Løsningsforslag til midtveiseksamen i AST1100, H2013

Oppgave 1

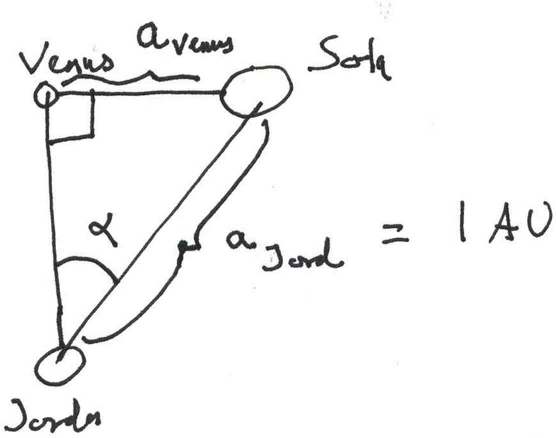
a) Bruker Keplers 3. lov på formen

$$P^2 = a^3$$

der P er omløpstiden målt i år og a er store halvakse (= radius her, siden vi antar sirkelbaner) målt i AU. Vi får

$$a = P^{2/3} = \left(\frac{224.7}{365}\right)^{2/3} \text{AU} = \underline{\underline{0.724 \text{ AU}}}$$

b)



Vi er ute etter å finne vinkelen α. Avstanden mellom jorda og sola, a_{Jord}, er lik 1 AU. Da blir

$$\sin\alpha = \frac{a_{Venus}}{a_{Jord}}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{a_{Venus}}{a_{Jord}}\right) = \underline{\underline{46.4^\circ}}$$

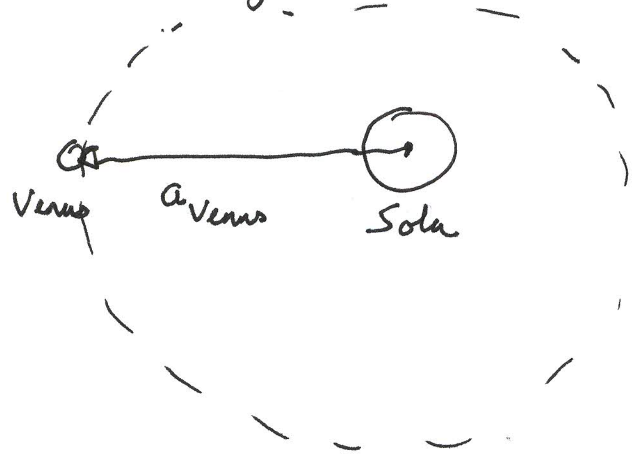
c) Solas luminositet er oppgitt til

$$L_\odot = 3.827 \times 10^{26}\,W$$

(her er det helt OK å regne den ut via

$$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4,$$

kan gi et litt annerledes tallsvar)



Strålingen spres jevnt ut over kuleskall.
Ved Venus blir derfor den innkommende strålingsfluksen

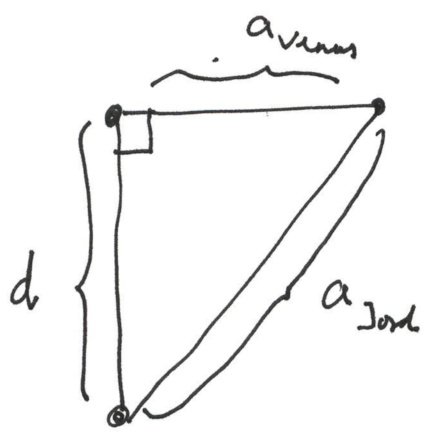
$$F_{inn} \doteq \frac{L_\odot}{4\pi a_{Venus}^2} = \frac{3.827 \times 10^{26}\,W}{4\pi\,(0.724 \cdot 1.5 \times 10^{11}\,m)^2} = \underline{\underline{2.6 \times 10^3\,Wm^{-2}}}$$

d) Vi regner først ut den mottatte effekten som blir lik den utstrålte, siden vi ser at all mottatt stråling blir reflektert

$$L_{refl} = P_{abs} = \frac{1}{4} 4\pi R_{Venus}^2 F_{inn}$$

$$= \pi\,(6.05 \times 10^6\,m)^2 \cdot 2.6 \times 10^3\,Wm^{-2}$$

$$= \underline{3.0 \times 10^{17}\,W}$$



Den innkommende fluksen ved jordas posisjon blir da lik

$$F_{inn,Venus} = \frac{L_{refl}}{4\pi d^2}$$

der vi fra figuren og Pytagoras har

$$d^2 = a_{Jord}^2 - a_{Venus}^2 ,$$

slik at

$$F_{inn,Venus} = \frac{3.0 \times 10^{17}\,W}{4\pi\left[(1.5\times10^{11}\,m)^2 - (0.724 \times 1.5\times10^{11}\,m)^2\right]}$$

$$= \underline{\underline{2.2 \times 10^{-6}\ W\,m^{-2}}}$$

e) Fra definisjonen av tilsynelatende størrelsesklasse har vi

$$m_{Venus} - m_{\odot} = -2.5 \log_{10}\left(\frac{F_{inn,Venus}}{F_{inn,\odot}}\right)$$

Den innkommende strålingsfluksen fra sola ved jordas posisjon er

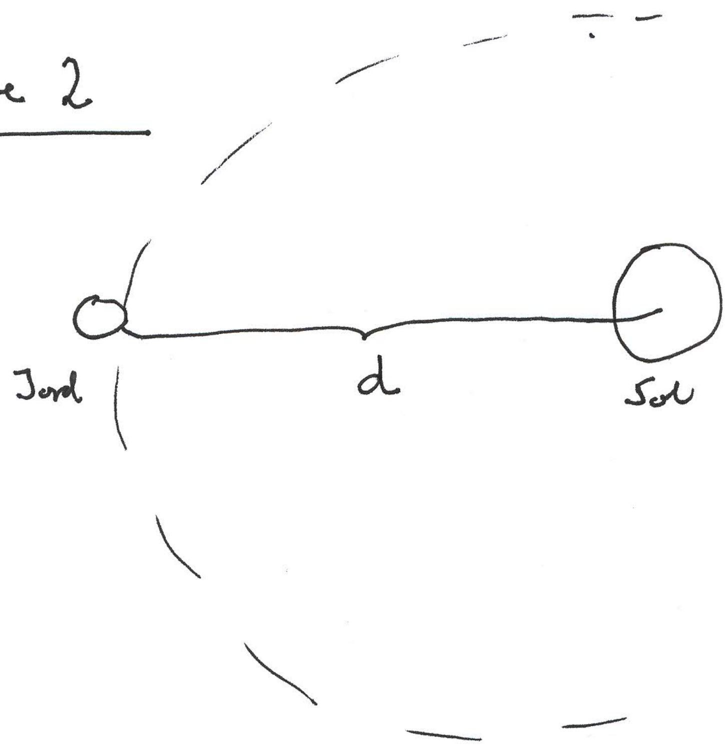
$$F_{inn,\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi\, a_{Jord}^2} = \frac{3.827\times10^{26}\,W}{4\pi\cdot(1.5\times10^{11}\,m)^2} = 1.4\times10^{3}\ W m^{-2}$$

Vi får da

$$m_{Venus} = m_{\odot} - 2.5 \log_{10}\left(\frac{F_{inn,Venus}}{F_{inn,\odot}}\right) = -26.7 - 2.5\log_{10}\left(\frac{2.2\times10^{-6}}{1.4\times10^{3}}\right)$$

$$= -4.7$$

Oppgave 2



Vi antar at jorda og sola er sorte legemer. Det vil si at jorda stråler ut all absorbert effekt.

La avstanden mellom jorda og sola være lik d.

Da er innkommende fluks lik

$$\frac{L_\odot}{4\pi d^2}$$

Den absorberte effekten er

$$P_{abs} = \frac{1}{4} \cdot 4\pi R_{Jord}^2 \cdot \frac{L_\odot}{4\pi d^2} = \frac{L_\odot}{4} \left(\frac{R_{Jord}}{d}\right)^2$$

Den utstrålte effekten er

$$P_{emi} = 4\pi R_{Jord}^2 \sigma T_{eff}^4(d)$$

der $T_{eff}(d)$ er jordas effektive temperatur.

Vi har da at

$$P_{emi} = P_{abs}$$

$$\Rightarrow \quad 4\pi R_{Jord}^2 \sigma T_{eff}^4(d) = \frac{L_\odot}{4}\left(\frac{R_{Jord}}{d}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad T_{eff}^4(d) = \frac{L_\odot}{16\pi\sigma}\frac{1}{d^2}$$

$$\Rightarrow \quad T_{eff}(d) = \left(\frac{L_\odot}{16\pi\sigma}\right)^{1/4}\frac{1}{\sqrt{d}}$$

Jordas bane er en ellipse beskrevet av

$$r = \frac{p}{1+e\cos f} = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f}$$

Minste avstand : $\cos f = 1 \Rightarrow r = \frac{a(1-e)(1+e)}{1+e} = a(1-e)$

Største avstand : $\cos f = -1 \Rightarrow r = \frac{a(1-e)(1+e)}{1-e} = a(1+e)$

Har $a = 1\,AU = 1.5\times10^{11}\,m$, $e = 0.0167$

Det gir

$$T_{eff}(d = a(1-e)) = \left(\frac{3.827\times10^{26}\,W}{4\pi\cdot5.67\times10^{-8}\,W m^{-2} K^{-4}}\right)^{1/4}\frac{1}{\sqrt{1.5\times10^{11}\,m\,(1-0.0167)}}$$

$$\simeq \underline{\underline{396\,K}}$$

$$T_{eff}(d = a(1+e)) \simeq \underline{\underline{390\,K}}$$

Oppgave 3

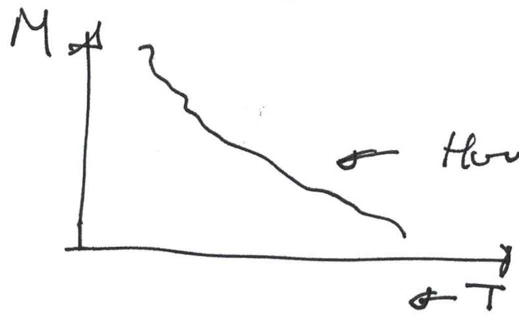
Metoden bygger på relasjonen mellom absolutt og tilsynelatende størrelsesklasse, M og m:

$$M - m = -5 \log_{10}\left(\frac{r}{10\,pc}\right), \qquad (*)$$

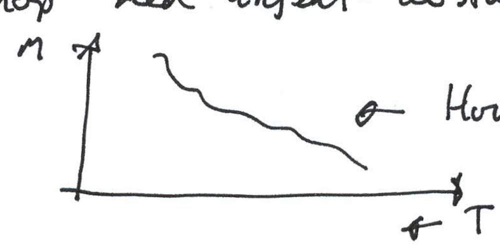
der r er avstanden.

Avstanden mellom stjernene i en hop er mye mindre enn hopens avstand fra oss, så alle stjerner i hopen har avstand r fra oss.

Vi antar at vi kjenner HR-diagrammet for en åpen hop:

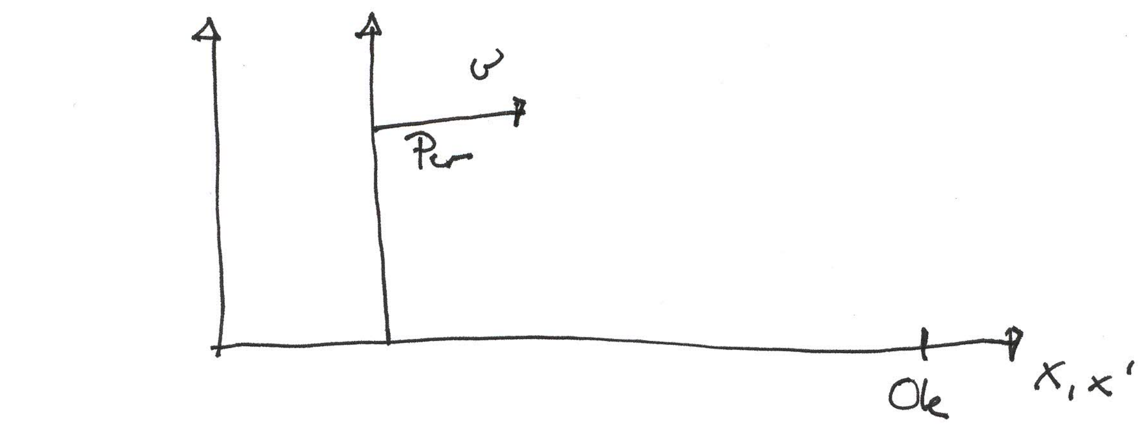


Ved å måle m og T for stjerner i en åpen hop med ukjent avstand;

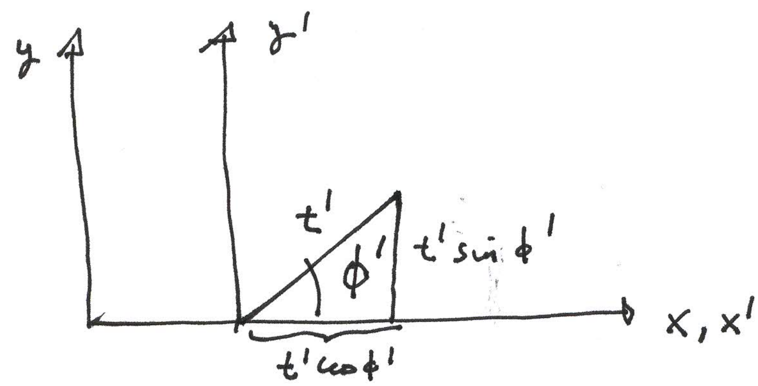


og anta at HR-diagrammet er universelt, kan vi lese ut $M - m$ og så bruke $(*)$ til å bestemme avstanden.

Oppgave 4



a)



I Pers system har lyssignalet koordinatene

$$(t, t'\cos\phi', t'\sin\phi')$$

etter en tid t.

I Oles system (siden lyshastigheten $=1$ for begge)

er de tilsvarende koordinatene

$$(t, t\cos\phi, t\sin\phi)$$

Vi har da at

$$\cos\phi = \frac{x}{t}$$

Bruker så Lorentztransformasjonen :

$$\cos\phi = \frac{x}{t} = \frac{\gamma x' + v\gamma t'}{v\gamma x' + \gamma t'}$$

$$= \frac{x' + vt'}{vx' + t'} = \frac{t'\cos\phi' + vt'}{vt'\cos\phi' + t'}$$

$$= \underline{\underline{\frac{\cos\phi' + v}{1 + v\cos\phi'}}}$$

b) Med $v = 0.99999$ og $\phi' = \pm 90^\circ$ får vi

$$\cos\phi = v = 0.99999$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \pm 0.26^\circ$$

For $\phi' = \pm 45^\circ$ får vi $\phi = 0.11^\circ$

I Oles system blir strålingen derfor <u>konsentrert</u>, og selv om vi også bør se på relasjonen mellom energien i Pes system og i Oles system, antyder dette at Ole bør bekymre seg.