

Newtons 2. lov og driv (bevegelsesmengde)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$
 hvor $\vec{p} = m\vec{v} = m\frac{d\vec{r}}{dt}$ og $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Bevegelsesligninger, konstant $\vec{a}$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

Bevegelsesligninger, konstant α

$$\omega = \omega_0 + \alpha t, \quad \theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2,$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Baneakselerasjon

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \hat{u}_T + \frac{v^2}{r} \hat{u}_N$$

Rotasjon

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad \vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Galilei-transformasjon, referansesystemer

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}', \quad \vec{v} = \vec{V} + \vec{v}', \quad \vec{a} = \vec{a}'$$

Fjærkraft

$$F(x) = \pm k(x - x_0)$$

Luftmotstand

$$\vec{F}_v = -k\vec{v} \quad \text{eller} \quad \vec{F}_v = -D|\vec{v}|\vec{v}$$

Friksjon

Statisk friksjon $|\vec{F}_S| \leq \mu_S N$

Dynamisk friksjon $|\vec{F}_d| = \mu_d N$

Arbeid

$$W_{AB} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F} \cdot \vec{v} dt = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = K_B - K_A$$

Kinetisk energi

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Potensiell energi

for gravitasjon $U = mgy$

for fjærkraft $U = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$

Effekt

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Konservativ kraft

1D
$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

Impuls

$$\vec{J} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt = \Delta \vec{p} = \vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0)$$

Rakettligningen

$$\vec{F}^{\text{ext}} + \vec{v}_{\text{rel}} \frac{dm}{dt} = m\vec{a}$$

Massesenter

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i = \frac{1}{M} \int_M \vec{r} dm,$$

$$M = \sum_i m_i = \int_M dm$$

Kraftmoment

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Spinn

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Spinnsats

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Stive legemer

$$L_z = I_z \omega_z, \quad \tau_z = I_z \alpha_z$$

Kinetisk rotasjonsenergi

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Trehetsmoment

$$I = \sum_i m_i \rho_i^2 = \int_M \rho^2 dm$$

Parallellakse-teoremet

$$I = I_{cm} + Ms^2$$

Rullebetingelse

$$V = \omega R$$

Gravitasjon

$$\vec{F}_A \text{ p\aa B}(\vec{r}) = -G \frac{m_A m_B}{r^2} \hat{u}_r, \quad U(r) = -G \frac{m_A m_B}{r};$$

hvor G er gravitasjonskonstanten, og origo er lagt i massesenteret til legeme A.

Lorentz-transformasjon

$$x' = \gamma(x - ut), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Lorentz-transformasjon for hastighet

$$v' = \frac{v - u}{1 - \frac{u}{c^2}v}$$

Tidsdilatasjon

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

Lengdekontraksjon

$$l = \frac{l_0}{\gamma}$$

Taylor-rekke

til en funksjon $f(x)$ om funksjonsargumentet $x = a$

$$T_n(f; a)(x) = f(a) + \frac{1}{1!}(x - a) \frac{df(x=a)}{dx}$$

$$+ \frac{1}{2!}(x - a)^2 \frac{d^2 f(x=a)}{dx^2}$$

$$+ \cdots + \frac{1}{n!}(x - a)^n \frac{d^n f(x=a)}{dx^n}$$

Restledd

$$R_n(f; a)(x) = \frac{(x - a)^{n+1}}{(n + 1)!} \frac{d^{n+1} f(x = \zeta)}{dx^{n+1}}$$

hvor $\zeta \in [x, a]$ er ukjent.

Differensialligninger

1. ordens separable lineære differensialligninger

$$q(x) \cdot \frac{dx}{dt} = p(t) \implies \int q(x) dx = \int p(t) dt$$

$$\implies Q(x) = P(t) + C$$

med $\frac{dQ}{dx} = q(x)$ og $\frac{dP}{dt} = p(t)$

2. ordens homogene lineære differensialligninger med konstante koeffisienter

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + p \frac{dx(t)}{dt} + qx(t) = 0$$

Karakteristisk ligning:

$$\lambda^2 + p\lambda + q = 0$$

med generelt to r\otter λ_1 og λ_2

Generelle l\osninger:

To reelle r\otter

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

En reell rot

$$x(t) = C_1 e^{\lambda t} + C_2 t e^{\lambda t}$$

To komplekse r\otter, $\lambda_1 = a + ib$, $\lambda_2 = a - ib$

$$x(t) = e^{at}(C_1 \cos(bt) + C_2 \sin(bt))$$