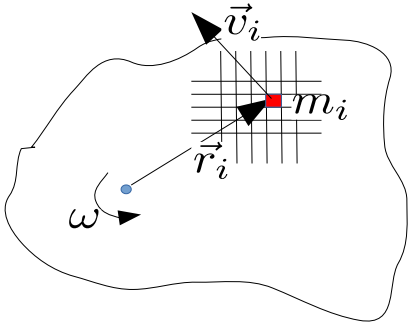
Fys1100 H2026
Uke 11, 2/11

Beskjeder

Tema for uka

- Kraftmoment (AMS 16.1, 16.2)
- Spinn (AMS 16.4 forenklet)

Fra forrige uke: Energi i rotasjonsbevegelse



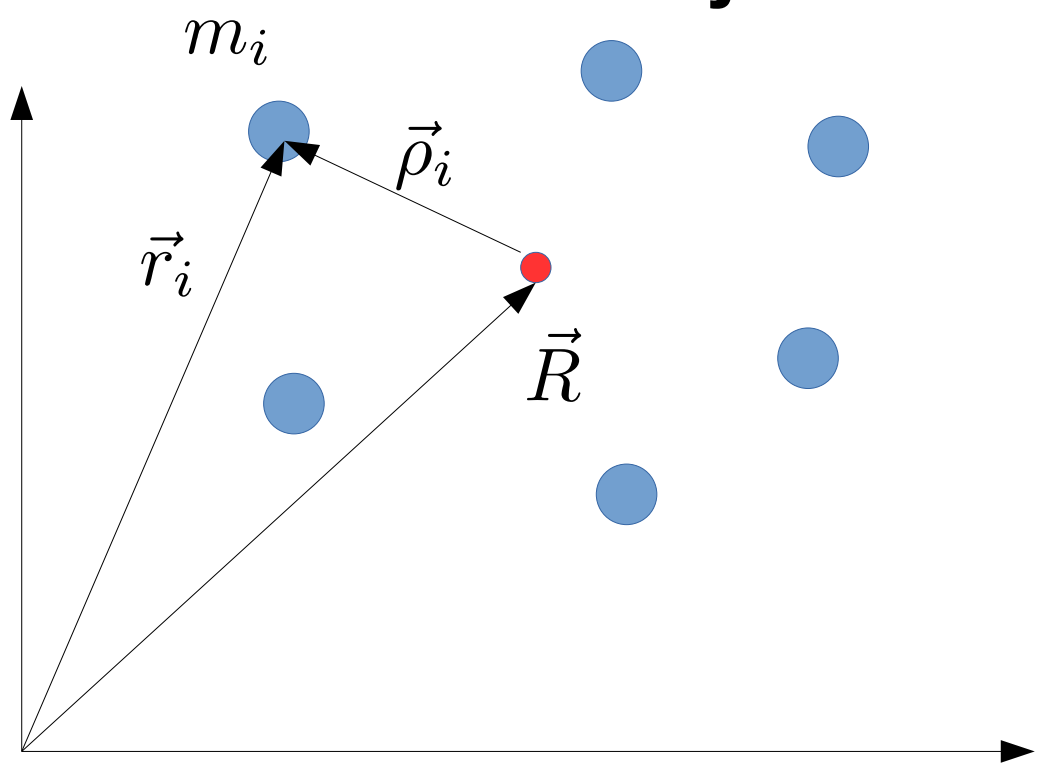
Kinetisk energi til et stivt legeme som roterer om en fast akse

$$K = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Treghetsmoment $$I = \sum_i m_i r_i^2$$

Avhenger av formen til legemet, massefordelingen og rotasjonsaksen.
Avhenger ikke av vinkelfarta.

Rotasjon + translasjon



$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2$$

$$\vec{r}_i = \vec{R} + \vec{\rho}_i$$

$$\dot{\vec{r}}_i = \dot{\vec{R}} + \dot{\vec{\rho}}_i$$

$$\dot{r}_i^2 = \dot{R}^2 + \dot{\rho}_i^2 + 2\dot{\vec{R}} \cdot \dot{\vec{\rho}}_i$$

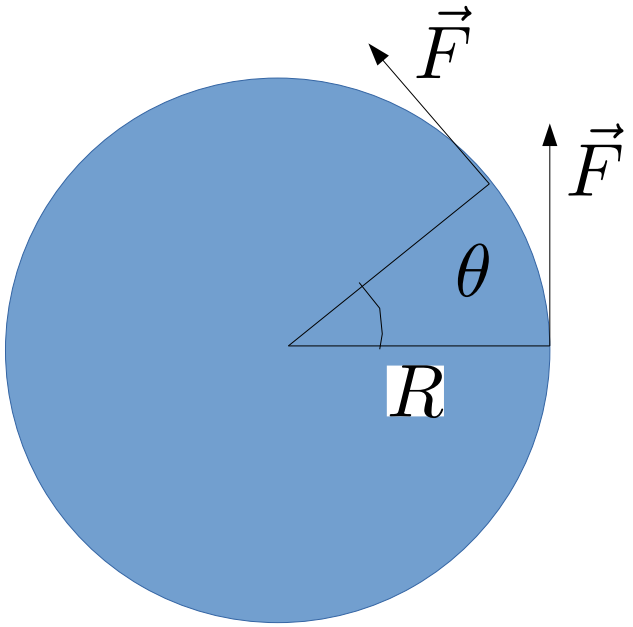
$$K = \frac{1}{2} \sum_i m_i (\dot{R}^2 + \dot{\rho}_i^2 + 2\dot{\vec{R}} \cdot \dot{\vec{\rho}}_i) = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\rho}_i^2$$

For rotasjon av et stivt legeme er

$$\frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\rho}_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

Kraftmoment



Arbeidet gjort av en kraft som får et legeme til å rotere må være lik den kinetiske energien det får

$$W = Fs = FR\theta = K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Deriverer med hensyn på tid

$$FR\frac{d\theta}{dt} = I\omega\frac{d\omega}{dt}$$

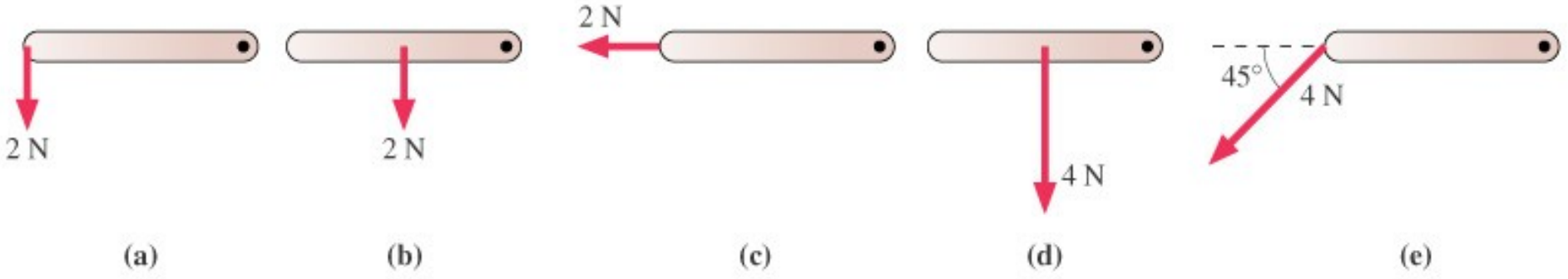
$$FR\omega = I\omega\alpha$$

$$\boxed{\tau = I\alpha}$$

Kraftmoment $\tau = FR$

Kraftmoment

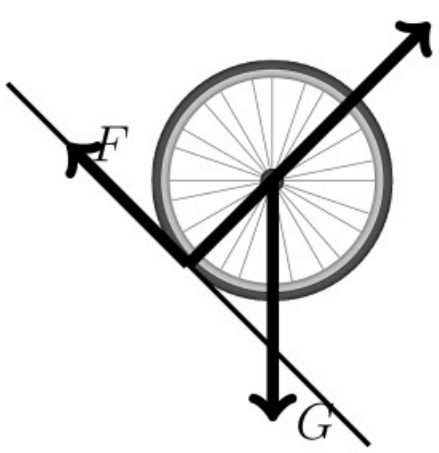
Ranger kraftmomentene



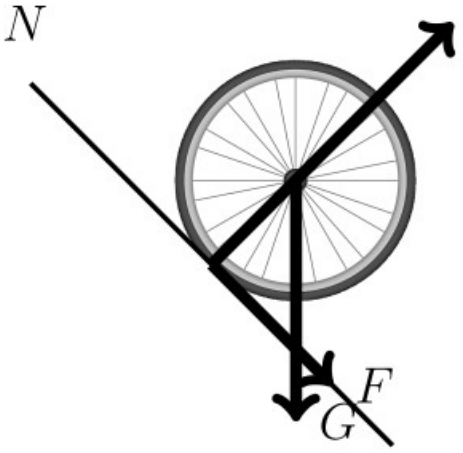
1. $\tau_d > \tau_e > \tau_a = \tau_b > \tau_c$
2. $\tau_e > \tau_a > \tau_d > \tau_b > \tau_c$
3. $\tau_e > \tau_a = \tau_d > \tau_b > \tau_c$
4. $\tau_d = \tau_e > \tau_a = \tau_b = \tau_c$
5. $\tau_d = \tau_e > \tau_a = \tau_b > \tau_c$

Et hjul ruller ned en bakke (mot høyre). Hvilken figur viser best kreftene som virker på hjulet?

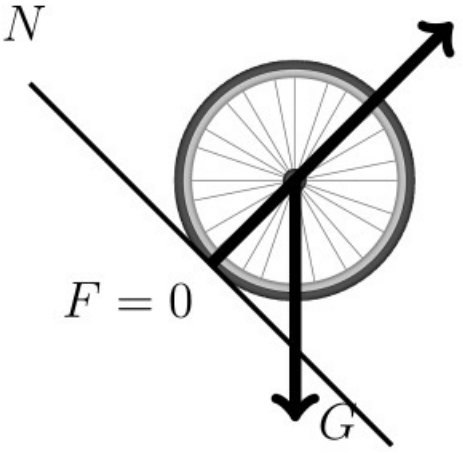
A:



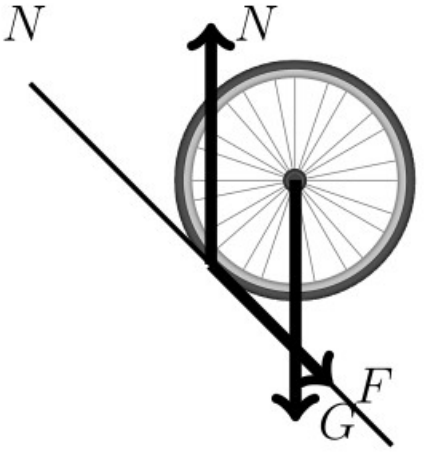
B:



C:

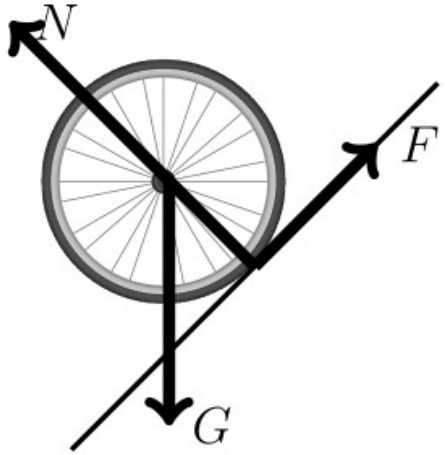


D:

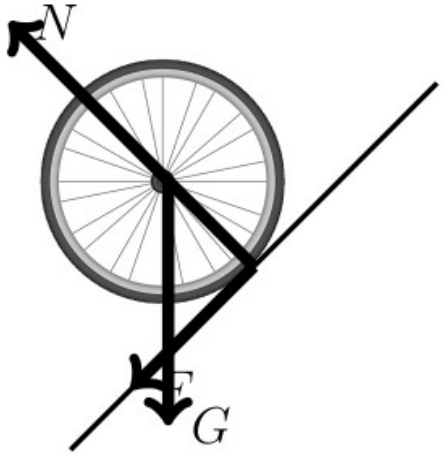


Et hjul ruller opp en bakke (mot høyre). Hvilken figur viser best kreftene som virker på hjulet?

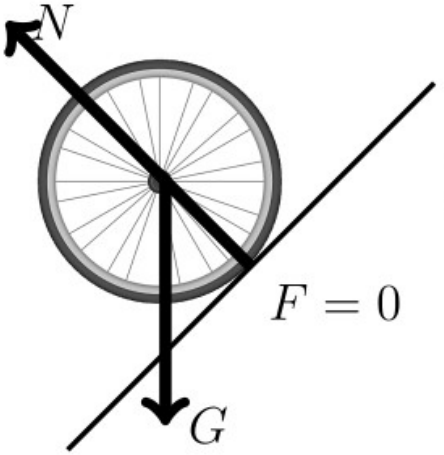
A:



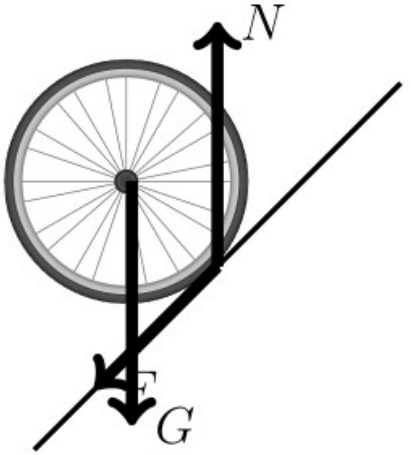
B:



C:



D:



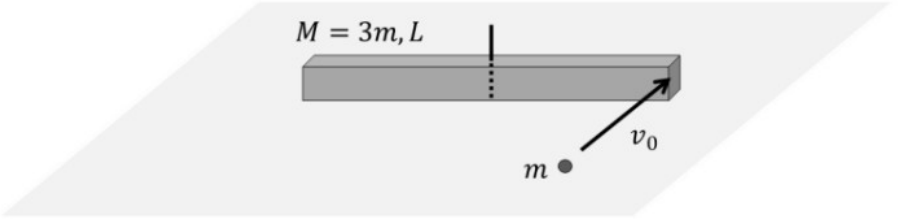
Sammenlikning av lineær- og rotasjonsbevegelse

Lineær bevegelse	Rotasjonsbevegelse
$x(t)$	$\theta(t)$
$v(t) = \frac{dx}{dt}$	$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$
$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
m	I
$K = \frac{1}{2}mv^2$	$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$
F	τ
$F = ma$	$\tau = I\alpha$
$p = mv$	$??$

Sammenlikning av lineær- og rotasjonsbevegelse

Lineær bevegelse	Rotasjonsbevegelse
$x(t)$	$\theta(t)$
$v(t) = \frac{dx}{dt}$	$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$
$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
m	I
$K = \frac{1}{2}mv^2$	$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$
F	τ
$F = ma$	$\tau = I\alpha$
$p = mv$	$L = I\omega$
$F = \frac{dp}{dt}$	$\tau = \frac{dL}{dt}$

En tynn, homogen stang med masse M = 3m og lengde L er festet horisontalt på et bord med en akse som går gjennom massesenteret. Stangen kan rotere fritt om aksen uten friksjon. Treghetsmomentet til stangen som roterer om sitt massesenter er



$$I_S = \frac{1}{12} ML^2$$

Et prosjektil med masse m skytes horisontalt og vinkelrett på stangen. Prosjektilet, som kan anses som et punkt, treffer enden av stangen med hastighet v_0 og fester seg i stangen.

a) Hva er bevart? Driv, energi, spinn?

b) Hva er vinkelfarta til stanga etterpå?