Forelesningsnotater, FYS1100 uke 3

Joakim Bergli

1 Kraftmodeller

Her er en oversikt over de kraftmodellene vi oftest kommer til å bruke

- Gravitasjon ved jordoverflaten. På et legeme med massen m virker krafta (rettet vertikalt nedover)
$$F_G = mg$$
- Oppdrift ("buoyancy"). Et legeme med volum V nedsenket i ei væske med tetthet ρ_V har en oppdrift (rettet vertikalt oppover)
$$F_B = V\rho_V g$$
- Luft/væskemotstand. For et legeme som beveger seg gjennom gass/væske med fart v er motstanden rettet mot bevegelsen og med en størrelse som avhenger av farta. Ofte skiller vi mellom to mulige lover. For lave hastigheter (ikke turbulent strømning) er
$$F_D = k_v v.$$
For høye hastigheter (turbulent strømning) er
$$F_D = Dv^2.$$
Her er k_v og D konstanter som avhenger av legemets størrelse og form.
- Fjærkraft (Hookes lov). For ei fjær med fjærkonstanten k som er strukket (eller komprimert) med en lengde Δx i forhold til likevektslengden er
$$F_k = k\Delta x.$$
Retningen er slik at den prøver å gå tilbake til likevektslengden.
- Friksjon. Vi skiller mellom to typer, statisk og dynamisk friksjon. Statisk friksjon har vi dersom to flater ikke glir mot hverandre, men den ene av en eller annen grunn prøver å gli i forhold til den andre. Friksjonskrafta kan motstå dette opp til en maksimalverdi som er bestemt av normalkrafta N som virker mellom de to flatene.
$$f_s \leq f_{s,max} = \mu_s N,$$
hvor μ_s er den statiske friksjonskoeffisienten. Retningen er betinget av situasjonen. Hvis de to flatene glir i forhold til hverandre har vi dynamisk friksjon og da er friksjonskrafta
$$f_d = \mu_d N.$$
den dynamiske friksjonskraften virker mot (den relative) bevegelsesretningen. Den dynamiske friksjonskoeffisienten μ_d er mindre enn den statiske, $\mu_d < \mu_s$.

2 Ekstra: Luftmotstand og dimensjonsanalyse

For de som er interessert er det her en liten forklaring på de to uttrykkene for luftmotstand. Dette går vi ikke gjennom i timene og er ikke noe dere trenger å vite. Men det er et eksempel på at vi kan bruke dimensjonsanalyse til å organisere forståelsen vår. Det er viktig å huske at dette er en forenklet beskrivelse, og at det i virkeligheten er flere størrelser som påvirker motstanden.

Luftmotstanden $F(v)$ som funksjon av farta v er egentlig en komplisert funksjon som avhenger av formen og detaljer i luftstrømmen rundt legemet. Vi opererer ofte med to forenklede modeller:

- Ved lav hastighet er motstanden lineær i farta, $F = kv$.
- Ved høy hastighet er motstanden kvadratisk i farta, $F = cv^2$.

Her er k og c konstanter med passende enheter.

Dimensjonsanalyse kan hjelpe oss til å forstå de fysiske fenomenene som ligger til grunn for disse lovene. Det er to ulike egenskaper i lufta som skaper motstand

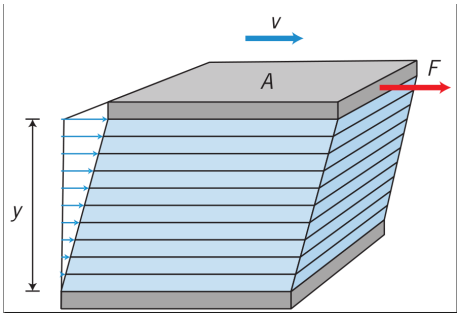
- Molekylene i lufta har en masse, og vi trenger å flytte dem til side for å skape plass til gjenstanden som beveger seg gjennom lufta. Dette betyr at tettheten til lufta har noe å si for motstanden.
- Det er krefter mellom molekylene, som gjør at det kreves en kraft for å bevege en del av lufta i forhold til en annen. Dette er beskrevet av viskositeten til lufta (litt mer om den nedenfor), og derfor påvirker den motstanden.

I tillegg er det klart at motstanden avhenger av størrelsen og formen til legemet som beveger seg. Hvis vi ser på legemer med samme form kan vi beskrive størrelsen med en lengde R (radien til ei kule, siden i et kvadrat etc.). Vi må dermed lage en formel for luftmotstanden $F(v)$ med enheten $[F]$ = N = kgm/s^2 fra disse størrelsene

Tetthet	ρ	$[\rho]$ = kg/m^3
Viskositet	η	$[\eta]$ = kg/ms
Størrelse	R	$[R] =$ m
Fart	v	$[v] =$ m/s

2.1 Lav fart, viskositeten dominerer

Viskositeten sier noe om hvor seig ei væske eller gass er. Vi har væske mellom to plater og trekker den ene med en hastighet v i forhold til den andre som vist på figuren.



Da finner vi at vi må trekke i den øverste plata med en kraft

$$F = \eta A \frac{v}{y}$$

der A er arealet av platene og y er avstanden mellom dem. Proporsjonalitetsfaktoren η kalles viskositeten. Den må da ha enheten

$$[\eta] = \left[\frac{Fy}{Av}\right] = \frac{\text{kg}}{\text{ms}}.$$

Vi finner da at den eneste mulige kombinasjonen som gir en kraft er

$$F(v) \sim \eta v R.$$

For ei kule og lav fart kan likningene som beskriver bevegelsen til væska gis en eksakt løsning, og man finner det fullstendige uttrykket $F = 6\pi\eta R v$ der R er radien til kula. Dette kalles Stokes' formel, og vi ser at det stemmer med vårt uttrykk, men det gir da også en riktig numerisk faktor. I den videre regninga vil vi skrive dette som $F = kv$ med $[k] = \text{kg/s}$.

2.2 Høy fart, tregheten dominerer

Når farta er høy er det viktigste bidraget til motstand tregheten til mediet som må flytte seg bort. Da er det tettheten som blir viktig, og vi ser bort fra viskositeten. Vi finner da at den eneste mulige kombinasjonen er

$$F(v) \sim \rho R^2 v^2.$$

Det er vanlig å skrive dette på formen

$$F = \frac{1}{2}\rho C_d v^2 A$$

der A er tverrsnittsarealet og C_d er et dimensjonsløst tall som varierer med formen på legemet. Vi forenkler dette til $F = cv^2$ med $[c] = \text{kg/m}$.