Newtons 2. lov og driv (bevegelsesmengde)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

hvor $\vec{p} = m\vec{v} = m\frac{d\vec{r}}{dt}$ og $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Bevegelsesligninger, konstant $\vec{a}$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

Bevegelsesligninger, konstant α

$$\omega = \omega_0 + \alpha t, \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2,$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Baneakselerasjon

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\,\hat{u}_T + \frac{v^2}{r}\,\hat{u}_N$$

Rotasjon

$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}, \quad \vec{a} = \vec{\alpha}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

Galilei-transformasjon, referansesystemer

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}', \qquad \vec{v} = \vec{V} + \vec{v}', \qquad \vec{a} = \vec{a}'$$

Fjærkraft

$$F(x) = \pm k(x - x_0)$$

Luftmotstand

$$\vec{F}_v = -k\vec{v} \quad \text{eller} \quad \vec{F}_v = -D|\vec{v}|\vec{v}$$

Friksjon

Statisk friksjon

$$|\vec{F}_S| \le \mu_S N$$

Dynamisk friksjon

$$|\vec{F}_d| = \mu_d N$$

Arbeid

$$W_{AB} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F}\cdot\vec{v}\,dt = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = K_B - K_A$$

Kinetisk energi

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Potensiell energi

for gravitasjon

$$U = mgy$$

for fjærkraft

$$U = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

Effekt

$$P = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta W}{\Delta t} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

Konservativ kraft

1D

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

Impuls

$$\vec{J} = \int_{t_0}^{t_1}\vec{F}\,dt = \Delta\vec{p} = \vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0)$$

Rakettligningen

$$\vec{F}^{\text{ext}} + \vec{v}_{\text{rel}}\frac{dm}{dt} = m\vec{a}$$

Massesenter

$$\vec{R} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{r}_i = \frac{1}{M}\int_M \vec{r}\,dm,$$

$$M = \sum_i m_i = \int_M dm$$

Kraftmoment

$$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$$

Spinn

$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$$

Spinnsats

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Stive legemer

$$L_z = I_z\omega_z, \quad \tau_z = I_z\alpha_z$$

Kinetisk rotasjonsenergi

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Treghetsmoment

$$I = \sum_i m_i\rho_i^2 = \int_M \rho^2\,dm$$

Parallellakseteoremet

$$I = I_{cm} + Ms^2$$

Rullebetingelse

$$V = \omega R$$

Gravitasjon

$$\vec{F}_{\text{A på B}}(\vec{r}) = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\,\hat{u}_r, \quad U(r) = -G\frac{m_A m_B}{r};$$

hvor G er gravitasjonskonstanten, og origo er lagt i massesenteret til legeme A.

Lorentz-transformasjon

$$x' = \gamma(x - ut), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Lorentz-transformasjon for hastighet

$$v' = \frac{v - u}{1 - \frac{u}{c^2}v}$$

Tidsdilatasjon og Lengdekontraksjon

$$\Delta t = \gamma\Delta t_0 \qquad l = \frac{l_0}{\gamma}$$

Relativistisk driv og energi

$$p = \gamma mv \qquad E = \gamma mc^2$$

Taylor-rekke

til en funksjon $f(x)$ om funksjonsargumentet $x = a$

$$\begin{aligned} T_n(f;a)(x) = f(a) &+ \frac{1}{1!}(x-a)\frac{df(x=a)}{dx} \\ &+ \frac{1}{2!}(x-a)^2\frac{d^2f(x=a)}{dx^2} \\ &+ \cdots + \frac{1}{n!}(x-a)^n\frac{d^nf(x=a)}{dx^n} \end{aligned}$$

Restledd

$$R_n(f;a)(x) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!}\frac{d^{n+1}f(x=\zeta)}{dx^{n+1}}$$

hvor $\zeta \in [x, a]$ er ukjent.

Differensialligninger

1. ordens separable lineære differensialligninger

$$\begin{aligned} q(x)\cdot\frac{dx}{dt} = p(t) &\implies \int q(x)\,dx = \int p(t)\,dt \\ &\implies Q(x) = P(t) + C \end{aligned}$$

med $\frac{dQ}{dx} = q(x)$ og $\frac{dP}{dt} = p(t)$

2. ordens homogene lineære differensialligninger med konstante koeffisienter

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + p\frac{dx(t)}{dt} + qx(t) = 0$$

Karakteristisk ligning:

$$\lambda^2 + p\lambda + q = 0$$

med generelt to røtter λ_1 og λ_2

Generelle løsninger:

To reelle røtter

$$x(t) = C_1e^{\lambda_1 t} + C_2e^{\lambda_2 t}$$

En reell rot

$$x(t) = C_1e^{\lambda t} + C_2te^{\lambda t}$$

To komplekse røtter, $\lambda_1 = a + ib,\ \lambda_2 = a - ib$

$$x(t) = e^{at}(C_1\cos(bt) + C_2\sin(bt))$$