

Formelark FYS1100

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \text{hvor} \quad \vec{p} = m\vec{v} = m \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{og} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\text{Konstant } \vec{a}: \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2, \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{Konstant } \alpha: \quad \omega = \omega_0 + \alpha t, \quad \theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2, \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\text{Baneakselerasjon:} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{r}\hat{u}_N$$

$$\text{Rotasjon:} \quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad \vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$\text{Galilei-transformasjon, referansesystemer:} \quad \vec{r} = \vec{R} + \vec{r}', \quad \vec{v} = \vec{V} + \vec{v}', \quad \vec{a} = \vec{a}'$$

$$\text{Fjærkraft:} \quad F(x) = -k(x - x_0), \quad \text{luftmotstand:} \quad \vec{F}_v = -k\vec{v} \quad \text{eller} \quad \vec{F}_v = -D|\vec{v}|\vec{v}$$

$$\text{Statisk friksjon:} \quad |\vec{F}_s| \leq \mu_s N, \quad \text{dynamisk friksjon:} \quad |\vec{F}_d| = \mu_d N$$

$$\text{Arbeid:} \quad W_{AB} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F} \cdot \vec{v} dt = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = K_B - K_A, \quad \text{kinetisk energi:} \quad K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{Potensiell energi for gravitasjon:} \quad U = mgy, \quad \text{for fjærkraft:} \quad U = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

$$\text{Effekt:} \quad P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$\text{Konservativ kraft:} \quad 1D: F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}, \quad 3D: \vec{F} = -\vec{\nabla}U(\vec{r})$$

$$\text{Impuls:} \quad \vec{J} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt = \Delta\vec{p} = \vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0)$$

$$\text{Rakettligningen:} \quad \vec{F}^{\text{ext}} + \vec{v}_{\text{rel}} \frac{dm}{dt} = m\vec{a}$$

$$\text{Massesenter:} \quad \vec{R} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i = \frac{1}{M} \int_M \vec{r} dm, \quad M = \sum_i m_i = \int_M dm$$

$$\text{Kraftmoment:} \quad \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad \text{spinn:} \quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\text{Spinnsats:} \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \text{Stive legemer:} \quad L_z = I_z \omega_z, \quad \tau_z = I_z \alpha_z$$

$$\text{Kinetisk rotasjonsenergi:} \quad K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \text{Trehetsmoment:} \quad I = \sum_i m_i \rho_i^2 = \int_M \rho^2 dm$$

$$\text{Parallellakse teoremet:} \quad I = I_{cm} + Md^2 \quad \text{Rullebetingelse:} \quad V = \omega R$$

$$\text{Gravitasjon:} \quad \vec{F}(\vec{r}) = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r, \quad U(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}; \quad G \text{ er gravitasjonskonstanten}$$

$$\text{Lorentz-transformasjon:} \quad x' = \gamma(x - ut), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\text{Lorentz-transformasjon for hastighet:} \quad v' = \frac{v-u}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

$$\text{Tidsdilatasjon:} \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0, \quad \text{lengdekontraksjon:} \quad l = \frac{l_0}{\gamma}$$

Taylor-rekke til en funksjon $f(x)$ om funksjonsargumentet $x = a$:

$$T_n(f; a)(x) = f(a) + \frac{1}{1!}(x-a)\frac{df(x=a)}{dx} + \frac{1}{2!}(x-a)^2\frac{d^2f(x=a)}{dx^2} + \dots + \frac{1}{n!}(x-a)^n\frac{d^nf(x=a)}{dx^n}$$

$$\text{Restledd:} \quad R_n(f; a)(x) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{d^{n+1}f(x=\zeta)}{dx^{n+1}} \quad \text{hvor } \zeta \in [x, a] \text{ er ukjent.}$$

Difflikninger: Separabel 1.ordens lineær diff-likn.:

$$q(x) \cdot \frac{dx}{dt} = p(t) \Rightarrow \int q(x) dx = \int p(t) dt \Rightarrow Q(x) = P(t) + C, \quad \text{med } \frac{dQ}{dx} = q(x) \text{ og } \frac{dP}{dt} = p(t)$$

2.ordens homogene lineære diff-likn. med konstante koeffisienter:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + p\frac{dx(t)}{dt} + qx(t) = 0 \Rightarrow \text{Karakteristisk likn. } \lambda^2 + p\lambda + q = 0 \text{ med generelt to røtter } \lambda_1 \text{ og } \lambda_2.$$

$$\text{Generelle løsninger: To reelle røtter: } x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad \text{En reell rot: } x(t) = C_1 e^{\lambda t} + C_2 t e^{\lambda t}$$

$$\text{To komplekse røtter, } \lambda_1 = a + ib, \lambda_2 = a - ib: x(t) = e^{at}(C_1 \cos(bt) + C_2 \sin(bt))$$