Konstanter og formelsamling finner du bakerst
Merk: Figurene til oppgavene er ofte på en annen side en selve oppgaven

Det er totalt 10 oppgaver. Hver av disse oppgavene (eller summen av deloppgavene innen oppgaven) kan totalt gi 10 poeng slik at maksimal poengsum er 100 poeng.

Vær nøye med å forklare formlene du bruker: når du bruker formler fra formelsamlingen, forklar veldig kort hvorfor du bruker denne formelen og nevn hva symbolene i formelen står for. Selv om svaret er riktig, gies det ikke poeng på en oppgave hvis man ikke viser at man har forstått fysikken bak (dette gjelder spesielt oppgaver hvor svaret er oppitt). Hvis du bruker formler som ikke er oppgitt og som ikke er grunnleggende fysiske formler (dette skulle ikke være nødvendig) så må formlene vises.
Spørmålene kan besvares på enten bokmål, nynorsk eller engelsk. You may answer these questions in either Norwegian or English.

- **OPPGAVE 1**
  - **Bakgrunnsinformasjon:** I figur 1 ser vi radiell hastighet til en stjerne som funksjon av tiden. I figur 2 ser du lyskurven til stjerna for en bølgelengde der det ikke er forventet å finne noen spektrallinje. I figur 3 ser vi lyskurven til stjerna på en bølgelengde som tilsvarer en absorpsjonslinje for vanndamp. Merk at tidsintervallet for lyskurven ikke er det samme som for hastighetskurven (vi har zoomet inn på et lite tidsintervall). I begge lyskurvene så har vi satt et kryss for hvert 5.minutt.
  - **Oppgave:** I denne oppgaven skal du ikke regne ut noen tall, kun gi forklaringer og resonnementer. Forklar hvordan vi kan se fra figurene at denne stjerna sannsynligvis har en planet i bane rundt seg og at denne planeten sannsynligvis har vann og en atmosfære. Bruk maksimalt omkring 1 side på hele oppgaven (bruk gjerne mindre så lenge du får frem de viktigste poengene), ha gjerne med figurer til å forklare.

- **OPPGAVE 2**
  - **Bakgrunnsinformasjon:** Spektroskopiske målinger viser at stjerna har en masse på 1.2 solmasser.
  - **Oppgave:** Beregn massen til planeten og angi svaret i jordmasser. Forklar hvordan du leser av fra kurven og forklar hvilke antakelser du gjør. Hvis du ikke får til denne oppgaven skal du bruke 1 jordmasse (som ikke er riktig svar) videre.
- **OPPGAVE 3**
  - **Bakgrunnsinformasjon:** I figur 4 ser vi et generelt HR-diagram. Anta at stjerna i foregående oppgaver så vidt er synlig for øyet uten kikkert. Stjerna lyser med et gulhvitt lys.
  - **Oppgave:** Bruk HR-diagrammet sammen med informasjon du har fått i foregående oppgaver (bruk gjerne også informasjon fra tabellen med konstanter og tall bak) til å gi et grovt anslag på avstanden til stjerna, bruke gjerne noen grove antakelser underveis (forklar hvordan du tenker!). Angi svaret i lysår
- **OPPGAVE 4**
  - **Bakgrunnsinformasjon:** I fremtiden blir en romsonde skutt opp for å lande på denne planeten. I det romsonden nærmer seg planeten må den bruke rakettmotorene til å bremse opp slik at den kommer inn i en elliptisk bane rundt planeten. Banen skal ha eksentrisitet 0.5 med korteste avstand fra planeten (perihel) på 11000 km fra planetens sentrum. Nedbremsingen skjer i det romsonden er 20000 km fra planetens sentrum, anta at nedbremsingen skjer i løpet av et meget kort tidsrom. Massen til romsonden er 1000 kg.
  - **Oppgave:** Hva må de radielle og tangensielle hastighetskomponentene v_r og v_θ til romsonden (i forhold til planeten) være etter nedbremsing for å oppnå den ønskede banen?
  - **Hint 1:** Du kan få bruk for flere av formlene i formelsamlingen bak samt egenskapene til ellipsen gitt i figur 5 (samme figur som i forelesningsnotatene).
  - **Hint 2:** Selv om du kanskje må bruke et par formler fra formelsamlingen, så skal det likevel ikke være nødvendig med lang og komplisert regning, det skal være ganske rett frem.
  - **Hint 3:** Finn først den tangensielle og så den radielle komponenten.
  - **Hint 4:** Hva er h?

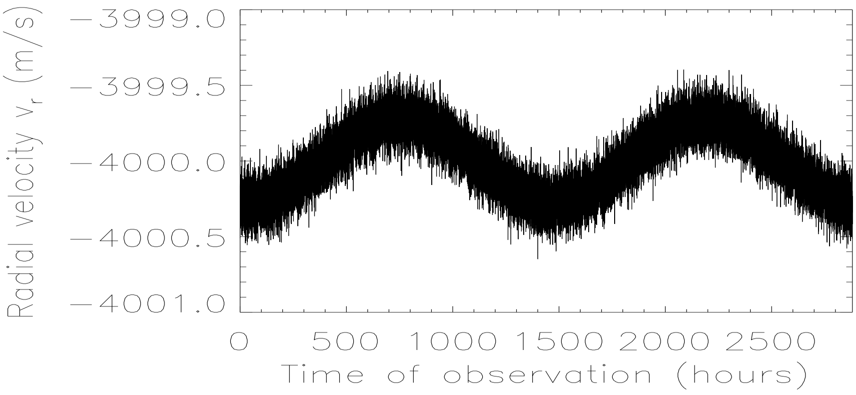

Figure 1: Til oppgave 1 og 2

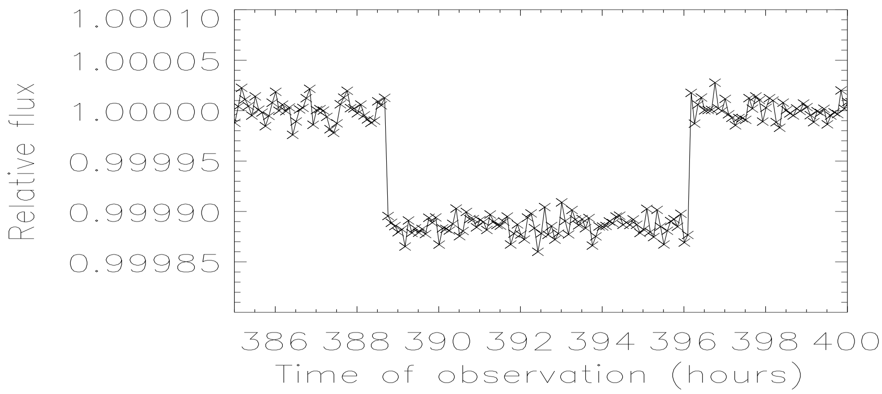

Figure 2: Til oppgave 1 og 2

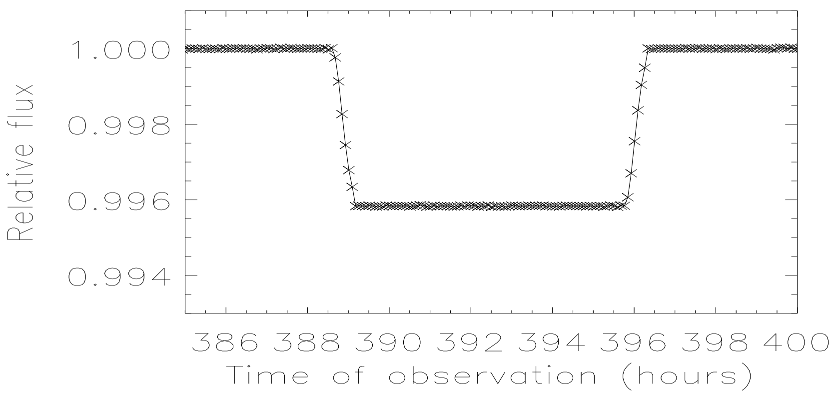

Figure 3: Til oppgave 1 og 2

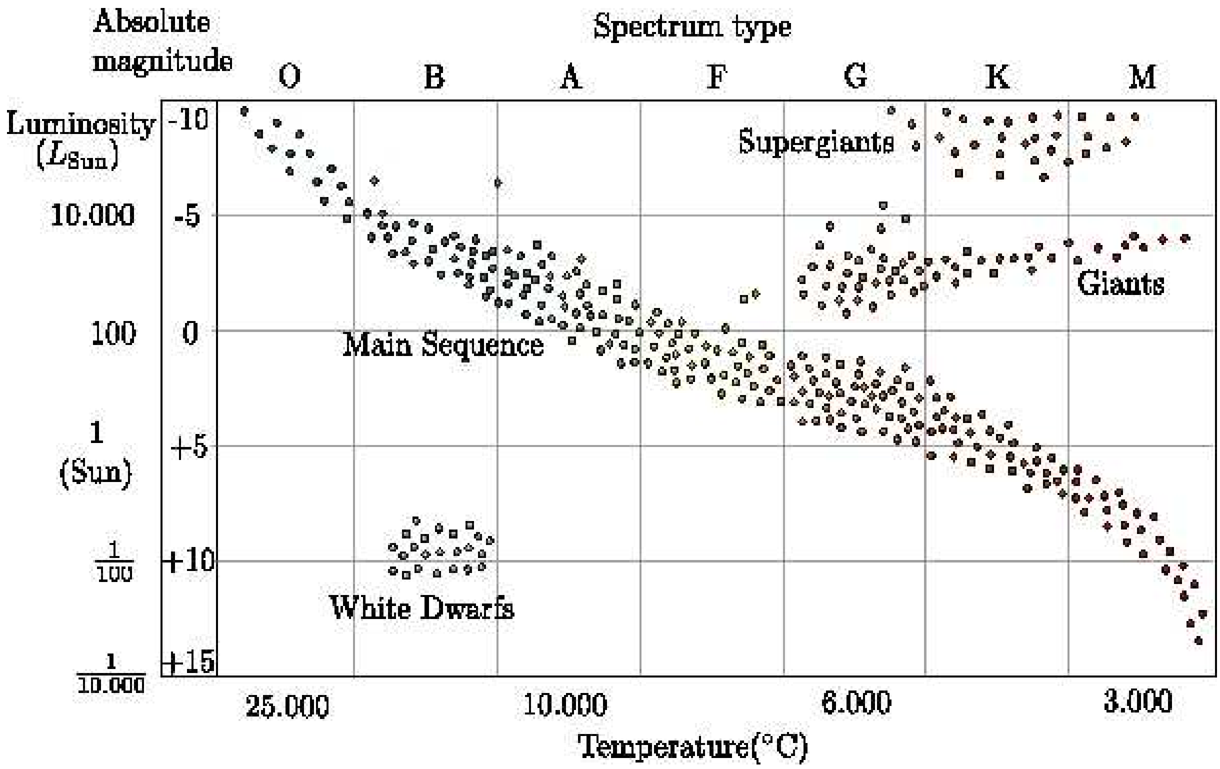

Figure 4: Til oppgave 3

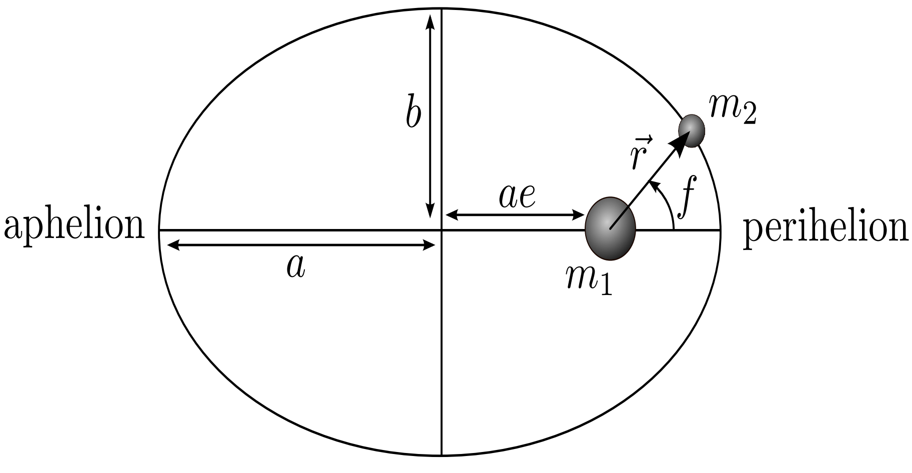

Figure 5: Til oppgave 4

- **OPPGAVE 5**
  - **Bakgrunnsinformasjon:** Etter å ha gått i bane rundt planeten så skal romsonden nå lande. Anta at i det romsonden er i perihel i banen sin så bremses hastigheten ned til $v = v_0$ (retningen på hastigheten forblir uendret). Atmosfæren rundt planeten bidrar til friksjon i det sonden faller innover. Friksjonen gjør seg kun gjeldende fra en avstand av r_0 ($r_0 < r_{\text{perihel}}$) fra sentrum av planeten og nedover. Friksjonskraften er gitt ved $\vec{f} = -k(r)\vec{v}$ der friksjonskoeffisienten avhenger av avstanden r fra sentrum av planeten som $k(r) = k_0/r$ der k_0 er en konstant. Radien til planeten er R.
  - **Oppgave:** Skriv en pseudo-kode som beregner banen til sonden fra nedbremsing i perihel til den lander på planeten. Hvis du vil, kan ta utgangspunkt i kodesnutten i figur 6 og fylle ut det som mangler i linja rett før og inne i FOR-løkka (hvis du bruker funksjoner eller subrutiner så må disse også defineres). Skriv korte (et ord eller to) kommentarer på hver linje, trenger ikke mer forklaringer i denne oppgaven.
  - **Merk:** Du står fritt til å velge om du vil følge malen i figur 6 eller ikke. Hvis du foretrekker å skrive koden på din måte, er det helt iorden.

- **OPPGAVE 6**
  - **Bakgrunnsinformasjon:** Anta at planeten har en omløpsperiode om egen akse som er slik at den alltid vender samme side mot stjerna den går i bane rundt. Anta også at rotasjonsaksen til planeten er parallell med rotasjonsaksen til banen som planeten følger rundt stjerna. På den måten vil variasjon i strålingen som treffer et gitt punkt på planetoverflaten kun variere som funksjon av planetens avstand fra stjerna.
  - **Oppgave:** Finn et uttrykk for fluksen som mottaes på overflaten av planeten (ved ekvator), uttrykt kun ved a, e, R, T og α samt konstanter/tall, der a og e er store halvakse og eksentrisitet til planetens bane omkring stjerna og R og T er radien og overflatetemperaturen til stjerna. α er en vinkel som avgjør hvor planeten er i banen. Den er definert slik at $\alpha = 0$ når planeten er i perihel.
  - **Hint:** Anta at stjerna er et sort legeme, og at vi har to-legemeproblem.

```
r_s = liste med posisjonsvektorer (x,y) for sonden ved forskjellige tidspunkter
r_p = liste med posisjonsvektorer (x,y) for planeten ved forskjellige tidspunkter
v_s = liste med hastighetsvektorer (v_x,v_y) for sonden ved forskjellige tidspunkter
v_p = liste med hastighetsvektorer (v_x,v_y) for planeten ved forskjellige tidspunkter
N=antall tidssteg
deltat=1
G=6.67e-11

mp = massen til planeten
ms = massen til sonden
k0 = verdi
r0 = verdi
v0 = verdi

r_s(0)=[r_perihel,0] ;initialposisjonsvektor til sonden
r_p(0)=[0,0] ;initialposisjonsvektor til planeten
v_p(0)=[0,0] ;initialhastighetsvektor til planeten

;************Du skal begynne a fylle ut herfra: *********
v_s(0)=[    ] ;fyll ut initialhastighetsvektor til sonden
FOR t=1,N
;trenger noen linjer her imellom
IF ????????? THEN EXIT ;sonden har landet, fyll ut betingelse
F_G=   ;fyll ut grav.kraft pa sonden
IF ??????????? ;fyll ut etter IF
    F_F=   ;fyll ut frik.kraft pa sonden
ENDIF
a=(F_G+F_F)/ms
;kompleter folgende linjer:
v_s(t)=
r_s(t)=
a=??????  ;fyll ut akselrasjon til planet (ikke pavirket av friksjon)
v_p(t)=
r_p(t)=
ENDFOR
```

Figure 6: Til oppgave 5

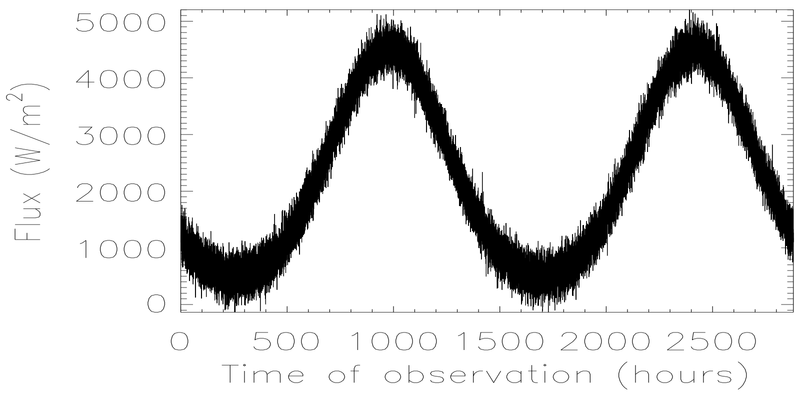

Figure 7: Til oppgave 7

- **OPPGAVE 7**
  - **Bakgrunnsinformasjon:** Sonden står nå på et ukjent sted på overflaten til planeten og måler mottatt fluks som funksjon av tiden. I figur 7 ser vi fluksen som sonden måler som funksjon av tiden. Kurven er ikke glatt da det også er mye støy i målingene. Fluksen som sonden mottar kan skrives som

    $$F = F_0(1 + 2e\cos\alpha + e^2\cos^2\alpha)$$

    der F_0 er en konstant (ukjent) og e er eksentrisiteten til planetbanen (også ukjent). Vinkelen α er en funksjon av tiden t, du trenger ikke å finne sammenhengen mellom α og t men kan regne den som kjent.
  - **Oppgave:** Forklar hvordan du ville ha skrevet en kode for å finne eksentrisiteten til planetbanen ved å bruke disse dataene. Du trenger ikke å skrive koden, det eneste du trenger er
    * å forklare fremgangsmåten og ideen med ord
    * å forklare FOR-løkker du ville hatt med i koden
    * å forklare med ord hva som skal skje på innsiden av denne/disse FOR-løkken(e).

    Ingen flere detaljer i koden er nødvendig. Bruk maksimalt omkring 1 side på hele oppgaven (bruk gjerne mindre så lenge du får frem de viktigste poengene)

- **OPPGAVE 8**
  - **Bakgrunnsinformasjon:** I figur 8 ser du det siste bildet som sonden sender tilbake til jorda før den plutselig slutter å virke. Anta at planeten er bebodd av intelligente vesener. Disse har oppdaget sonden, har forstått hvor den kommer fra, og bestemmer seg for å reise og ta en alvorsprat med jordboerne. Anta at jorda og planeten ikke beveger seg i forhold til hverandre og dermed utgjør samme referansesystem. Forskere på jorda som plutselig ikke lenger mottar data fra sonden bestemmer seg også for å sende et romskip til planeten for å undersøke hva som har skjedd. Samtidig (i jordas referansesystem) som romskipet blir sendt ut fra jorda mot planeten så blir romskipet med de utenomjordiske sendt ut fra planeten mot jorda. Romskipet fra jorda beveger seg med hastighet $v_1 = 0.6c$ og romskipet fra planeten beveger seg med hastighet på $v_2 = 0.9c$. Klokkene på jorda, planeten og i begge romskipene blir satt til 0 i det romskipene sendes ut. Anta nå at avstanden fra jorda til planeten er $d = 100$ lysår.
  - **Oppgave:** I det de to romskipene passerer hverandre, så kikker astronautene fra jorda inn i det andre romskipet for å se hva klokka der viser. I neste oppgave skal du regne dette ut. **I denne oppgaven skal du kun sette opp de nødvendige tider/posisjoner for de nødvendige eventene. Definer eventene og referansesystemene du bruker.** Du har **ikke** lov til å bruke uttrykk for tidsfortynning eller lengdekontraksjon for å finne disse eventene. Du kan heller ikke bruke Lorentz-transformasjonene. Du trenger altså disse eventene til neste oppgave fordi du der skal du bruke invarians av tidromintervallet.
  - **Hint 1:** Definer eventer som du mener er hensiktsmessige for å løse problemet og sett opp koordinater for disse eventene i de referansesystemene som er nødvendig for å løse problemet.
  - **Hint 2:** Hvis du velger riktige eventer og referansesystemer så blir det meget enkelt: da trenger du kun to eventer og to referansesystemer. (Men sett gjerne opp posisjoner/tider til flere eventer/referansesystemer, da blir det lettere å se hvilke du skal velge for å få enkel regning.)

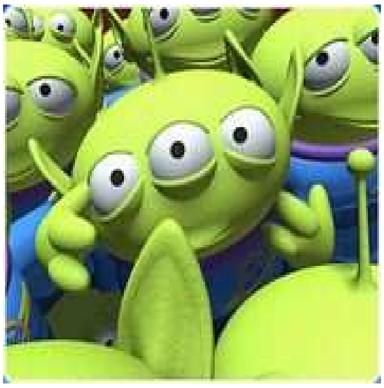

Figure 8: Til oppgave 8

- **OPPGAVE 9**
  - **Oppgave:** Du skal nå bruke posisjonene og tidene du fant i forrige oppgave til å finne tidspunktet som astronautene fra jorda så på klokka i det andre romskipet i det de passerte hverandre. Du skal bruke invarians av tidromsintervallet.
- **OPPGAVE 10**
  - **Oppgave:** Tegn et tidrom-diagram som viser verdenslinjene til de to romskipene og til jorda sett fra referansesystemet til romskipet som startet på jorda. Diagrammet trenger ikke å være nøyaktig men må vise fornuftig helning på de 3 linjene. Tegn diagrammet i tidsperioden fra romskipet fra jorda blir sendt ut og frem til romskipet fra planeten kommer frem til jorda. På den positive og negative siden av x-aksen skal du markere avstanden mellom jorda og planeten. Merk av eventet at det fremmede romskipet kommer frem til jorda (vi kaller det event A) på riktig plass i diagrammet. Merk også av eventet at romskipet fra jorda blir skutt opp (event B).

Konstanter og uttrykk som kan være nyttige:

Lyshastigheten: $c = 3.00 \times 10^8$ m/s
Plancks konstant: $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J s
Gravitasjonskonstanten: $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2
Boltzmanns konstant: $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K
Stefan Boltzmann konstant: $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$W/m^{2}K^4.
Elektronets hvilemasse: $m_\mathrm{e} = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
Protonets hvilemasse: $m_\mathrm{p} = 1.6726 \times 10^{-27}$ kg
Nøytronets hvilemasse: $m_\mathrm{n} = 1.6749 \times 10^{-27}$ kg
Wiens forskyvnigslov: $\lambda_\mathrm{max} T = 0.0029$ m K
1 eV (elektronvolt) = 1.60×10^{-19} J
Solmassen: $M_\odot = 2 \times 10^{30}$ kg
Jordmassen: $M_\mathrm{jord} = 6 \times 10^{24}$ kg
Solradien: $R_\odot = 6.98 \times 10^8$ m.
Solas tilsynelatende magnitude: $m = -26.7$
Solas luminositet: $L_\odot = 3.827 \times 10^{26}$W
Massen til Jupiter: 1.9×10^{27} kg
Radien til Jupiter: 70000 km
Temperaturen på solens overflate: 5780 K
Astronomisk enhet: 1AU = 1.5×10^{11} m
Hubblekonstanten: $H_0 = 71$ km/s/Mpc
lysår: 1 ly = 9.47×10^{15} m
parsec: 1 pc = 206 265 AU = 3.27 ly

Formler vi har brukt/utledet i kurset:

$$P^2 = a^3$$

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} a^3$$

$$\ddot{\vec{r}} + m\frac{\vec{r}}{r^3} = 0$$

$$r = \frac{p}{1 + e\cos f}$$

$$m = G(m_1 + m_2)$$

$$p = h^2/m$$

$$E = \frac{1}{2}\hat{\mu}v^2 - G\frac{m_1 m_2}{r}$$

$$\hat{\mu} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$E = \frac{Gm_1 m_2}{2p}(e^2 - 1)$$

$$p = a(1 - e^2) \quad \text{(ellipse)}$$

$$p = a(e^2 - 1) \quad \text{(hyperbel)}$$

$$p = 1/2a \quad \text{(parabel)}$$

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r_i} = M\vec{R}$$

$$m_p \sin i = \frac{m_*^{2/3} v_{*r} P^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

$$\frac{m_p}{m_*} = \frac{v_*}{v_p}$$

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\rho(r) = \frac{v^2(r)}{4\pi G r^2}$$

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + (r/R)^2}$$

$$< K >= -\frac{1}{2} < U >$$

$$U = -\frac{3GM^2}{5R}$$

$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$$

$$I(\nu) = \frac{dE}{cos\theta d\Omega dA dt d\nu}$$

$$L = \frac{dE}{dt}$$

$$F = \frac{dE}{dAdt}$$

$$F = \sigma T^4$$

$$n(v)dv = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/(2kT)} 4\pi v^2 dv$$

$$\Delta\lambda_{FWHM} = \frac{2\lambda_0}{c}\sqrt{\frac{2kT\ln 2}{m}}$$

$$m_1 - m_2 = -2.5\log_{10}\left(\frac{F_1}{F_2}\right)$$

$$m - M = 5\log_{10}\left(\frac{d}{10\mathrm{pc}}\right)$$

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \left(\sqrt{\frac{1+v}{1-v}} - 1\right)$$

$$c_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \gamma_{\mathrm{rel}} & -v_{\mathrm{rel}}\gamma_{\mathrm{rel}} & 0 & 0 \\ -v_{\mathrm{rel}}\gamma_{\mathrm{rel}} & \gamma_{\mathrm{rel}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$V_\mu = \gamma(1, \vec{v})$$

$$< E_K >= \frac{3}{2}kT$$

$$N = \frac{M}{\mu m_H}$$

$$M_J = \left(\frac{5kT}{G\mu m_H}\right)^{3/2}\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{1/2}.$$