

Forelesningsnotater, FYS1100 uke 1

Joakim Bergli

August 15, 2024

1 Fermiproblemer

“Regler” for Fermiproblemer:

- Du skal bare tenke på størrelsesordenen, om svaret blir 5 ganger for stort eller lite spiller ingen rolle
- Det skal være enkel regning, helst som vi kan gjøre i hodet, kanskje med hjelp av papir og blyant. Kalkulator er ikke lov
- Du skal ikke slå opp noen ting (ikke bøker, ikke tabeller ikke internett)
- Vi kan spørre hverandre og diskutere muligheter

Noen ganger må vi jukse og slå opp ett eller annet (men vi skammer oss litt hvis det trengs).

1.1 Eksempel: Hvor mange atomer er det på jorda?

Jeg vet:

- Jordas radius er $R = 6379 \text{ km} \approx 6 \cdot 10^6 \text{ m}$. [Hvis vi ikke vet det kan vi prøve å estimere, her er et forslag: Jeg vet det tar ca 6 timer å fly Oslo - New York. Farta til et rutefly er ca 1000 km/t, så strekningen må være ca 6000 km. Jeg tipper (har sett på verdenskart og globus) at det er ca 1/4 av veien rundt jorda, som dermed har omkrets $L = 24000 \text{ km}$. Da blir radien $R = L/2\pi \approx 4000 \text{ km}$.]
- 1 mol atomer er $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ atomer og veier ca $10 \text{ g} \approx 10^{-2} \text{ kg}$ (bare lette atomer er nede i 1 g, og ganske tunge er oppe i 100 g).

- 1 liter vann veier 1 kg, som betyr en massetetthet på $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$. Jeg vet jo at stein er tyngre enn vann, men ikke størrelsesordner større, så vi bruker det også for stein.

Vi kan nå regne ut at massen til jorda er

$$M = \rho V = \rho \frac{4\pi}{3} R^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 = 4 \cdot 10^3 \cdot 216 \cdot 10^{18} \text{ kg} \approx 10^{24} \text{ kg}.$$

Her har vi brukt $\pi \approx 3$, $6^3 = 216$ og $4 \cdot 216 \approx 10^3$. Dermed er antal atomer

$$N = 10^{24} \text{ kg} \cdot 10^2 \text{ mol/kg} \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ atomer/mol} = 6 \cdot 10^{49}.$$

Google sier at det er $13,3 \cdot 10^{49}$ atomer i jorda basert på hvor mye det er av de forskjellige grunnstoffene.

2 Dimensjonsanalyse

2.1 Hva er svingetida til en pendel?

Vi bruker notasjonen at om vi skriver en størrelse i firkantparenteser betyr det enheten til størrelsen. Så hvis svingetida er T er $[T] = \text{s}$. Hvilke størrelser kan vi tenke at påvirker svingetida til en pendel?

- Lengden l , $[l] = \text{m}$.
- Massen m , $[m] = \text{kg}$.
- Tyngdeakselerasjonen g , $[g] = \text{m/s}^2$.
- Startvinkelen θ_0 , $[\theta_0] = 1$.

To alternativer:

- Vi kan gjøre dette litt uformelt som følger. Vi skal finne et uttrykk for T som inneholder de gitte størrelsene. T er i sekunder, så alt annet må korte bort. Massen er det eneste som inneholder kg, og vi kan ikke bli kvitt den om vi tar med m i uttrykket. m skal derfor ikke være med. Både l og g inneholder meter (m), og for å ikke få noe m i svaret må vi dele dem på hverandre.

$$\left[\frac{l}{g} \right] = \text{s}^2$$

og dermed må vi ta kvadratrota av dette og finner at

$$T = \sqrt{\frac{l}{g}} F(\theta_0).$$

Her er $F(\theta_0)$ en ukjent funksjon av startvinkelen. Siden θ_0 er dimensjonsløs kan vi aldri finne avhengigheten av den med dimensjonsanalyse. Denne metoden virker best hvis det er enkle uttrykk slik at vi klarer å “se” hvilke kombinasjoner som gir riktig enhet.

- Vi kan gjøre det samme mer formelt (og litt mer tungvint, men det virker uten at vi må være noe ekstra lure) om vi tenker at formelen for T skal ha formen

$$T = l^a m^b g^c$$

der a , b og c er konstanter som vi skal finne. Vi har da

$$[T] = \text{m}^a \text{kg}^b (\text{m/s}^2)^c = \text{m}^{a+c} \text{kg}^b \text{s}^{-2c} = \text{s}.$$

Skal dette stemme må potensene til hver enhet være like på begge sider, og vi får likningene

$$a + c = 0, \quad b = 0, \quad -2c = 1$$

med løsningen

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = 0, \quad c = -\frac{1}{2}.$$

Dette gir som før

$$T \sim l^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{l}{g}} F(\theta_0).$$

Her skriver vi $T \sim l^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}}$ for å indikere at de to sidene er like opp til en numerisk verdi (et dimensjonsløst tall). Vi skal seinere lære å vise at

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

for $\theta_0 \ll 1$. Numeriske konstanter som 2π kan vi aldri bestemme med dimensjonanalyse.

2.2 Hva er svingetida til en elastisk pendel

Hva kan svingetida avhenge av?

- Fjærkonstanten k , $[k] = \text{N/m} = \text{kg/s}^2$.
- Massen m , $[m] = \text{kg}$.
- Tyngdeakselerasjonen g , $[g] = \text{m/s}^2$.

Meter (m) inngår bare i g og dermed kan ikke g være med. Det er da lett å se at

$$T \sim \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Løser vi problemet eksakt (vi kommer til det om noen uker) får vi $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.