Elastisitetsteori

Spesiell relativitetsteori

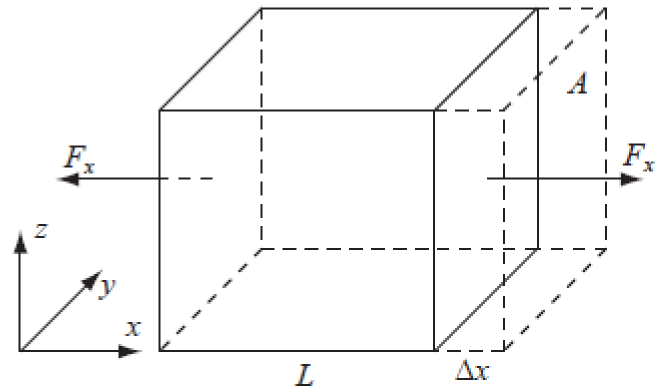
12.05.2014

	uke 20	21	22	23
man	12 forelesning: spes. relativitet innlev. oblig 10	19 forelesning: repetisjon	26 ingen forelesning	2 ingen forelesning
tir	13 gruppe: spes. relativitet	20 gruppe: repetisjon	27 orakel 10-14 FØ394	3 **EKSAMEN**
ons	14 forelesning: spes. relativitet	21 ingen forelesning	28 ingen forelesning orakel 12-14 FV329	4
tor	15 gruppe: spes. relativitet	22 gruppe: repetisjon	29 Himmelfart	5
fre	16 gruppe: spes. relativitet	23 gruppe: repetisjon	30	6

Elastisitetsteori

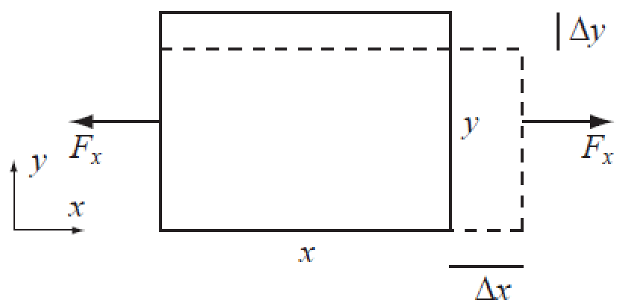
Hookes lov $\sigma = E\varepsilon$ Elastisitetsmodul E

spenning $\sigma = \dfrac{F}{A}$ tøyning $\varepsilon = \dfrac{\Delta x}{x}$



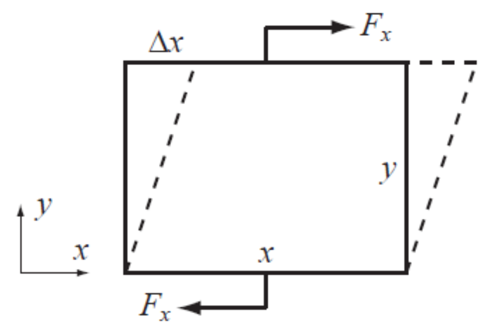
tverrkontraksjon $\varepsilon_y = \dfrac{\Delta y}{y} = -\nu \dfrac{\sigma_x}{E} = -\nu \dfrac{\Delta x}{x}$

Poissons tall ν



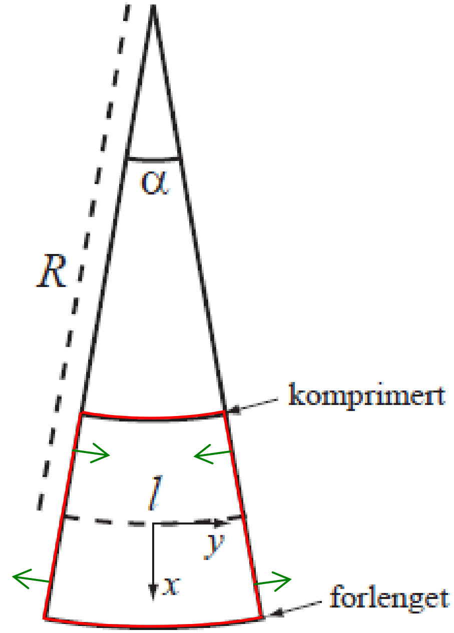
skjærspenning: $\sigma_{xy} = \dfrac{F_x}{A_y} = G\dfrac{\Delta x}{y}$

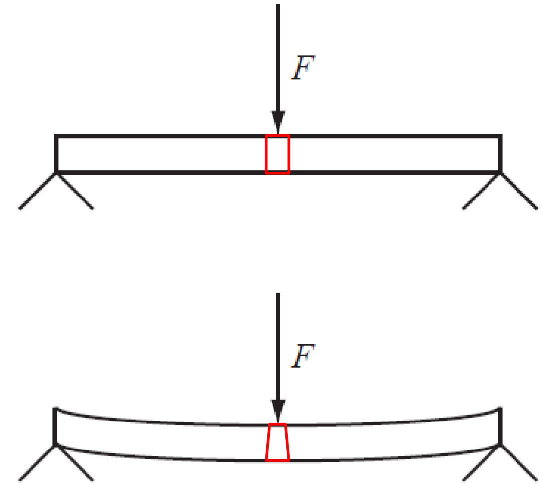
G: skjærmodul



for isotrope materialer: $G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$

Bøying av en bjelke





midtlinjen: den nøytrale linjen
ovenfor komprimeres bjelken
nedenfor forlenges bjelken

forlengelsen Δl i avstand x
fra den nøytrale linjen:

$$\Delta l = (R+x)\alpha - R\alpha = x\alpha = x\frac{l}{R}$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{x}{R}$$

Hookes lov: $\sigma(x) = E\frac{\Delta l}{l} = E\frac{x}{R}$

spenning i bjelken

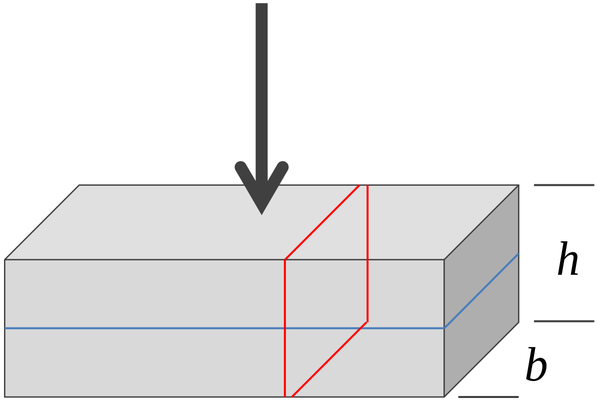
en bjelke med høyde h og bredde b:

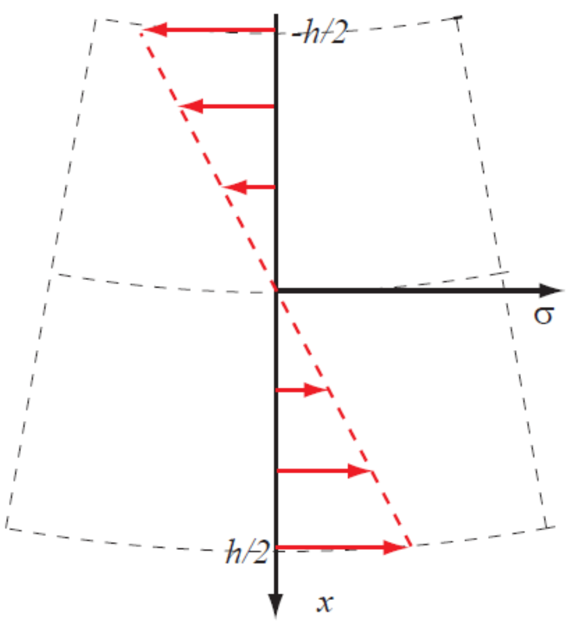
totalkraft på tverrsnitt:

$$F=\int_A \sigma(x)dA = b\int_{-h/2}^{h/2}\sigma(x)dx$$

$$= b\frac{E}{R}\int_{-h/2}^{h/2} x dx = b\frac{E}{R}\left(\left(\frac{h}{2}\right)^2-\left(-\frac{h}{2}\right)^2\right)=0$$

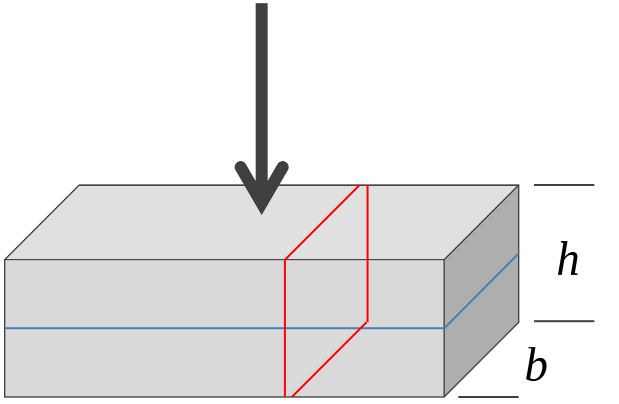
nettokraft er null,
men det virker et kraftmoment





$$\sigma(x)=E\frac{\Delta l}{l}=E\frac{x}{R}$$

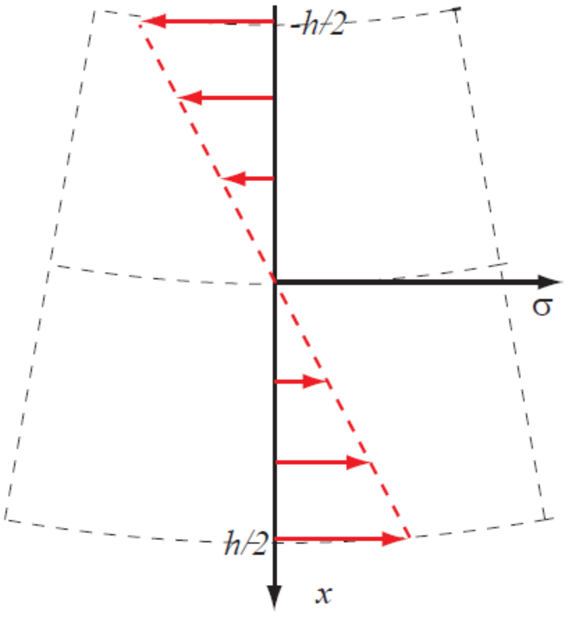
en bjelke med høyde h og bredde b:



kraftmoment om O:

$$\tau = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \int \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$= \int_A x\sigma(x)dA = \frac{E}{R}\int_A x^2 dA = \frac{E}{R} I_A$$



$$I_A = \int_A x^2 dA$$ flatetreghetsmoment

bøyningen er gitt ved: $\frac{1}{R} = \frac{\tau}{I_A E}$

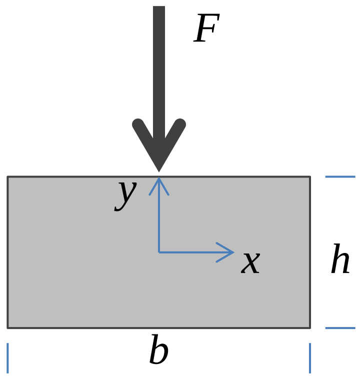
$$\sigma(x) = E\frac{\Delta l}{l} = E\frac{x}{R}$$

τ: kraftmoment fra ytre krefter
E: materialegenskap
I_A: geometrisk

jo større flatetreghetsmoment,
jo større motstand mot bøyning

Eksempel: flatetreghetsmoment for en 2×4 cm trevirke:

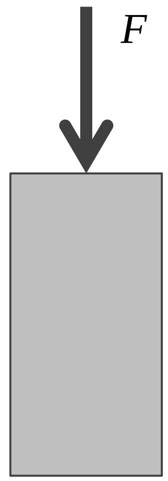
$$I_A = \int_A y^2 dA = b \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy = b\left(\frac{1}{3}\frac{h^3}{8} + \frac{1}{3}\frac{h^3}{8}\right) = \frac{bh^3}{12}$$



to orienteringer:

$$I_1 = \frac{4\cdot 2^3}{12}\,\mathrm{cm}^4 = \frac{8}{3}\,\mathrm{cm}^4$$

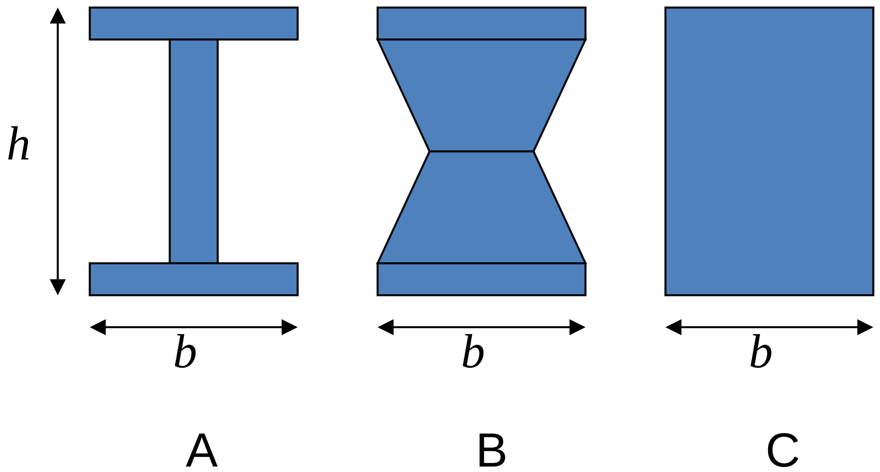
$$I_2 = \frac{2\cdot 4^3}{12}\,\mathrm{cm}^4 = \frac{32}{3}\,\mathrm{cm}^4 = 4I_1$$



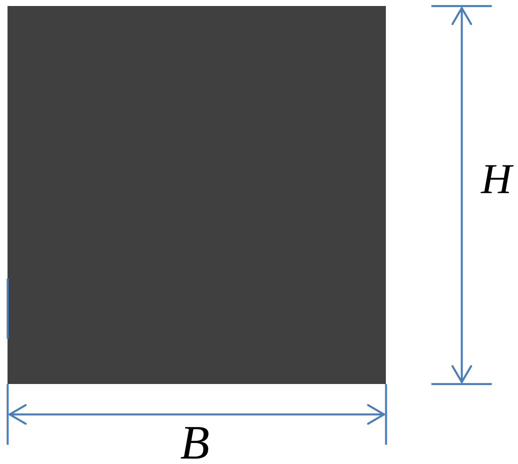
http://pingo.upb.de/ access number:7182

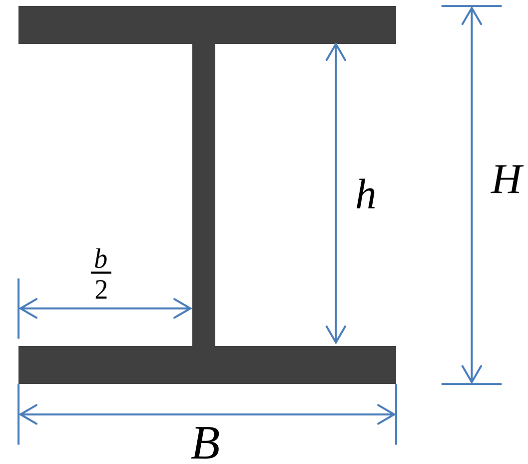
Tre like lange bjelker er laget av samme type stål og har samme ytre dimensjoner *b* og *h* på tverrsnittet. Hvis alle bjelkene utsettes for det samme kraftmomentet, hvilken bjelke vil bøyes minst?

Tverrsnitt av bjelkene



1. bjelke A
2. bjelke B
3. bjelke C
4. samme bøying for alle tre





$$I_A = \frac{1}{12} BH^3$$

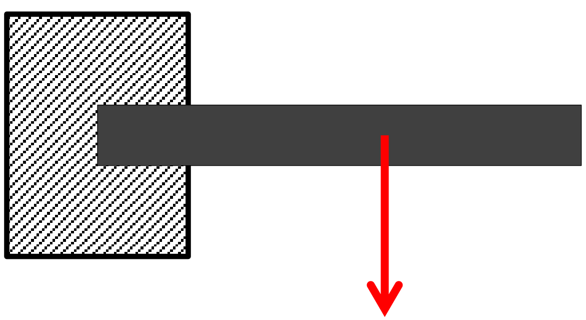
$$I_A = \frac{1}{12}(BH^3 - bh^3)$$

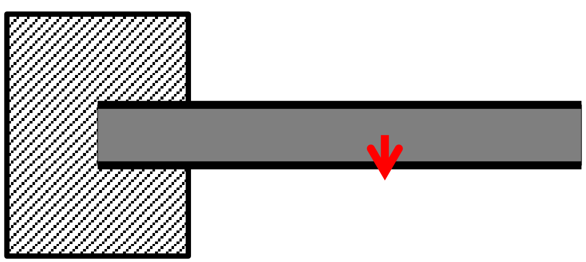
$$B = H = 10\,\mathrm{cm}$$
$$b = 9.4\,\mathrm{cm}$$
$$h = 8\,\mathrm{cm}$$

$$I_A = 833\,\mathrm{cm}^4$$
$$A = 100\,\mathrm{cm}^2$$

$$I_A = 432\,\mathrm{cm}^4$$
$$A = 24.8\,\mathrm{cm}^2$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\tau}{I_A E}$$





Spesiell relativitetsteori

Einsteins mirakelår 1905

han var 26 år gammel og jobbet som patentbehandler ved det sveitsiske patentbyrået i Bern

i 1905 publiserte han fire artikler:

- forklaring av Brownske bevegelser
- forklaring av den fotoelektriske effekten
- spesiell relativitetsteori
- forklarte forhold mellom masse og energi

Albert Einstein (1879 – 1955)

Oppfatninger på denne tiden:

bølger trenger et medium for å forplante seg

verdensrommet må være fylt av ”eter” slik at lysbølger kan forplante seg

konsekvens: jorden beveger seg relativ til eteren

lysets hastighet på jorden er avhengig av retning relativ til eteren

Michelson – Morley eksperiment i 1887:
prøvde å påvise effekten av jorden bevegelse
gjennom eteren men fant at lyshastigheten er
den samme uansett hvilken retning den måles.

nå kommer Albert Einstein:

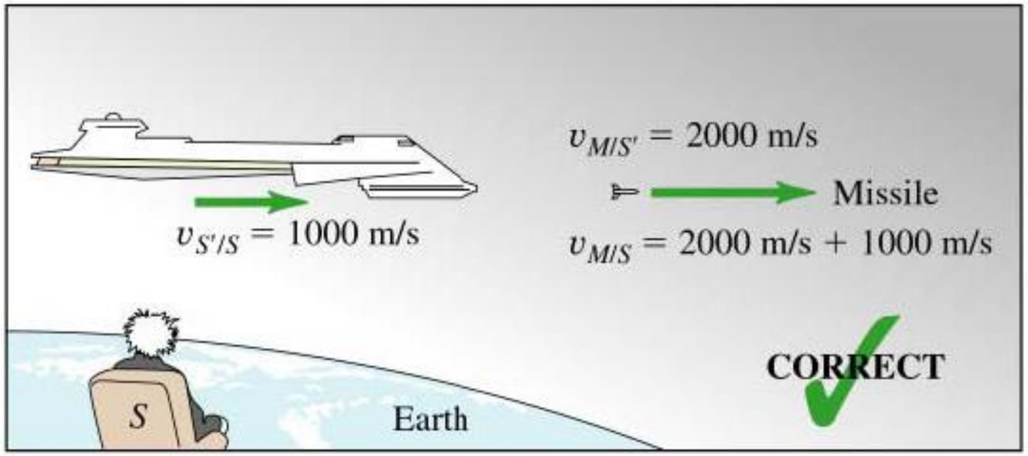
Newtons lover er de samme i alle inertialsystemer

Hvorfor krever elektromagnetisme (lysbølger)
et spesielt referansesystem tilknyttet ti eteren?

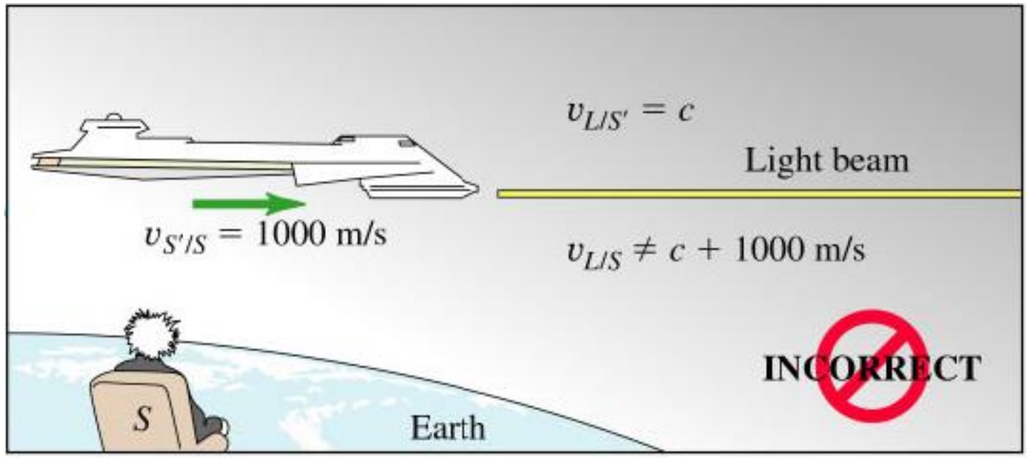
Einsteins postulatene

1. Fysikkens lover er de samme i alle inertialsystemer.

2. Lyshastigheten er den samme i alle inertialsystemer, og er uavhengig av observatørens bevegelse.



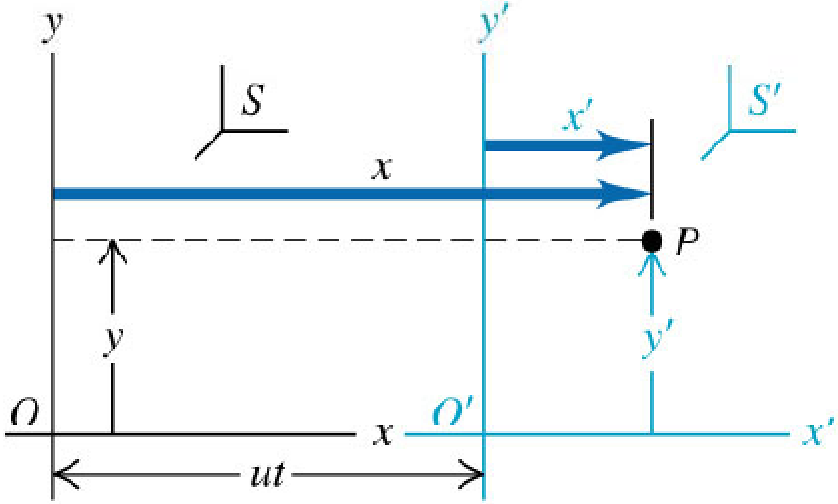
Newtonske mekanikk



er ikke lenger gyldig får å beskrive hvordan lys oppfører seg.

Galileo transformasjon

to koordinatsystemer:
S (f.eks. jorden)
S' (f.eks. romskip)



S' beveger seg relativ til S
med hastighet u langs x aksen,
hvor x og x' aksene er parallelle

O og O' er på samme sted ved tid $t=0$

vi beskriver posisjonen til et partikkel P

i system S: $\vec{r} = (x, y, z)$

i system S': $\vec{r}\,' = (x', y', z')$

Galileo transformasjon:

$$x = x' + ut \qquad v_x = v'_x + u$$

$$y = y' \qquad v_y = v'_y$$

$$z = z' \qquad v_z = v'_z$$

hva hvis partikkelen er et foton som beveger seg med lyshastighet?

$$c = c' + u$$

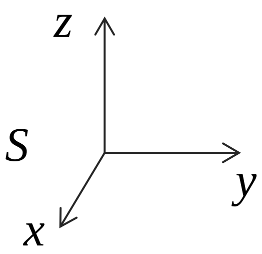
Einsteins 2. postulat: $c = c'$

hvis Einsteins 2. postulat er riktig, så må vi modifisere Galileo transformasjonen

er tiden den samme i S og S' ?

Definisjon av hendelse

En hendelse er en begivenhet (noe) som kan lokaliseres i rom og tid dvs. gis koordinater (x,y,z,t).



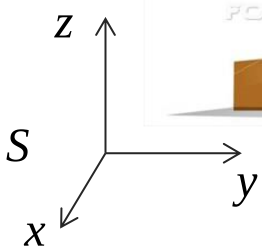
Definisjon av samtidighet

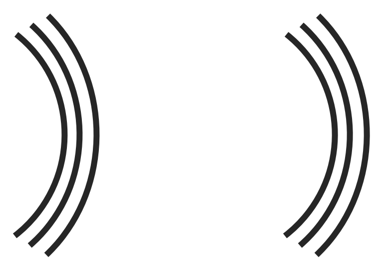
To hendelser er samtidige dersom de inntreffer ved samme tid i ett og samme system S.

http://pingo.upb.de/ access number:7182

En nabo snekker i hagen. Du merker at det er en liten forsinkelse mellom når du ser at han slår på en spiker og når du hører lyden. Når inntreffer hendelsen ”hammeren treffer spikeren”?

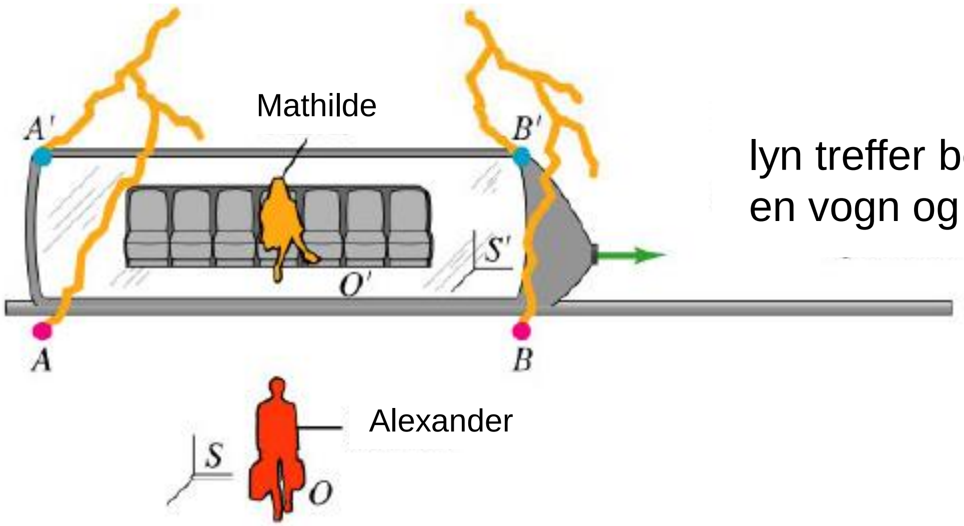
1. Idet du hører hammeren treffe spikeren.
2. Idet du ser hammeren treffe spikeren.
3. Litt etter at du ser hammeren treffe spikeren.
4. Litt etter at du hører hammeren treffer spikeren.
5. Litt før du ser hammeren treffe spikeren.



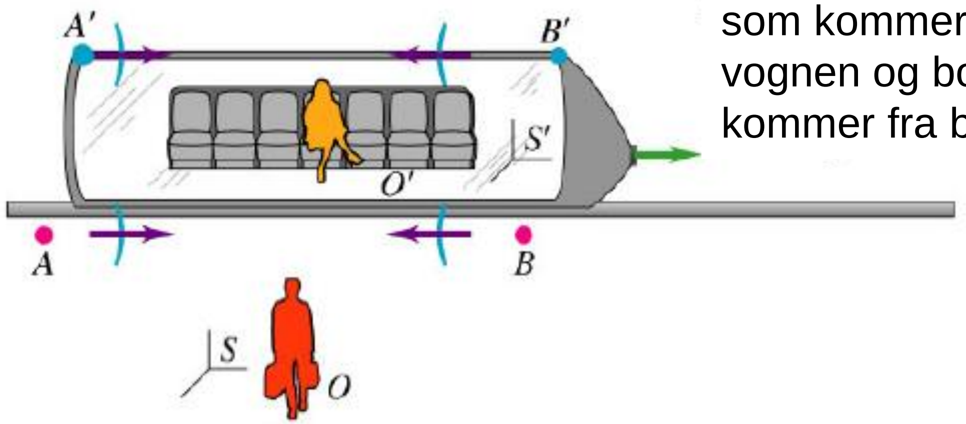


lydbølger lysbølger

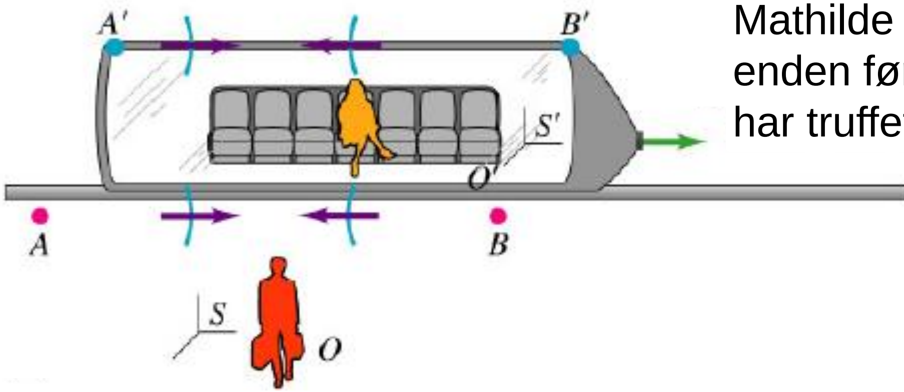
Samtidighet



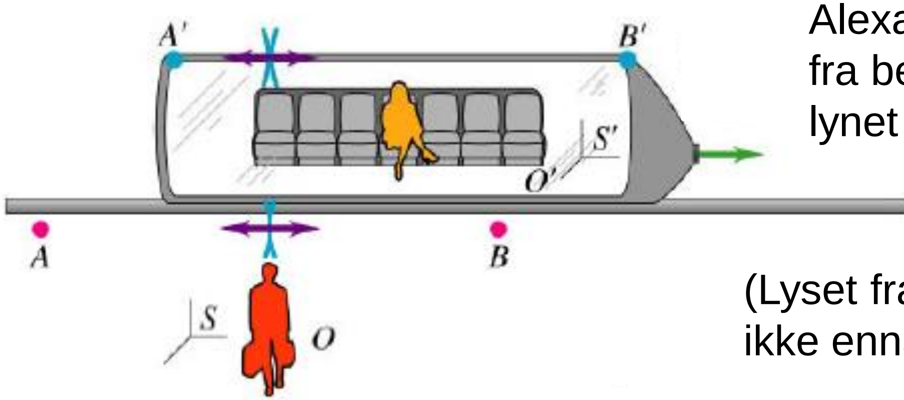
lyn treffer begge endene av
en vogn og bakken ved siden



Mathilde beveger seg mot lysbølgen som kommer fra fremre enden av vognen og bort fra lysbølgen som kommer fra bakre enden.



Mathilde ser lyset fra den fremre enden først; hun konkluderer at lynet har truffet den fremre enden først.



Alexander ser lyset kommer samtidlig fra begge endene; han konkluderer at lynet har truffet begge endene samtidlig.

(Lyset fra den bakre enden har ikke ennå kommet til Mathilde.)

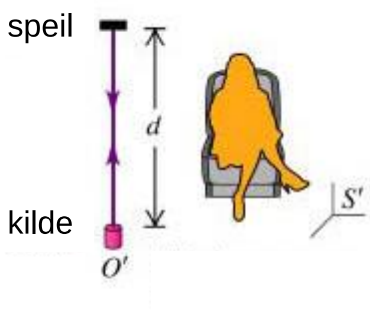
to hendelser:
lyn treffer fremre enden
lyn treffer bakre enden

Hendelsene er samtidig i system S (Alexander), men ikke samtidig i system S’ (Mathilde)

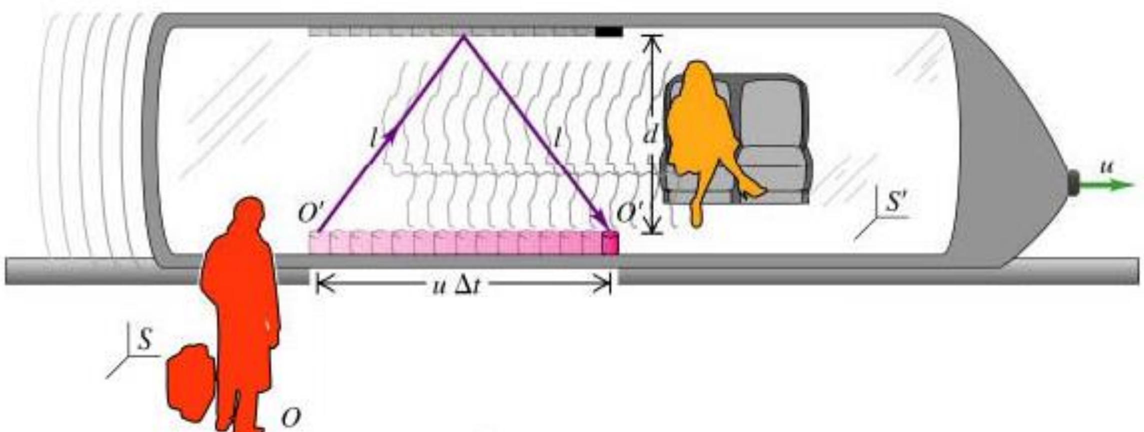
Tidsintervaller

Mathilde befinner seg i toget (system S')
og maler tidsintervall mellom to hendelser:

1. et lysglimt er sendt ut fra en kilde i O'
2. lyset er påvist i en detektor på samme sted etter refleksjon av et speil i avstand d



Hun måler: $\Delta t' = \dfrac{2d}{c}$



Alexander står på plattformen.
I system S inntreffer de to hendelser på forskjellige steder.

Lyset beveger seg med samme hastighet, men distansen er lenger.

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2} = \sqrt{(\Delta t')^2 + \left(\frac{u\Delta t}{c}\right)^2}$$

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

vi definerer: $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

det kreves at $u < c$

Tidsdilatasjon

To hendelser inntreffer på samme sted.
En observatør som er i ro i samme system måler et tidsintervall Δt_0 mellom hendelsene.

Et tidsintervall som er målt mellom to hendelser i et referansesystem der posisjonen er identisk for begge hendelser, kalles en ***egentid***.

En annen observatør som beveger seg med konstant fart u relativ til den første måler et tidsintervall:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

vi ser at: $\Delta t > \Delta t_0$

tidsdilatsjon

vi bruker $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

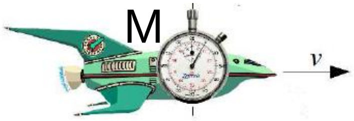
$$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

Tidsdilatasjonen er **ikke** relatert til tiden lyset trenger for å komme til observatøren.

I systemet som beveger seg inntreffer de to hendelser på forskjellige steder.

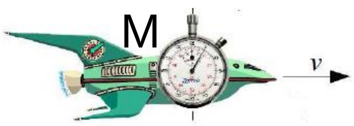
http://pingo.upb.de/ access number:7182

Mathilde flyr i et romskip med $v = 0.6\,c$.
I øyeblikket hun flyr forbi Alexander på jorden starter begge to sin klokke. Litt senere flyr Mathilde forbi en romstasjon.
Hennes klokke viser $t = 1.0$ s. Hva viser klokken til Alexander?



A. 0.8 s
B. 1.0 s
C. 1.25 s

1. hendelse: Mathilde flyr forbi Alexander
2. hendelse: Mathilde flyr forbi romstasjonen



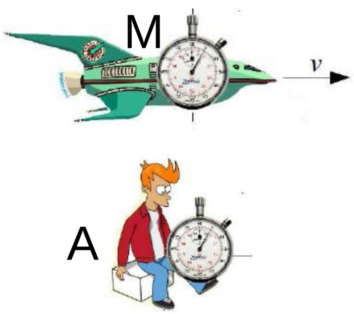
I system romskip inntreffer begge hendelser på samme sted og Mathilde måler egentiden $\Delta t_0 = 1.0$ s.

Alexander beveger seg med fart $v = 0.6\,c$ relativ til Mathilde og han maler tidsintervallet:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{1.0\,\mathrm{s}}{\sqrt{1-0.6^2}} = 1.25\,\mathrm{s}$$

http://pingo.upb.de/ access number:7182

Når Mathilde flyr forbi Alexander med $v = 0.6\,c$ vinker han til henne. Mathilde måler at Alexander vinker i ett sekund. Hvor lenge har han vinket?



A. 0.8 s
B. 1.0 s
C. 1.25 s

1. hendelse: Alexander begynner å vinke
2. hendelse: Alexander slutter å vinke

I system jorden inntreffer begge hendelser på samme sted og Alexander måler egentiden Δt_0.

Mathilde beveger seg med fart $v = 0.6\,c$ relativ til Alexander og hun maler tidsintervallet:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = 1.0\,\mathrm{s}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0.6^2}} = 1.25$$

Alexander måler tidsintervallet: $$\Delta t_0 = \frac{1}{\gamma}\Delta t = 0.8\,\mathrm{s}$$

Eksempel: myoner

Myoner er elementærpartikler som kan oppstår når høyenergetisk kosmisk stråling treffer på jordens atmosfæren.

henfall: $\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \overline{\nu}_e$ med gjennomsnittlig levetid $\tau = 2.2\,\mu\text{s}$

hendelse 1: myon oppstår i atmosfæren
hendelse 2: myon henfaller

I systemet tilknyttet myonet inntreffer begge hendelser på samme sted og tidsintervallet er $\Delta t_0 = 2.2\ \mu$s (egentid)

Pga. den høyenergetisk kosmisk stråling har myoner høy hastighet: $v = 0.99c$

Sett fra jorden er levetid til myonet $\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{2.2\,\mu\text{s}}{\sqrt{1-0.99^2}} = 15.6\,\mu\text{s}$

Uten tidsdilatasjon vil myonet komme så langt: $\langle x \rangle = \tau c = 2.2 \cdot 10^{-6}\ \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s} = 660\ \text{m}$

Pga. den relativistiske hastigheten beveger myonet seg $\langle x \rangle = 4.7\ \text{km}$ gjennom atmosfæren og kan bli påvist på bakken.