

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Løsning: Løsningsforslag, siste versjon 7.jan.2026.

Sensorveiledning: Sensorveiledning, siste versjon 7.jan.2026.

Skriftlig eksamen i FYS1100 Mekanikk og modellering, høst 2025

Dato: Fredag 19. desember 2025, kl. 9:00-13:00 (4 timer)

Oppgavesettet er på: 13 sider + et formelark.

Tillatte hjelpemidler:

Rottmann: "Matematisk formelsamling".

Elektronisk kalkulator av godkjent type.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å svare på spørsmålene.

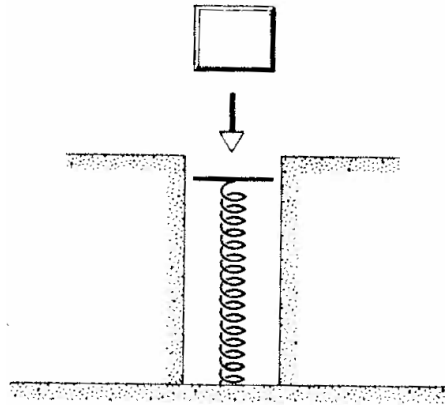
Husk at alle svar må begrunnes!

Alle deloppgaver teller likt. **Lykke til!**

Sensorveiledning: Alle deloppgaver gis maksimalt 5 poeng. Generelt gis lite eller ingen poeng for bare riktig svar uten noen begrunnelse. Det gis heller ikke poeng for å bare skrive opp noen likninger som kanskje er relevante uten å gjøre noe forsøk på å bruke dem eller tilpasse dem til det gitte problemet. Det gis poeng for en god ide til løsningsstrategi selv om denne ikke er fullført. Følgefeil skal det ikke trekkes for. I oppgaver med tallsvar skal det brukes et fornuftig antall gjeldende siffer, men vi kan gi full uttelling for svar med ett siffer mer eller mindre enn i løsningsforslaget. Trekker heller normalt ikke dersom forskjeller i numerisk verdi skyldes at det er rundet av mer eller mindre i mellom svar.

Oppgave 1 Kloss og fjær

En kloss med massen 263 g slippes mot ei vertikal fjær med fjærkonstant $k = 2,52 \text{ N/cm}$ (dvs. at kraften er $F = kx$ der x er hvor langt fjæra er presset sammen).



Klossen presser sammen fjæra, og farten er blitt null når fjæra er presset sammen 11,8 cm. I hele denne oppgava kan du se bort fra luftmotstanden.

a) Hva var farten til klossen rett før den traff fjæra?

Løsning: Vi velger nullpunkt for potensiell energi i den høyden fjæra har rett før klossen treffer (når fjæra ikke er presset sammen noe) og positiv y -retning oppover. Rett før klossen treffer fjæra har den da kinetisk energi $K_0 = \frac{1}{2}mv^2$ og potensiell energi $U_0 = 0$. Idet klossen stopper opp og fjæra er maksimalt sammenpresset er den kinetiske energien $K_1 = 0$ og den potensielle energien $U_1 = mgy + \frac{1}{2}ky^2$. Med $y = -0,118$ m får vi $U = 1,45$ J. Siden det ikke er noen andre krefter enn tyngden og fjærkrafta som gjør arbeid er mekanisk energi bevart, og dermed må dette ha vært den opprinnelige kinetiske energien, slik at $K_0 = 1,45$ J. Farta var da

$$v_0 = \sqrt{\frac{2K_0}{m}} = 3,32 \text{ m/s.}$$

Sensorveiledning: 3p for å sette opp riktig likning for energibevaring. 2p for å finne v_0 . Trekk 1p hvis det mangler begrunnelse for energibevaring eller ikke definert nullpunkt og positiv retning.

0p for bruk av bevegelseslikninger for konstant akselerasjon, men kan allikevel gi inntil 1p for fornuftig identifikasjon av krefter og forklaring av framgangsmåte.

Trekk 2p for å se bort fra potensiell energi fra tyngden.

b) Hvis denne farten hadde vært dobbelt så stor, hvor langt ville fjæra da blitt presset sammen?

Løsning: Vi doubler farta, som betyr at den kinetiske energien blir firedobla: $K_2 = 4K_0 = 5,80$ J. Akkurat før klossen treffer fjæra er den totale potensielle energien $U_2 = 0$. Når fjæra er maksimalt sammenpresset (klossen står momentant i ro) er høyden (målt i forhold til den opprinnelige posisjonen til toppen av fjæra) y_2 og $K_3 = 0$ og $U_3 = mgy_2 + \frac{1}{2}ky_2^2$. Bevaring av mekanisk energi gir $K_2 = U_3$ som betyr at

$$K_2 = mgy_2 + \frac{1}{2}ky_2^2$$

Vi løser denne og finner

$$y_2 = \frac{-mg - \sqrt{m^2g^2 + 2kK_2}}{k} = -0,225 \text{ m.}$$

Vi valgte negativt fortegn foran kvadratrota fordi vi vet at fjæra blir presset sammen som svarer til negativ y_2 .

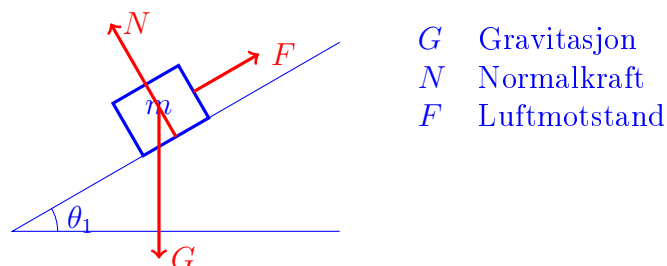
Sensorveiledning: Trekk 2p for å se bort fra tyngdekrafta. Dette er en slags følgefeil fra a), men den gir en betydelig forenkling i oppgava og derfor trekkes noe her også.

Oppgave 2 Kloss og kule på skråplan

Du har et uendelig langt friksjonsløst skråplan med helningsvinkel θ_1 . På planet plasserer du en kloss med massen m . Vi antar at luftmotstanden på klossen følger loven $F = kv^2$, der k er en konstant og v er farta til klossen.

- a) Tegn et frilegemediagram for klossen når den beveger seg. Husk å markere og navngi alle kreftene.

Løsning:



Sensorveiledning: Trekk dersom det er opplagt feil retninger eller misforhold mellom lengdene på kraftvektorene. 2p trekk for symboler som ikke er definert/krefter som ikke er forklart. Det trekkes 1p dersom angrepspunkt er klart feil (For luftmotstand godtas stort sett alle angrepspunkter).

- b) Finn et uttrykk for terminalfarta ved de oppgitte størrelsene.

Løsning: Komponenten til tyngden langs skråplanet er $mg \sin \theta$. Når vi har terminalfart v_T er denne lik luftmotstanden, og dermed er

$$mg \sin \theta = kv_T^2$$

som gir

$$v_T = \sqrt{\frac{mg}{k} \sin \theta_1}.$$

Sensorveiledning: 2p for riktig identifikasjon av krefter og dekomponering. 1p for å forklare at $\Sigma F = 0$. 1p for riktig likning. 1p for å finne v_T .

Vi tenker nå at du ikke kjenner m og k for klossen. Du gjør et forsøk og måler terminalfarta til å være v_1 . Du stiller nå skråplanet i en annen vinkel θ_2 .

c) Hvilken verdi vil du nå ha for terminalfarta? Uttrykk svaret ved v_1 , θ_1 og θ_2 .

Løsning: Vi har fra forrige spørsmål at

$$v_1 = \sqrt{\frac{mg}{k} \sin \theta_1}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{mg}{k} \sin \theta_2}.$$

Deler vi de to uttrykkene på hverandre får vi at

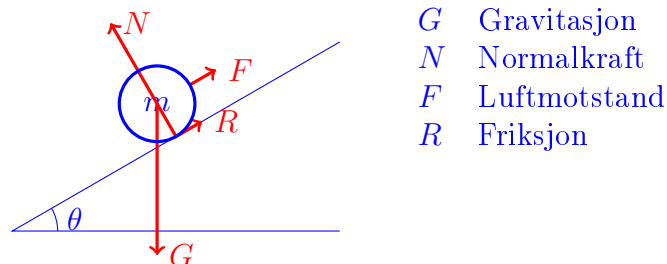
$$v_2 = v_1 \sqrt{\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}}.$$

Sensorveiledning: Her gir full uttelling så lenge uttrykket er konsistent med svaret fra forrige spørsmål

Du har et annet skråplan med friksjon som du stiller i samme vinkel θ som det friksjonsløse. På dette skråplanet lar du ei kule med radien r trille nedover. Friksjonen er tilstrekkelig stor til at kula hele tida triller uten å gli. Kula har samme massen m som klossen, og samme verdi k for luftmotstanden. Du kan bruke uten å vise det at treghetsmomentet til ei kule om en akse gjennom sentrum er $I = \frac{2}{5}mr^2$.

d) Tegn et frilegemediagram for kula når den beveger seg. Husk å markere og navngi alle kreftene.

Løsning:



Sensorveiledning: Trekk dersom det er opplagt feil retninger eller misforhold mellom lengdene på kraftvektorene. 2p trekk for symboler som ikke er definert/krefter som ikke er forklart. Det trekkes 1p dersom angrepspunkt er klart feil (For luftmotstand godtas stort sett alle angrepspunkter).

Her har vi bare spesifisert at kula beveger seg, som betyr at luftmotstanden må være med. Men hvis den har tilnærmet terminalfart blir friksjonen 0 siden den roterer med konstant vinkelfart. Derfor trekker vi ikke om det ikke er friksjon dersom dette er forklart.

Siden de tre andre kreftene også er i a) gis bare 2p for å gjenta disse rett.

3p for å ta med alle krefter men feil retning på friksjonskrafta.

- e) Vi legger et koordinatsystem slik at x -aksen er parallell med skråplanet og med positiv retning nedover. Vis at differensiallikninga som beskriver bevegelsen til kulas sentrum er

$$\beta m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg \sin \theta - k \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

og bestem verdien til konstanten β (du skal ikke å løse denne likninga).

Løsning: Newtons 2. lov gir

$$ma = mg \sin \theta - R - kv^2$$

der R er friksjonskrafta. Denne bestemmer vi ut fra at den må gi riktig vinkelakselerasjon, α . Kraftmomentet om massesenteret er $\tau = Rr = I\alpha$. Rullebetingelsen gir at $\alpha = a/r$, og dermed er

$$R = \frac{I}{r^2} a.$$

Vi setter dette inn i likninga over og får

$$\left(m + \frac{I}{r^2} \right) a = mg \sin \theta - kv^2.$$

Vi setter inn $I = \frac{2}{5}mr^2$, $v = \frac{dx}{dt}$ og $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ og får

$$\frac{7}{5}m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg \sin \theta - k \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

som er det vi skulle finne med $\beta = \frac{7}{5}$.

Sensorveiledning: 1p for $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ 1p for $v = \frac{dx}{dt}$ 1p for Newtons 2. lov riktig. 1p for riktig friksjonskraft. 1p for riktig kraftmoment og rullebetingelse. 1p for riktig β .

Trekker 2p for glidefriksjon.

Trekker ikke her dersom friksjonen har feil retning i d)-oppgaven, og alt annet er riktig regnet her.

f) Hvis vi slipper den fra ro, hva er akselerasjonen til kula i starten av bevegelsen?

Løsning: I starten er farta $v = \frac{dx}{dt} = 0$, og vi finner at akselerasjonen er

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{5}{7}g \sin \theta.$$

Sensorveiledning: 3p for $v = 0$. 2p for å finne a . Vi godtar også $a = \frac{1}{\beta}g \sin \theta$

g) Vi starter klossen på det friksjonsløse skråplanet og kula samtidig på det med friksjon. Hva kan du si om størrelsesforholdet til terminalfartene som klossen og kula oppnår? Hvilken når sin terminalfart først? Her krever vi ikke noen svar i form av ekspiliste uttrykk for fart og tid, bare et resonnement som viser størrelsesforholdet.

Løsning: Friksjonskrafta er alltid passe stor til å skape riktig vinkelakselerasjon. Når vi har nådd terminalfart er vinkelakselerasjonen og dermed også friksjonskrafta null. Derfor er luftmotstanden lik tyngdens komponent langs skråplanet for kula på samme måten som for klossen, og de har samme terminalfart. Vi kan også argumentere ut fra differensiallikninga, og sette $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ når vi har nådd terminalfart. Da ser vi at i får samme likning som for klossen i b). Siden $\beta > 1$ vil kula akselerere saktere enn klossen, og den bruker lengre tid på å nå terminalfarta.

Sensorveiledning: Trekkes 2p dersom friksjonen ikke er satt til null.

Oppgave 3 Satellittbane

En satellitt med massen M går i en sirkulær bane rundt jorda (med massen M_J) i en avstand r_0 fra jordsenteret.

a) Bruk dimensjonsanalyse til å finne et uttrykk for banefarta til satellitten og forklar hvilke antagelser du må gjøre.

Løsning: De relevante størrelsene som inngår er

Gravitasjonskonstanten:	$[G] = \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$
Jordas masse:	$[M_J] = \text{kg}$
Satellittens masse:	$[M] = \text{kg}$
Avstanden til jordsenteret:	$[r_0] = \text{m}$
Banefarta:	$[v] = \text{m/s}$

Vi vet at alle ting har samme tyngdeakselerasjon uavhengig av massen. Derfor antar vi at satellittens masse ikke har noe å si fra svaret. Dette er sant så lenge massen til satellitten

er mye mindre enn jordas masse slik at jorda ligger i ro og ikke påvirkes av tyngdekrafta fra satellitten. Da er eneste mulige kombinasjon med riktige enheter

$$v \sim \sqrt{\frac{GM_J}{r_0}}.$$

Her betyr $\sim$ at svaret er riktig opp til en numerisk konstant som vi ikke kan bestemme med dimensjonsanalyse.

Sensorveiledning: 3p. for riktig identifikasjon av relevante størrelser med riktige enheter.

Trekker 1p for ikke å diskutere hvorfor vi kan droppe M

Maks 2p hvis selve dimensjonsanalysen er riktig, selv om de har feil størrelser

- b) Finn et uttrykk for banefarta til satellitten basert på fysikkens lover (ikke bare dimensjonsanalyse).

Løsning: Tyngdekrafta fra jorda er

$$F = G \frac{MM_J}{r_0^2}$$

Denne må gi sentripetalakselerasjonen slik at $F = Mv^2/r_0$ som gir oss at banefarta er

$$v = \sqrt{\frac{GM_J}{r_0}}.$$

Sensorveiledning: 2p for å sette opp N2L riktig for akselerasjonen selv om resten er feil.

1p trekk for å ikke nevne at man bruker sentripetalakselerasjon eller at den beveger seg i sirkelbane og dermed kan definere $a = v^2/r$.

- c) En liten meteoroid med massen m og farta v_m kommer rett mot jorda, treffer satellitten og setter seg fast i denne slik at begge fortsetter som ett legeme. Før sammenstøtet beveger meteoroiden seg i samme plan som satellittbanen og vinkelrett på satellittens fartsretning. Hva blir satellittens fartsvektor rett etter sammenstøtet?

Løsning: Vi antar at sammenstøtet skjer så fort at vi kan se bort fra effekten av jordas tyngdekraft i støtet. Da er det ingen ytre krefter som virker, og driv er bevart. Tangentielt til banen har meteoroiden ikke noe driv før sammenstøtet og dermed er farta etter støtet, $v_{\parallel}$, gitt ved

$$Mv = (M + m)v_{\parallel},$$

og dermed

$$v_{\parallel} = \frac{M}{M + m}v.$$

Vinkelrett på banen får vi at farta til det sammensatte legemet etter støtet, $v_{\perp}$, er

$$mv_m = (M + m)v_{\perp},$$

og dermed

$$v_{\perp} = \frac{m}{M + m}v_m.$$

Sensorveiledning: 1p for å forklare at vi kan se bort fra tyngdekrafta siden den er liten i forhold til kreftene mellom satellitt og meteoroider (dvs at kollisjonen er rask). 1p for at driv dermed er bevart. 2p for riktige likninger i begge komponenter. 1p for rett svar.

2p for bare å skrive ned generell likning for bevaring av driv på vektorform

- d) Skriv et program som numerisk beregner banen til satellitten etter sammenstøtet. Her trenger du ikke å skrive hele programmet, det holder å vise den numeriske integrasjoneløkken med riktig bruk av initialbetingelser og riktige uttrykk for kreftene som virker. Forklar også ditt valg av koordinater og de likningene som du trenger i koden. Her er vi interessert i banen for vilkårlig lang tid, og kan følgelig ikke se bort fra tyngdekrafta lengre.

Løsning: Vi velger koordinater der jordas sentrum er i origo og $t = 0$ svarer til kollisjonstøyeblikket. Vi orienterer koordinatene slik at partikkelen ligger på x -aksen ved $t = 0$, og den hadde da rett før sammenstøtet ingen fart i x -retningen og banefarta $v = \sqrt{\frac{GM_J}{r_0}}$ i y -retningen. Det betyr at riktige initialbetingelser er

$$x(0) = r_0, \quad y(0) = 0, \quad v_x(0) = -v_{\perp} = -\frac{m}{M + m}v_m, \quad v_y(0) = \sqrt{\frac{GM_J}{r_0}}.$$

Etter sammenstøtet er det bare tyngdekrafta som virker og den er gitt ved

$$\vec{F} = -G \frac{M_J(M + m)}{r^2} \vec{u}_r = -G \frac{M_J(M + m)}{r^3} \vec{r}_s$$

der $\vec{r}$ er posisjonen til satellitten, $r = |\vec{r}|$ og $\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}$ er en enhetsvektor som peker fra jordsenteret i retning mot satellitten. Dermed kan vi skrive den delen av koden som beregner banen

```
dt = 0.1
tMax = 20
MJ =
G =
r0 =
M =
m =
vm =
v = np.sqrt(G*MJ/r0)

n = int(tMax/dt)
t = np.zeros(n)
x = np.zeros(n)
y = np.zeros(n)
vx = np.zeros(n)
vy = np.zeros(n)

x[0] = r0
y[0] = 0
vx[0] = -m/(M+m)*vm
vy[0] = M*v/(M+m)
```

```

t[0] = 0

for i in range(n-1):
    t[i+1] = t[i] + dt
    r = np.sqrt(x[i]**2 + y[i]**2)
    ax = -G*MJ*x[i]/r**3
    ay = -G*MJ*y[i]/r**3
    vx[i+1] = vx[i] + ax*dt
    vy[i+1] = vy[i] + ay*dt
    x[i+1] = x[i] + vx[i+1]*dt
    y[i+1] = y[i] + vy[i+1]*dt

```

Sensorveiledning: Vi trekker ikke for syntaksfeil så lenge vi forstår hva som er ment.

Maks 2p hvis det er bare endimensjonal bevegelse.

Trekk 1p dersom løkke-indeksen ikke er konsistent (i blir til n).

1p for forklaring, 1p for riktige initialbetingelser, 2p for riktig akselerasjon (med både x - og y -komponent) og 1p for riktig integrasjon for å finne v_x , v_y , x , y .

- e) Du vil nå utvide programmet slik at det kan gjøre samme beregning som over, men for den mer generelle situasjonen at meteoroiden har en retning før sammenstøtet som ikke står vinkelrett på satellittens bane. Programmet skal ta utgangspunkt i fart og retning til meteoroiden og fra det finne de riktige initialbetingelsene som trengs for den videre bevegelsen. Du trenger bare å skrive den delen av koden som må endres fra oppgaven før, men du må forklare alle nye størrelser og formler som du trenger.

Løsning:

Vi definerer ϕ som vinkelen mellom meteoroidens fart og x -aksen før sammenstøtet, slik at $\phi = 0$ svarer til problemet vi løste i d). Da er meteoroidens driv før støtet

$$p_{mx} = -mv_m \cos \phi, \quad p_{my} = mv_m \sin \phi,$$

mens satellittens driv før støtet er

$$p_x = 0, \quad p_y = Mv$$

der v fortsatt er gitt ved banefarta før støtet. Siden vi ser bort fra tyngdekrafta i støtøyeblikket er driv bevart, og dermed må drivet til det sammensatte legemet etter støtet være

$$p_{sx} = (M + m)v_{0x} = -mv_m \cos \phi, \quad p_{sy} = (M + m)v_{0y} = mv_m \sin \phi + Mv.$$

Her er $\vec{v}_0$ fartsvektoren til det sammensatte legemet etter støtet, og den får komponentene

$$v_{0x} = -\frac{m}{M + m}v_m \cos \phi, \quad v_{0y} = \frac{1}{M + m}(mv_m \sin \phi + Mv).$$

Dette gir de nye initialbetingelsene i simuleringa, og vi må endre de linjene i koden som beregner disse

```

phi =

v = np.sqrt(G*MJ/r0)
vx[0] = -m/(M+m)*vm*np.cos(phi)
vy[0] = 1/(M+m) * (m*vm*np.sin(phi) + M*v)

```

Sensorveiledning: 1p trekk dersom det er god forklaring på hvordan de nye uttrykkene framkommer men selve kode-linjene ikke er skrevet i besvarelsen.

Oppgave 4 Romreise

En gang i framtida har menneskene konstruert et romskip som kan reise med $0,5c$. De sender ut en ekspedisjon for å kolonisere en planet ved en stjerne i en avstand 12 lysår fra jorda.

Sensorveiledning: I denne oppgava har vi ikke vært nøye med antallet siffer vi har oppgitt forskjellige størrelser med. Flere er gitt med bare ett gjeldende siffer, og dermed er det riktig å svare med bare ett gjeldende siffer alle steder. Men vi burde gitt 2 siffer alle steder for at det skal bli mulig å avgjøre noen av spørsmålene, så vi godtar både 2 og 3 siffer i svar alle steder.

- a) Hvor lang tid tar reisa sett fra jordas referansesystem og sett fra romskipets referansesystem? Anta at romskipet akselerer fort slik at det går med konstant fart tilnærmet hele veien.

Løsning: I jordas referansesystem er farta $u = 0,50c$ og strekninga 12 lysår, og da tar reisa $\Delta t = 24$ år. Romskipets tid vil være

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\gamma} = 21 \text{ år}$$

der

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 1,15$$

er Lorentzfaktoren.

Sensorveiledning: 1p for riktig tid i jordas referansesystem. 3p for riktig tidsdilatasjon (riktig identifikasjon av egentid). 1p for rett svar. Det er like fint å regne ut lengdekontrahert avstad og romskipets tid fra det.

Rett etter avreise er det noen som finner opp en revolusjonerende ny rakettmotor, som gjør at de kan bygge et nytt romskip med fart $0,80c$. Det tar tid å bygge og klargjøre det, og det sendes av gårde 8 år etter det første.

- b) Hva er farta til det nye romskipet sett fra referansesystemet til det gamle?

Løsning: I jordas referansesystem er farta til det nye romskipet $v = 0,80c$. I referansesystemet til det gamle romskipet er denne farta

$$v' = \frac{v - u}{1 - \frac{u}{c^2}v} = 0,50c.$$

Sensorveiledning: 1p for å bruke Galileitransformasjonen og få $0,3c$.

0p for dem som først regner at den relative farta er $0.3c$ og så bruker denne i en relativistiske transformasjoen av fart. Dette viser liten forståelse av relative hastigheter.

- c) Hvilket av romskipene kommer først fram sett fra jordas referansesystem? Hvilket av romskipene kommer først fram sett fra det første romskipets referansesystem?

Løsning: I jordas referansesystem bruker det andre romskipet $12 \text{ lysår}/0,80c = 15 \text{ år}$ på reisa. Siden det starter 8 år etter det første kommer det fram 23 år etter at det første startet. Det andre romskipet kommer altså først fram. Siden dette er hendelser som er på samme sted for en observatør på stjerna må rekkefølgen av dem være den samme for alle observatører. Det andre romskipet kommer altså først fram også sett fra det første romskipets referansesystem.

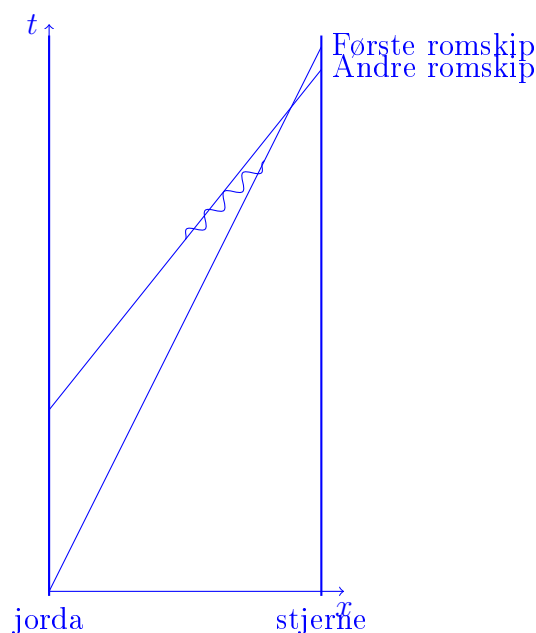
Sensorveiledning: 3p for bare å svare for ett av referansesystemene.

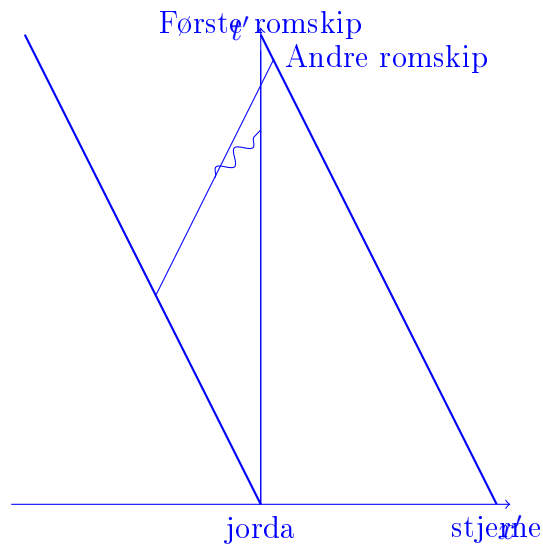
1p dersom riktig tid for det nye romskipet er funnet. Op dersom riktig funnet og så forsøkt transformert til jordas referansesystem når tiden allerede er regnet i det.

Når det andre romskipet er halvveis til stjerna (sett på sin egen klokke) sender det ut en radiomelding (som beveger seg med lysfarta) til det første romskipet for å gi beskjed om at de kommer.

- d) Tegn to romtidsdiagram som beskriver bevegelsen til jorda, stjerna, de to romskipene og signalet som sendes fra det ene til det andre. Det første diagrammet skal være sett fra et referansesystem der jorda og stjerna ligger i ro, mens det andre er fra et referansesystem der det første romskipet ligger i ro.

Løsning:





Sensorveiledning: 1-2p dersom det er tydelig at studenten forstår hva et romtidsdiagram er og klarer å få med verdenslinjer til noen av objektene.

Kan gi poeng til gale diagrammer hvis de er konsistente med c). F.eks hvis noen sier at i referansesystemet til det første romskipet vil det andre komme fram sist, og dette er tegnet inn.

3p hvis én av de to diagrammene er helt riktig. 1p til dersom det andre diagrammet nesten er riktig.

- e) Når vil det første romskipet motta meldingen fra det andre (sett på det første romskipets klokke)?

Løsning: I jordas referansesystem sendes meldinga ut ved posisjonen $x_0 = 6$ lysår og tidspunktet $t_0 = 8 \text{ år} + 15 \text{ år}/2 = 15,5 \text{ år}$. Radiopulsen beveger seg da langs linja

$$t = t_0 + (x - x_0)/c.$$

Det første romskipet følger linja

$$t = x/u,$$

og meldingen kommer derfor fram ved posisjonen x_m slik at

$$t_0 + (x_m - x_0)/c = x_m/u,$$

som betyr i posisjonen

$$x_m = \frac{(ct_0 - x_0)u}{c - u} = 9,5 \text{ lysår}.$$

Det tilsvarende tidspunktet er $t_m = x_m/u = 19 \text{ år}$. Vi kan finne tidspunktet i første romskipets referansesystem ved Lorentztransformasjonen

$$t'_m = \gamma(t_m - \frac{u}{c^2}x_m) = 16 \text{ år}.$$

Sensorveiledning: 1p for å finne ut når signalet sendes ut. 2p for å finne ut når og hvor det kommer fram i jordas referansesystem. 2p for å transformere til første romskips referansesystem.

Her er det mange forskjellige gale løsninger, og vi kan allikevel gi noen poeng for å ha hatt en slags ide og prøvd å gjennomføre den, selv om utgangspunktet ikke er riktig.

Eksamenssett slutt.