Fys1100 H2026
Uke 10, 26/10

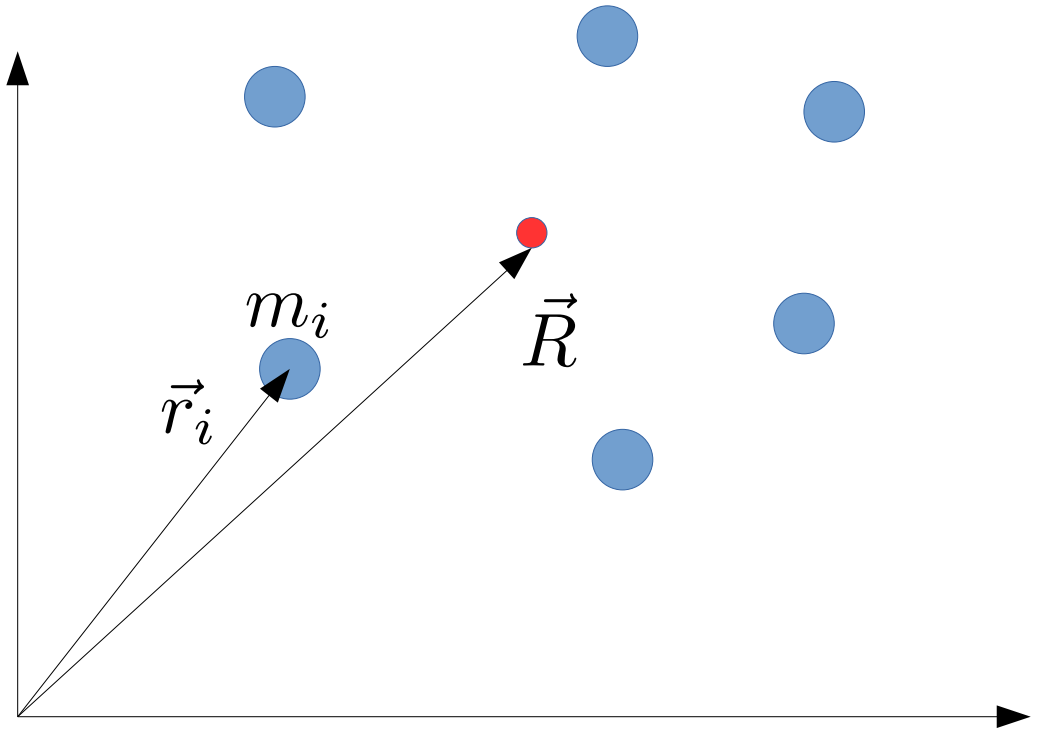
Beskjeder

- Eksperiment 2: Vi gjennomfører i morgen for dem som ikke gjorde det forrige uke.
- KI-assistent: https://gpt.uio.no/templates/?subscribeId=04d26092-7b02-4025-8f8a-0d213b3353ba

Tema for uka

- Massesenter (AMS 13.2)
- Massesentersetningen (Newtons 2. lov for massesenterets bevegelse) (AMS 13.1, 13.3)
- Rotasjon om en fast akse (AMS 14.1-14.5)
- Energi i rotasjonsbevegelse(AMS 15.1-15.2)
- Treghetsmoment (AMS 15.2).

Massesenter



Massesenteret til tre partikler

Hva er massesenteret for dette systemet?

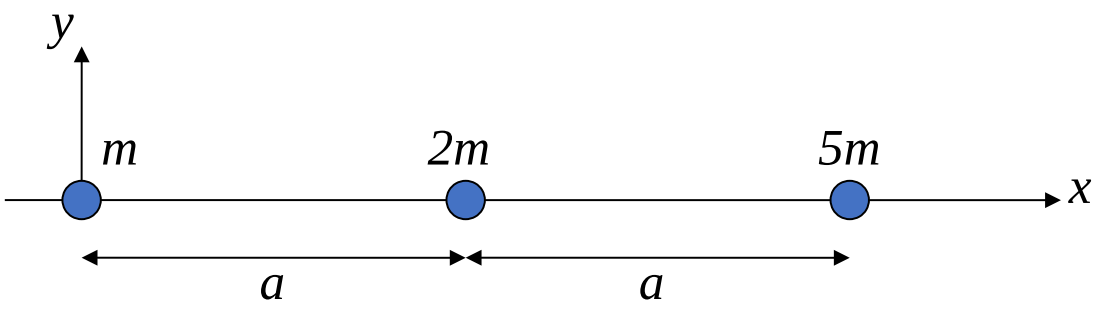
A. $x_{cm} = a$

B. $x_{cm} = \frac{3}{2}a$

C. $x_{cm} = \frac{5}{4}a$

D. $x_{cm} = \frac{13}{8}a$

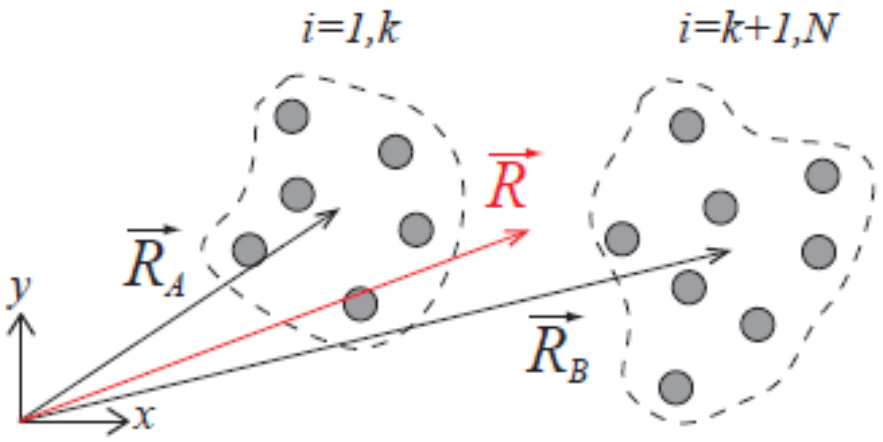
E. Vet ikke



Grupper av flerpartikkelsystemer

To flerpartikkelsystemer: A og B

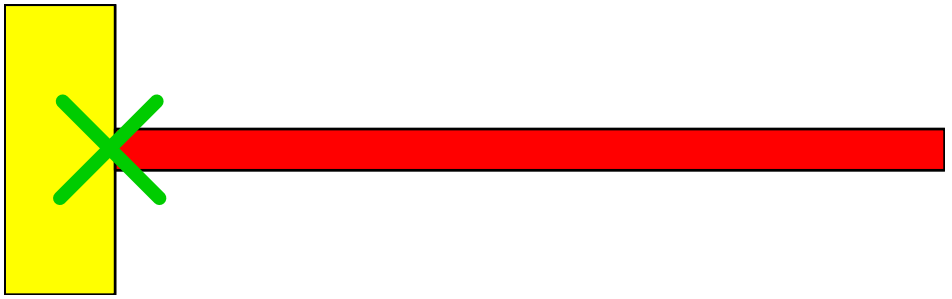
Vi kjenner massesenteret for hver gruppe:



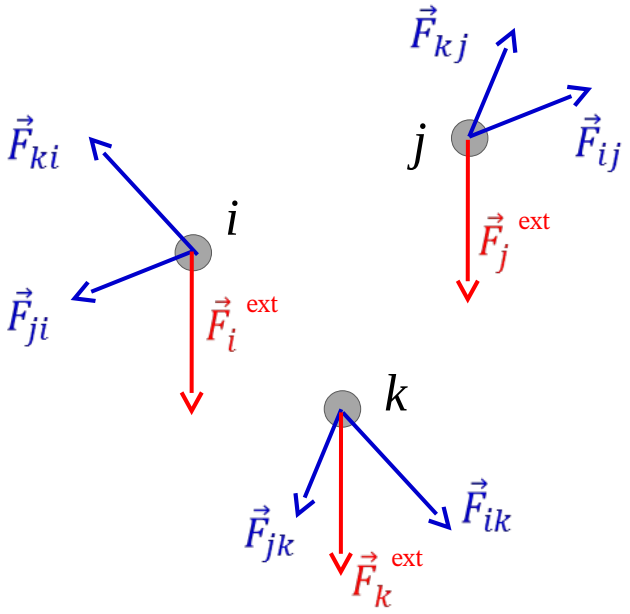
«Hammeren»

Et gult og et rødt legeme er festet sammen. Hvert legeme har uniform tetthet. Massesenteret til det sammenkoblede legemet er markert med en grønn X. Hvilket legeme har størst masse?

A. Det gule
B. Det røde
C. De har samme masse
D. Ikke nok info til å avgjøre



Massesentersetningen



System: *N* partikler

Posisjon: $\vec{r}_i(t)$ Hastighet: $\vec{v}_i(t) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$

Bevegelsesmengde: $\vec{p}_i(t) = m_i\vec{v}_i(t)$

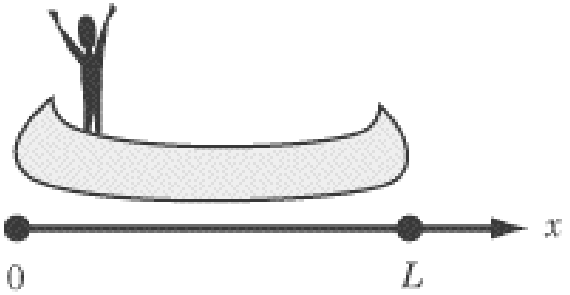
Ytre kraft på partikler: $\vec{F}_{i,ext}$

Indre kraft fra partikkel *j* på partikkel *i*: $\vec{F}_{ji}$

En person i en båt

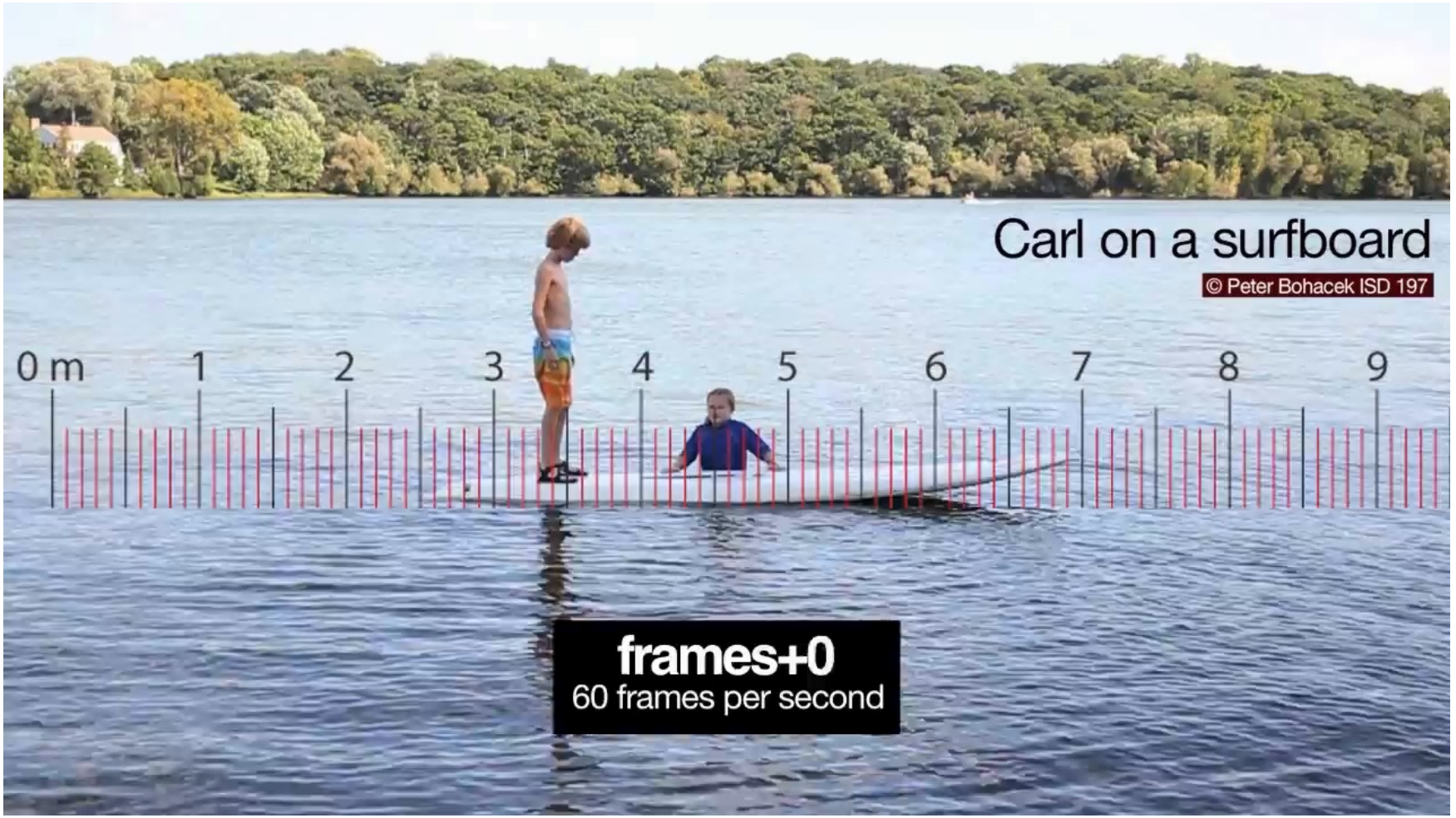
Du sitter på stranden og ser på en person i en båt. Personen beveger seg fra den venstre enden av båten til den høyre. Du analyserer bevegelsen fra stranden og du finner at posisjonen til *massesenteret* til systemet som består av båt og person (i et referansesystem som ligger fast i forhold til vannet, ikke båten)

A. beveger seg til høyre
B. forblir på samme sted
C. beveger seg til venstre



(Vi antar at det er ingen friksjon mellom båten og vannet.)

Carl på et surfebrett



https://serc.carleton.edu/details/files/63814.html

En fugl på 1 kg står i en lukket kasse på 10 kg som står på en vekt. Vekten viser 11 kg. Fuglen hopper opp i luften og flyr i en konstant høyde inne i kassen. Mens fuglen er oppe i luften så viser vekten normalkrafta N som er

A: $N > 11$ kg

B: $N = 11$ kg

C: $10 \text{ kg} < N < 11$ kg

D: $N = 10$ kg

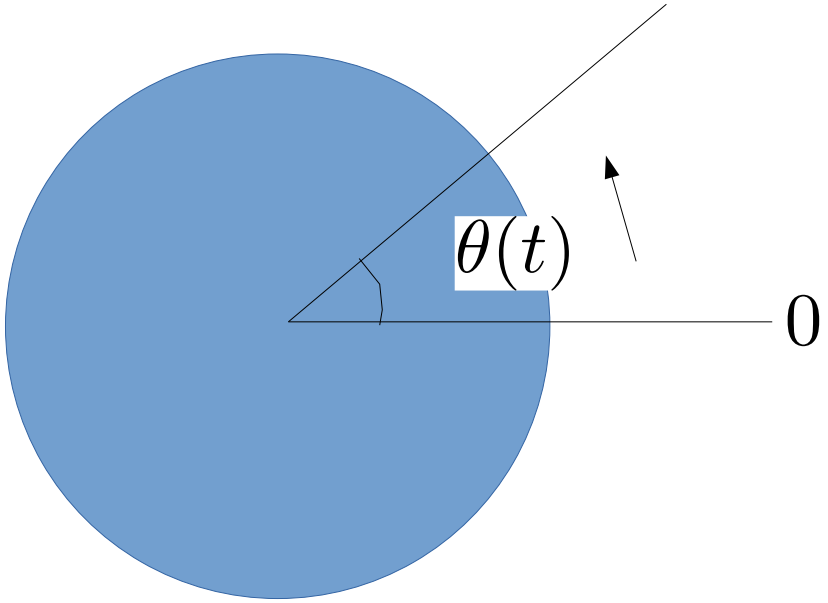
E: $N < 10$ kg

Bevegelsen til massesenteret av et utstrakt legeme



https://www.youtube.com/watch?v=DY3LYQv22qY

Rotasjon av et stivt legeme om en fast akse



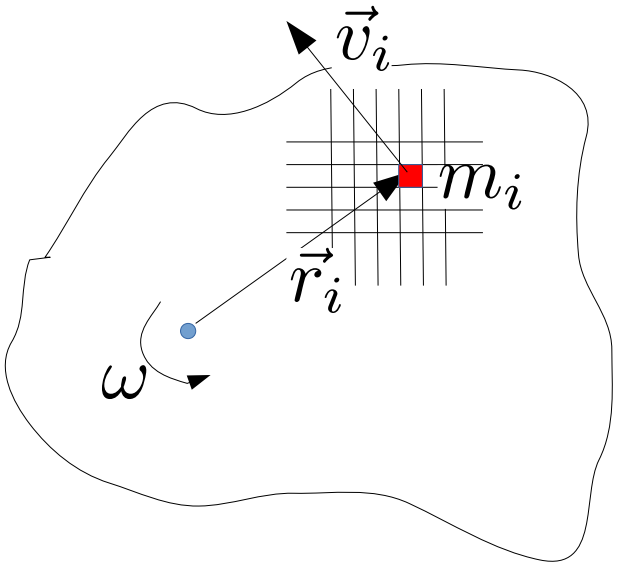
Rotasjonsvinkel $\theta(t)$

Vinkelfart $\omega(t) = \dfrac{d\theta}{dt}$

Vinkelakselerasjon $\alpha(t) = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

Lineær bevegelse	$x(t)$	$v(t) = \frac{dx}{dt}$	$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$
Rotasjonsbevegelse	$\theta(t)$	$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$	$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Energi i rotasjonsbevegelse



Kinetisk energi i et lite element: $K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$

$$v_i = r_i \omega$$

Kinetisk energi i hele legemet:

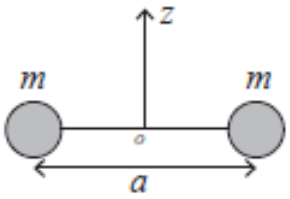
$$K = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Treghetsmoment $$I = \sum_i m_i r_i^2$$

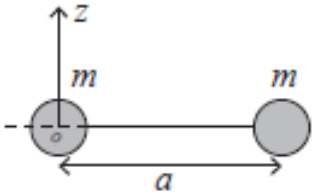
Avhenger av formen til legemet, massefordelingen og rotasjonsaksen.
Avhenger ikke av vinkelfarta.

Eksempel: treghetsmoment til to partikler

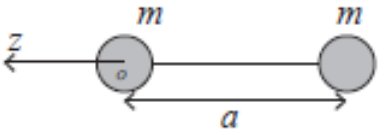
Vi antar at partiklene kan beskrives som punktpartikler og at forbindelsen mellom dem er masseløs



A



B

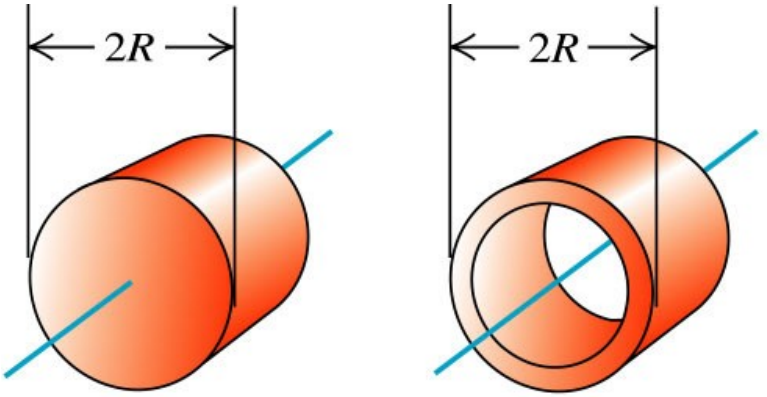


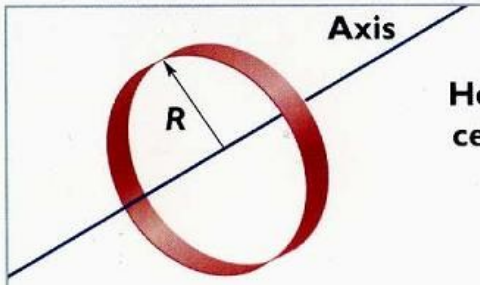
C

En sylinder og et sylinderskall

Legemene er homogene og har samme masse og ytre dimensjoner.
Hvilket legeme har *minst* treghetsmoment om den viste aksen?

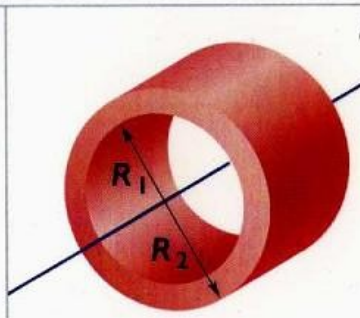
1. sylinderen
2. sylinderskallet
3. treghetsmoment er det samme





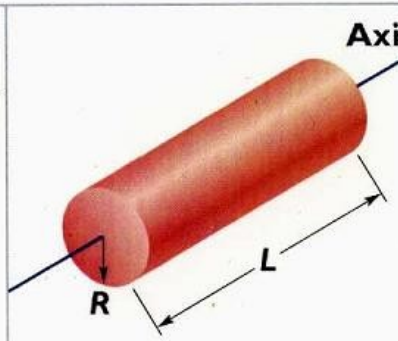
Hoop about central axis

$I = MR^2$ (a)



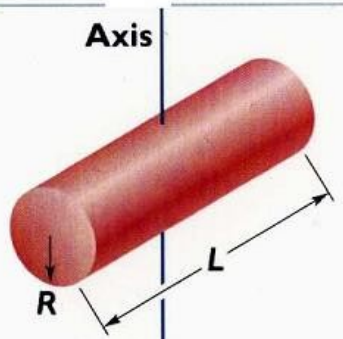
Annular cylinder (or ring) about central axis

$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$ (b)



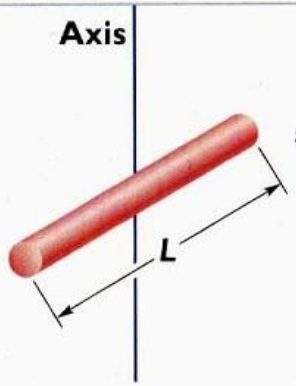
Solid cylinder (or disk) about central axis

$I = \frac{1}{2}MR^2$ (c)



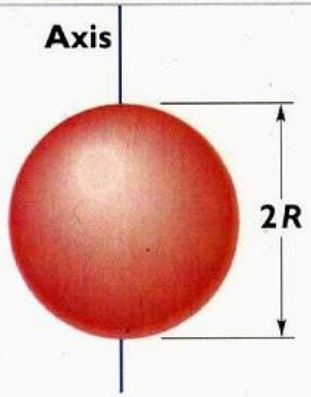
Solid cylinder (or disk) about central diameter

$I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$ (d)



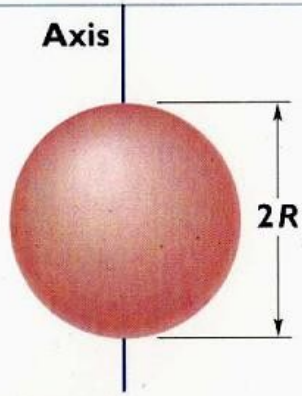
Thin rod about axis through center perpendicular to length

$I = \frac{1}{12}ML^2$ (e)



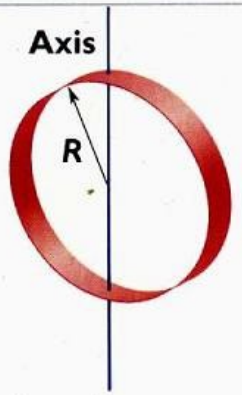
Solid spherea bout any diameter

$I = \frac{2}{5}MR^2$ (f)



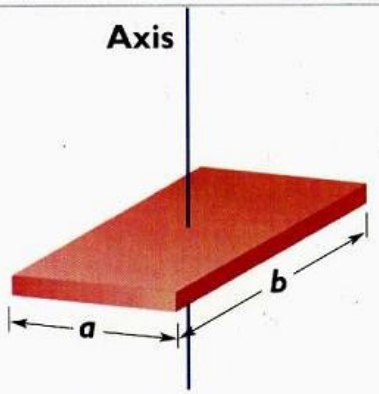
Thin spherical shella bout any diameter

$I = \frac{2}{3}MR^2$ (g)



Hoop about any diameter

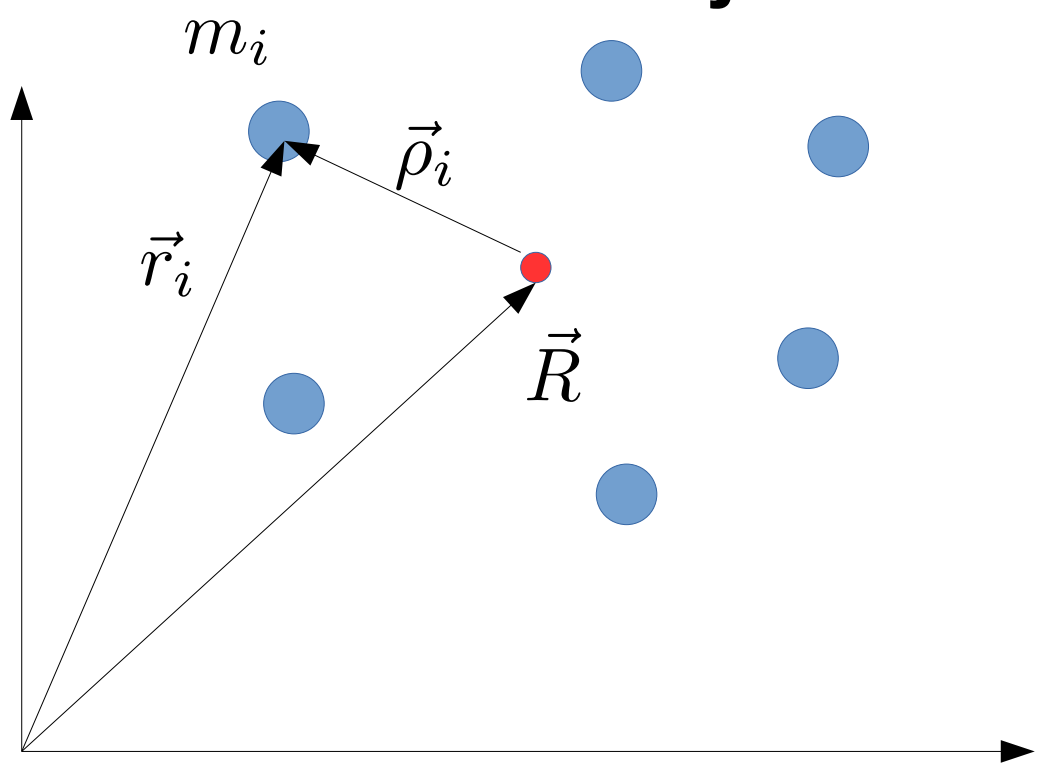
$I = \frac{1}{2}MR^2$ (h)



Slab about perpendicular axis through center

$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$ (i)

Rotasjon + translasjon



$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2$$

$$\vec{r}_i = \vec{R} + \vec{\rho}_i$$

$$\dot{\vec{r}}_i = \dot{\vec{R}} + \dot{\vec{\rho}}_i$$

$$\dot{r}_i^2 = \dot{R}^2 + \dot{\rho}_i^2 + 2\dot{\vec{R}} \cdot \dot{\vec{\rho}}_i$$

$$K = \frac{1}{2} \sum_i m_i (\dot{R}^2 + \dot{\rho}_i^2 + 2\dot{\vec{R}} \cdot \dot{\vec{\rho}}_i) = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\rho}_i^2$$

For rotasjon av et stivt legeme er

$$\frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\rho}_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$