

# Fys1100 H2024

## Uke 11, 4/11

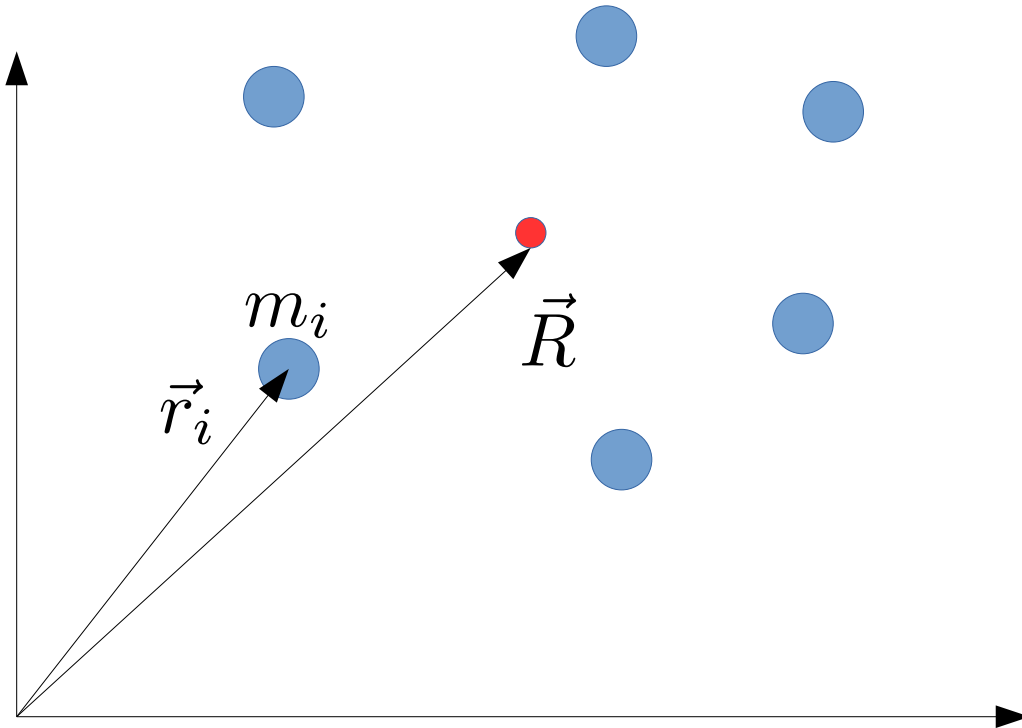
### Beskjeder

- Oblig 5 leveres idag (4/11).
- Sjekk at du har godkjent alle obliger og eksperimenter, det hender vi gjør feil eller dere har noen som ikke er godkjent.

### Tema for uka

- Massesenter (AMS 13.2)
- Massesentersetningen (Newtons 2. lov for massesenterets bevegelse) (AMS 13.1, 13.3)
- Rotasjon om en fast akse (AMS 14.1-14.5)
- Energi i rotasjonsbevegelse (AMS 15.1-15.2)
- Tregghetsmoment (AMS 15.2).

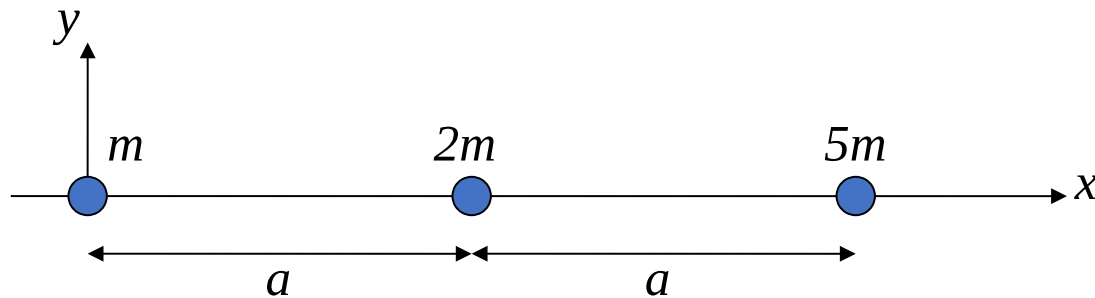
# Massesenter



# Massesenteret til tre partikler

Hva er massesenteret for dette systemet?

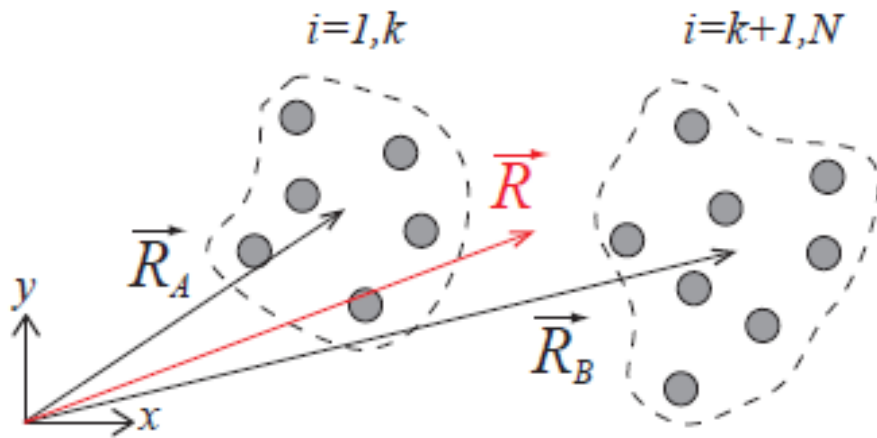
- A.  $x_{cm} = a$
- B.  $x_{cm} = \frac{3}{2}a$
- C.  $x_{cm} = \frac{5}{4}a$
- D.  $x_{cm} = \frac{13}{8}a$
- E. Vet ikke



# Grupper av flerpartikkelsystemer

To flerpartikkelsystemer: A og B

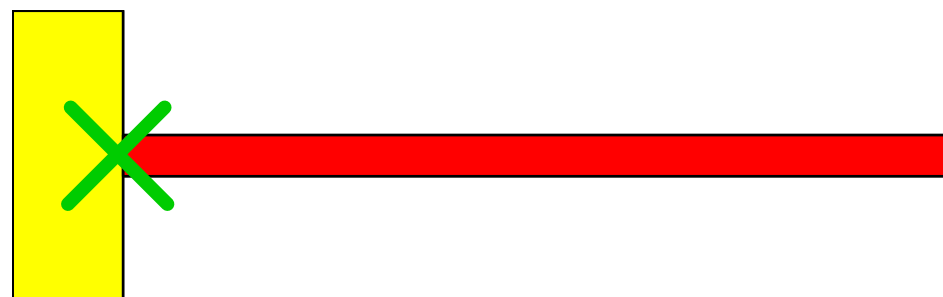
Vi kjenner massesenteret for hver gruppe:



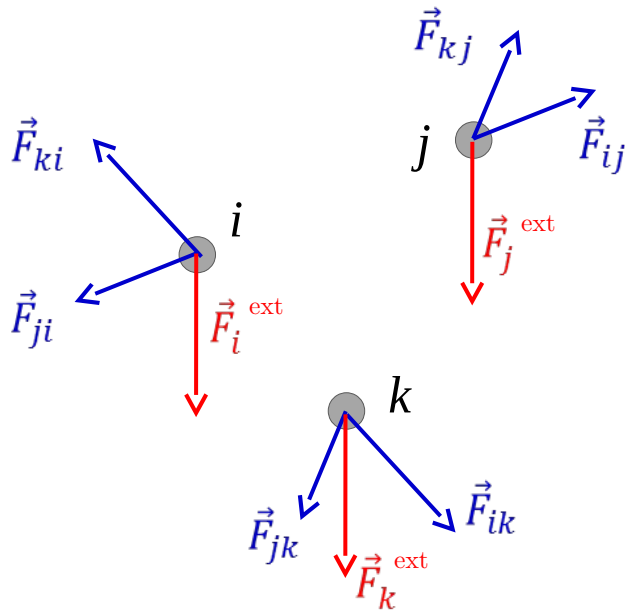
# «Hammeren»

Et gult og et rødt legeme er festet sammen. Hvert legeme har uniform tetthet. Massesenteret til det sammenkoblede legemet er markert med en grønn X. Hvilket legeme har størst masse?

- A. Det gule
- B. Det røde
- C. De har samme masse
- D. Ikke nok info til å avgjøre



# Massesentersetningen



System:  $N$  partikler

Posisjon:  $\vec{r}_i(t)$

Hastighet:  $\vec{v}_i(t) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$

Bevegelsesmengde:  $\vec{p}_i(t) = m_i \vec{v}_i(t)$

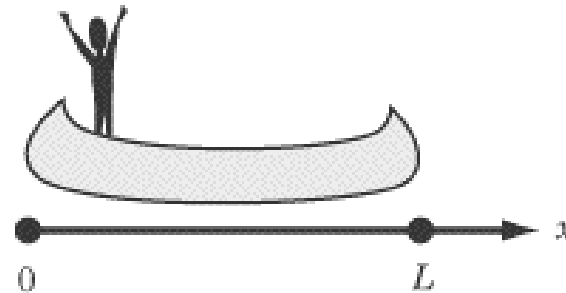
Ytre kraft på partikler  $\vec{F}_{i,\text{ext}}$

Indre kraft fra partikkel  $j$  på partikkel  $i$   $\vec{F}_{ji}$

# En person i en båt

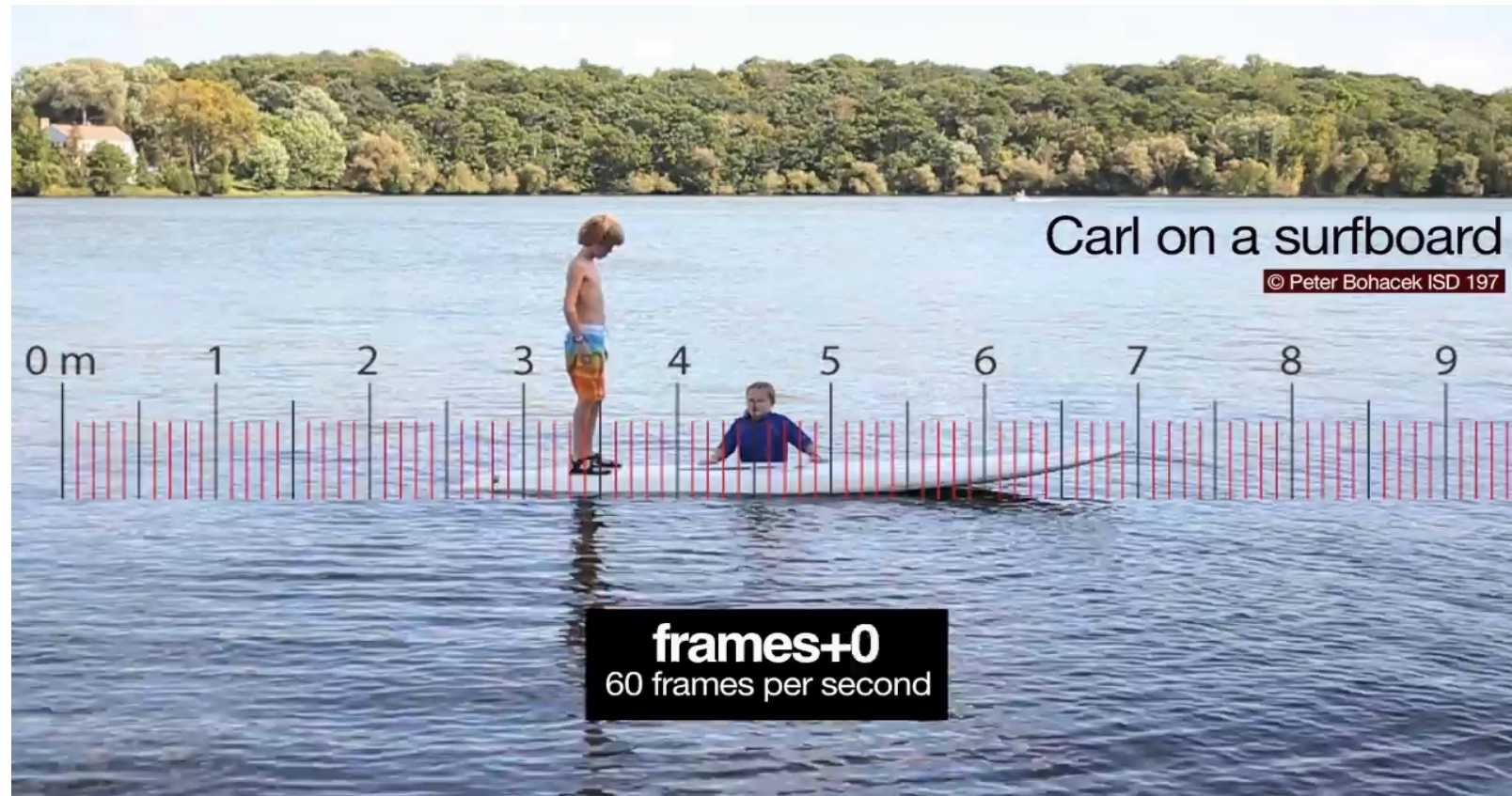
Du sitter på stranden og ser på en person i en båt. Personen beveger seg fra den venstre enden av båten til den høyre. Du analyserer bevegelsen fra stranden og du finner at *massesenteret* til systemet som består av båt og person

- A. beveger seg til høyre
- B. forblir på samme sted
- C. beveger seg til venstre



(Vi antar at det er ingen friksjon mellom båten og vannet.)

# Carl på et surfebrett



<https://serc.carleton.edu/details/files/63814.html>

En fugl på 1 kg står i en lukket kasse på 10 kg som står på en vekt. Vekten viser 11 kg. Fuglen hopper opp i luften og flyr i en konstant høyde inne i kassen. Mens fuglen er oppe i luften så viser vekten normalkrafta  $N$  som er

A:  $N > 11 \text{ kg}$

B:  $N = 11 \text{ kg}$

C:  $10 \text{ kg} < N < 11 \text{ kg}$

D:  $N = 10 \text{ kg}$

E:  $N < 10 \text{ kg}$

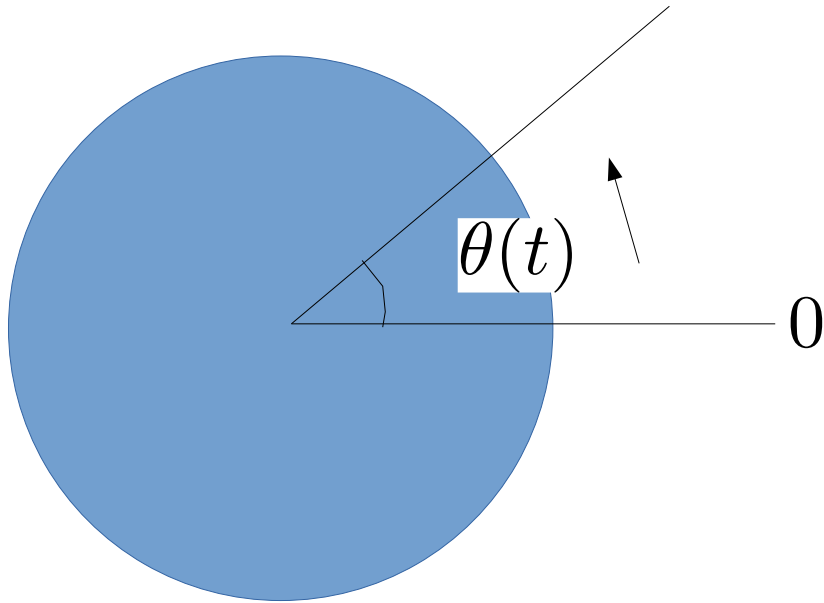
Bevegelsen til massesenteret av et  
utstrakt legeme

# Center of Mass Trajectory

**MIT Department of Physics  
Technical Services Group**

<https://www.youtube.com/watch?v=DY3LYQv22qY>

# Rotasjon av et stivt legeme om en fast akse



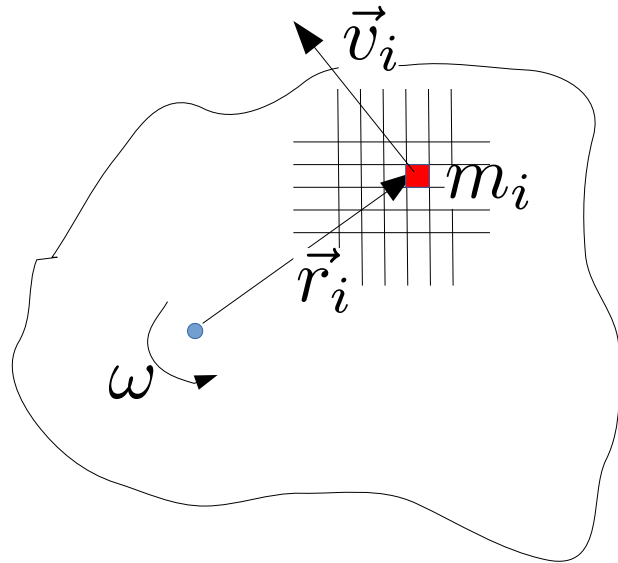
Rotasjonsvinkel  $\theta(t)$

Vinkelfart  $\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$

Vinkelakselerasjon  $\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

|                    |             |                                  |                                                           |
|--------------------|-------------|----------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| Lineær bevegelse   | $x(t)$      | $v(t) = \frac{dx}{dt}$           | $a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$                |
| Rotasjonsbevegelse | $\theta(t)$ | $\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$ | $\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ |

# Energi i rotasjonsbevegelse



Kinetisk energi i et lite element:  $K_i = \frac{1}{2}m_i v_i^2$

$$v_i = r_i \omega$$

Kinetisk energi i hele legemet:

$$K = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

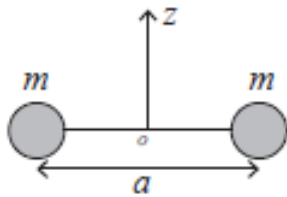
Tregghetsmoment

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

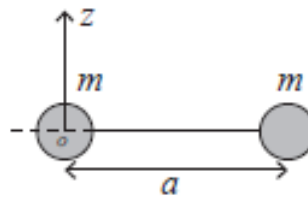
Avhenger av formen til legemet, massefordelingen og rotasjonsaksen.  
Avhenger ikke av vinkelfarta.

# Eksempel: treghetsmoment til to partikler

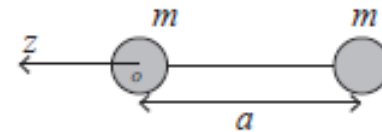
Vi antar at partiklene kan beskrives som punktpartikler og at forbindelsen mellom dem er masseløs



A



B

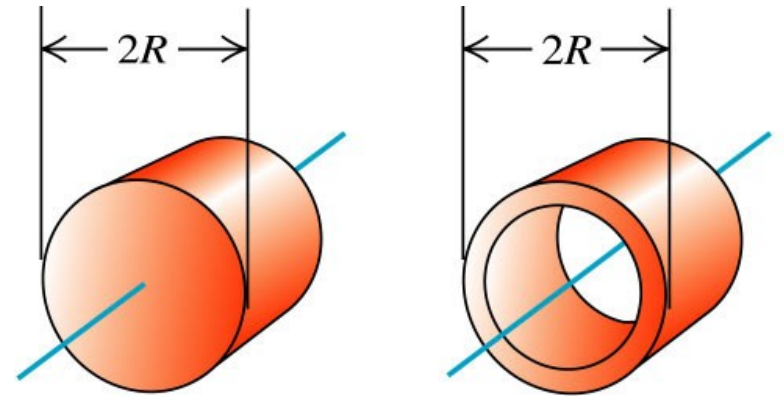


C

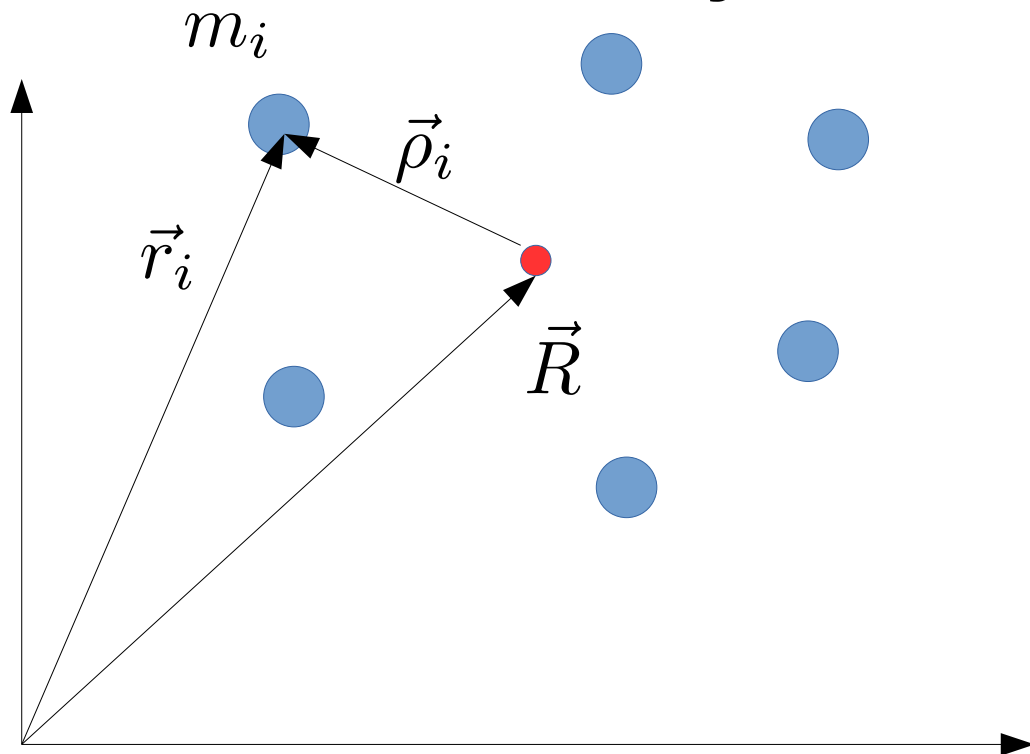
# En sylinder og et sylinder skall

Legemene er homogene og har samme masse og ytre dimensjoner. Hvilket legeme har *minst* treghetsmoment om den viste akse?

1. sylinderen
2. sylinder skallet
3. treghetsmoment er det samme



# Rotasjon + translasjon



$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2$$

$$\vec{r}_i = \vec{R} + \vec{\rho}_i$$

$$\dot{\vec{r}}_i = \dot{\vec{R}} + \dot{\vec{\rho}}_i$$

$$\dot{r}_i^2 = \dot{R}^2 + \dot{\rho}_i^2 + 2\dot{\vec{R}} \cdot \dot{\vec{\rho}}_i$$

$$K = \frac{1}{2} \sum_i m_i (\dot{R}^2 + \dot{\rho}_i^2 + 2\dot{\vec{R}} \cdot \dot{\vec{\rho}}_i) = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\rho}_i^2$$

For rotasjon av et stivt legeme er

$$\frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\rho}_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$