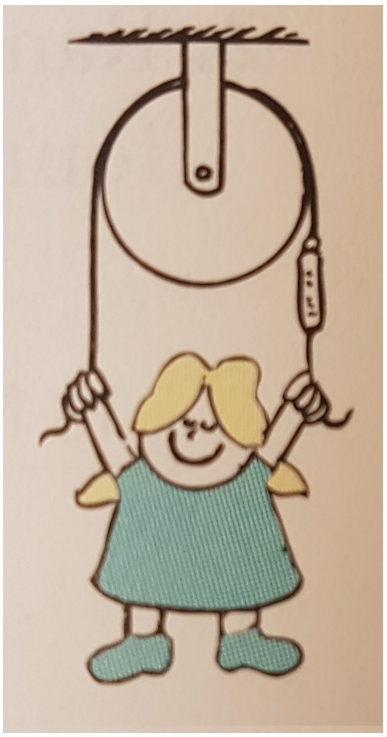
# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

**Midtveiseksamen FYS1100 Mekanikk og modellering, høst 2026**
**Dato:** 9. oktober kl 9:00-12:00 (3 timer)
**Oppgavesettet er på:** 20 flervalgsoppgaver.
**Tillatte hjelpemidler:** Godkjent kalkulator; Rottman: "Matematisk formelsamling"

**Oppgave 1**



Figuren viser en person som henger i ro i et tau som går over ei trinse. På høyre side er det ei vekt satt inn i tauet. Hvis personens vekt er $G$, viser vekta

A. $G/2$

B. $G$

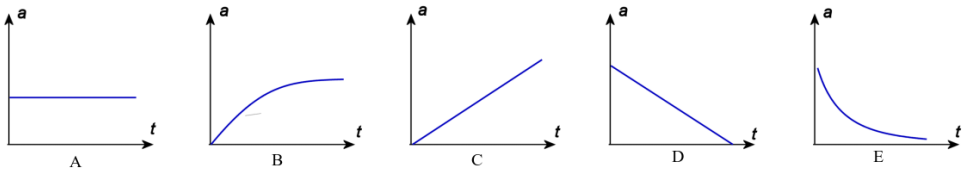
C. $2G$

D. Det avhenger av om hun holder begge armene like høyt opp

**Løsning:** $G/2$

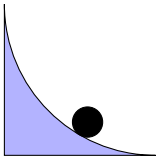
**Oppgave 2**

En ball blir sluppet fra ro og faller nedover. Det er luftmotstand. Hvilken av de følgende grafene viser best ballens akselerasjon som funksjon av tida? Vi har valgt positiv retning nedover.




**Løsning:** Figur E. Akselerasjonen er stor i starten, og går så mot null etter som farta øker og luftmotstanden blir større.

**Oppgave 3**



Ei kule triller nedover banen som vist over. Hvilket utsagn er riktig om farta og baneakselerasjonen som funksjoner av tida?

A. Farta og baneakselerasjonen øker

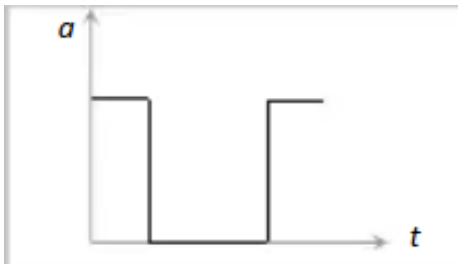
B. Farta øker og baneakselerasjonen avtar

C. Farta avtar og baneakselerasjonen øker

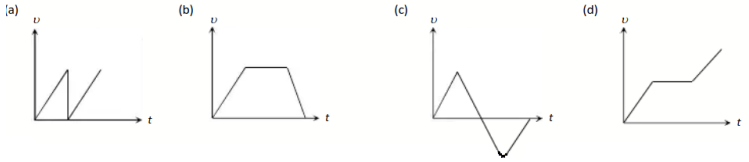
D. Farta øker og baneakselerasjonen er konstant

**Løsning:** Farta øker og baneakselerasjonen avtar

**Oppgave 4**



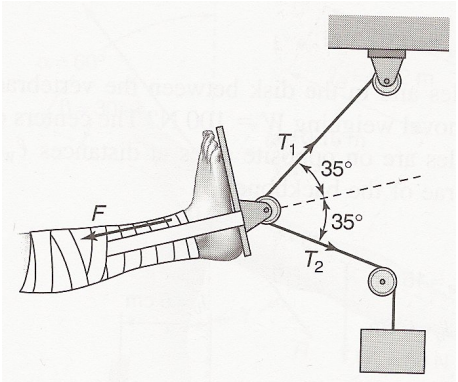

Figuren viser akselerasjon som funksjon av tid for en gjenstand som beveger seg langs ei rett linje. Hvilken graf representerer fart som funksjon av tid for den samme bevegelsen?




**Løsning:** d

### Oppgave 5

Figuren viser hvordan man kan lage strekk i et bein som er skadet. Massen til loddet er 2,2 kg. Hvor stor er strekkrafta $F$ i foten? Snora er masseløs og loddet henger i ro.




A. 35 N

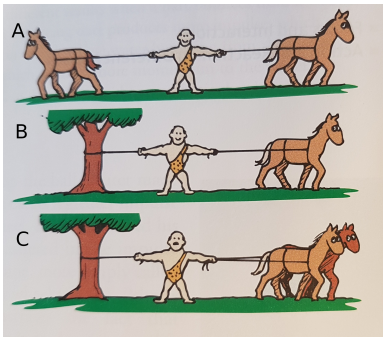
B. 11 N

C. 18 N

D. 25 N

**Løsning:** Snordraget er likt alle steder i snora og likt tyngden til loddet: $T_1 = T_2 = T = G = mg$. Krafta i foten er $F = 2T\cos 35° = 35$ N.

**Oppgave 6**




Denne sterke mannen prøver å holde igjen noen hester. Krafta i mannens armer i de tre tilfellene kaller vi $F_A$, $F_B$ og $F_C$. Alle hestene er like sterke og trekker like hardt. Se bort fra friksjonskrafta mellom mannens føtter og bakken. Da er

A. $F_A = F_B < F_C$

B. $F_B < F_A = F_C$

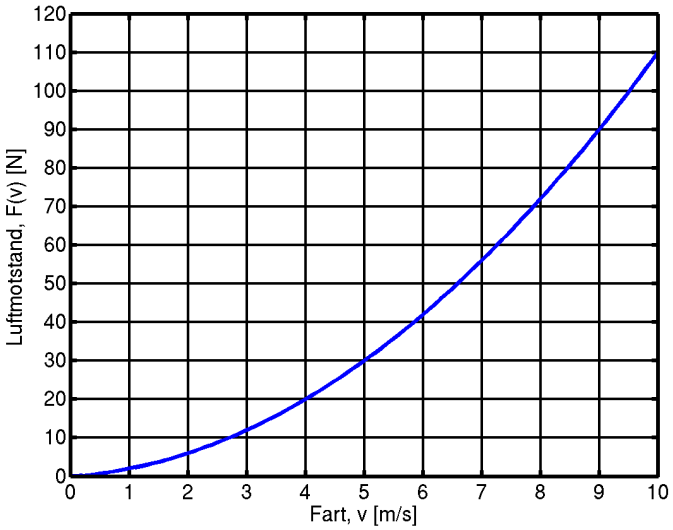
C. $F_B < F_A < F_C$

D. $F_B < F_C < F_A$

**Løsning:** $F_A = F_B < F_C$

**Oppgave 7**

En gjenstand med massen 7,0 kg slippes i luft og faller rett ned. Luftmotstanden som en funksjon av farten er gitt ved grafen under.



Hva er terminalfarta (den konstante farta som gjenstanden får etter å ha falt lenge)?

A. 7,8 m/s

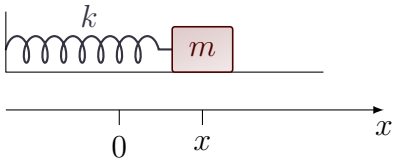
B. 10 m/s

C. 4 m/s

D. 56 m/s

**Løsning:** Tyngden er $G = mg = 68,7$ N. Når terminalfarten er nådd er luftmotstanden $F = G$. Fra grafen kan vi lese av at det svarer til farta $v = 7,8$ m/s.

**Oppgave 8**




Vi har en kloss med massen $m$ som er festet til ei fjær med fjærkonstant $k$. Den andre enden av fjæra er festet i en vegg som ikke kan bevege seg. Klossen glir fram og tilbake på et underlag, og friksjonskonstanten for glidefriksjon er $\mu$. Posisjonen til klossen er beskrevet ved koordinaten $x(t)$, der $x = 0$ svarer til likevektslengden til fjæra. Hvilken differensiallikning beskriver bevegelsen til klossen? Se bort fra luftmotstand. ($\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$).

A. $m\ddot{x} = -kx - \mu mg\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}$

B. $m\ddot{x} = -kx - \mu mg$

C. $m\ddot{x} = -kx + \mu mg$

D. $m\ddot{x} = +kx - \mu mg$

**Løsning:** $m\ddot{x} = -kx - \mu mg\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}$

**Oppgave 9**

Omløpstida for et romskip i sirkelbane rundt et sort hull er (som opplevd av en passasjer i romskipet)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}\sqrt{1 - \frac{3GM}{c^2 r}}$$

der $r$ er radien i banen, $M$ er massen til det sorte hullet, $G$ er gravitasjonskonstanten og $c$ er lysfarta. I stor avstand fra det sorte hullet vil omløpstida da være omtrent

A. $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}(1-\frac{3GM}{2c^2r})$

B. $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}(1+\frac{3GM}{2c^2r})$

C. $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}(1-\frac{3GMr}{2c^2})$

D. $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}(1+\frac{3GMr}{2c^2})$

**Løsning:** Når $r$ er stor blir $x=\frac{3GM}{c^2r}\ll 1$. Den andre kvadratrota i uttrykket er da

$$\sqrt{1-x}\approx 1-\frac{1}{2}x+\cdots$$

der vi har skrevet de første to leddene i Taylorrekka. Setter vi inn for $x$ får vi omløpstida $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}(1-\frac{3GM}{2c^2r})$

**Oppgave 10**

Løsninga til differensiallikninga

$$\frac{dx}{dt}=x^3e^{-t}$$

med initialbetingelsen $x(0)=1$ er

A. $x(t)=\frac{1}{\sqrt{2e^{-t}-1}}$

B. $x(t)=\frac{x^4}{2e^{-t}-1}$

C. $x(t)=1-\frac{1}{4}x^4e^{-t}$

D. $x(t)=1-x^3e^{-t}$

**Løsning:** Dette er en separabel difflikning og vi har

$$\int\frac{dx}{x^3}=\int e^{-t}dt$$

som gir

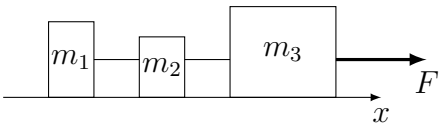
$$-\frac{1}{2x^2}=-e^{-t}+C$$

der $C$ er en integrasjonskonstant som vi finner fra initalbetingelsen

$$-\frac{1}{2}=-e^0+C\qquad\rightarrow\qquad C=\frac{1}{2}$$

Da blir $x(t) = \frac{1}{\sqrt{2e^{-t}-1}}$

**Oppgave 11**




Tre klosser med massene $m_1$, $m_2$ og $m_3$, ligger etter hverandre på et friksjonsløst bord. Klossene er forbundet med masseløse snorer. Vi trekker i den høyre klossen med ei kraft $F$. Summen av kreftene på den midterste klossen er da

A. $\frac{m_2 F}{m_1+m_2+m_3}$

B. $\frac{(m_1+m_2)F}{m_1+m_2+m_3}$

C. $\frac{(m_2+m_3)F}{m_1+m_2+m_3}$

D. $\frac{m_2}{m_3}F - \frac{m_2}{m_1}F$

**Løsning:** Ser vi på alle tre klossene som et legeme med massen $m_1 + m_2 + m_3$ og ytre kraft $F$ får vi at akselerasjonen er

$$a = \frac{mF}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

Summen av kreftene på den midterste klossen er da $\Sigma F = m_2 a = \frac{m_2 F}{m_1+m_2+m_3}$.

**Oppgave 12**

En måne går i sirkulær bane rundt en planet. Radien i banen er 420000 km og omløpstida er 1,77 døgn. Hva er massen til planeten? Gravitasjonskonstanten er $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm$^2$/kg$^2$.

A. $1,88 \cdot 10^{27}$ kg.

B. $5,86 \cdot 10^{26}$ kg.

C. $8,68 \cdot 10^{25}$ kg.

D. $6,32 \cdot 10^{29}$ kg.

**Løsning:** La $M$ være massen til planeten og $r$ raden i banen. Vi setter akselerasjonen fra gravitasjonen lik sentripetalakselerasjonen,

$$G\frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r},$$

og finner banefarta

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Omløpstida er

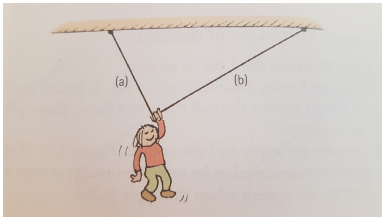
$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{MG}},$$

og vi kan løse for massen

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}.$$

Setter vi inn tall får vi $M = 1,88 \cdot 10^{27}$ kg.

**Oppgave 13**




En person henger i ro i et tau som vist på figuren. Snordraget i venstre del av tauet kaller vi $S_a$ mens det i høyre del kaller vi $S_b$. Horisontalkomponentene av de to kreftene kaller vi $S_{ax}$ og $S_{bx}$ (her mener vi absoluttverdiene av kreftene). Da er

A. $S_{ax} = S_{bx}$ og $S_a > S_b$

B. $S_{ax} < S_{bx}$ og $S_a = S_b$

C. $S_{ax} = S_{bx}$ og $S_a = S_b$

D. $S_{ax} > S_{bx}$ og $S_a > S_b$

**Løsning:** Horisontalkomponentene må være like store for at det ikke skal bli akselerasjon horisontalt (siden de er de eneste horisontale kreftne), så $S_{ax} = S_{bx}$. Siden tau $a$ er mer vertikalt må $S_a > S_b$ for at horisontalkomponentene skal bli like.

**Oppgave 14**

Ei vindmølle har rotorblader med lengde $L$. Vindhastigheten er $v$, luftas massetetthet er $\rho$

Hvilken av formlene under kan beskrive effekten $P$ til vindmølla? I alle formlene er $C$ en dimensjonsløs konstant som avhenger av detaljer i vindmøllas utforming og $g$ er tyngdens akselerasjon.

A. $P = C\rho L^2 v^3$

B. $P = C\rho L^3 v^2$

C. $P = C\rho \frac{L^2}{v^3}$

D. $P = C\rho L^2 (Lg)^{3/2} e^{v/\sqrt{Lg}}$

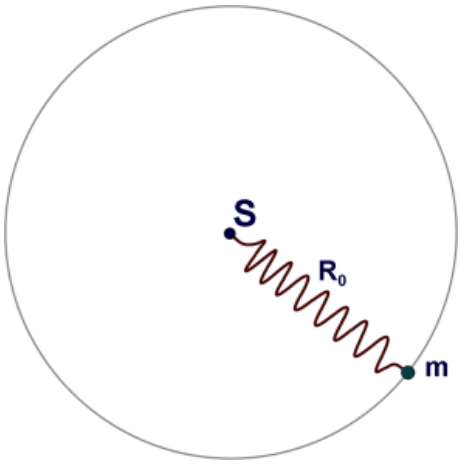
**Løsning:** Dimensjonsanalyse gir at A og D er eneste muligheter for å få effekt i W = J/s. Alternativ D gir $P \neq 0$ for $v = 0$ som ikke kan stemme, og dermed er A riktig. Vi kan også tenke at $g$ ikke påvirker vindmøllas effekt, og dermed ikke kan være med i svaret.

Hvis vi vil ha en mer fysisk forståelse kan vi se på en sylinder av luft foran vindmølla med radius $L$ og lengde $vt$. Lufta i denne sylinderen er den som vil passere vindmølla i løpet av tida $t$. Massen til lufta her er $\pi L^2 vt\rho$, og siden den beveger seg med fart $v$ har den kinetisk energi

$$K = \frac{1}{2}\pi L^2 vt\rho v^2 \propto \rho L^2 v^3 t$$

Hvis vi tenker at vindmølla klarer å om danne en viss andel av denne energien til elektrisk energi (og andelen er uavhengig av $v$) blir effekten $P = C\rho L^2 v^3$ for en diemnsjonsløs konstant $C$.

**Oppgave 15**




Ei lita kule med massen $m$ er festet i den ene enden av ei masseløs fjær med fjærstivheten $k$ og ubelastet lengde $R_0$. Den andre enden av fjæra er festet i et punkt S på et horisontalt glatt underlag slik at fjæra og kula kan rotere fritt i horisontalplanet. Fjæra med kula settes i rotasjon om S med vinkelfart $\omega$ (radianer per sekund). Kulas baneradius $R$ er da

A: $R = \frac{kR_0}{k - m\omega^2}$

B: $R = \frac{kR_0}{k + m\omega^2}$

C: $R = \frac{m\omega^2 R_0}{k - m\omega^2}$

D: $R = \frac{m\omega^2 R_0}{k+m\omega^2}$

**Løsning:** Fjærkrafta er $k(R - R_0)$ og den må være det som skaper sentripetalakselerasjonen $v^2/R = R\omega^2$. Da er

$$mR\omega^2 = k(R - R_0)$$

som vi løser og finner

$$R = \frac{kR_0}{k - m\omega^2}.$$

**Oppgave 16**

Et lodd med massen $m$ henger i ei snor med lengden $r$. Du gir loddet en horisontal fart $v_0$ slik at det begynner å bevege seg langs en vertikal sirkelbane. Hva er den minste størrelsen $v_0$ kan ha for at loddet følger hele sirkelbanen rundt? Se bort fra luftmotstand.

A: $\sqrt{gr}$

B: $\sqrt{2gr}$

C: $\sqrt{3gr}$

D: $\sqrt{4gr}$

E: $\sqrt{5gr}$

**Løsning:** Energibevaring gir

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg2r$$

og dermed

$$v^2 = v_0^2 - 4gr$$

Farta er akkurat stor nok når snordraget er null på toppen, og det betyr at tyngden er lik sentrifugalkrafta, det vil si $mv^2/r = mg$. Dermed har vi

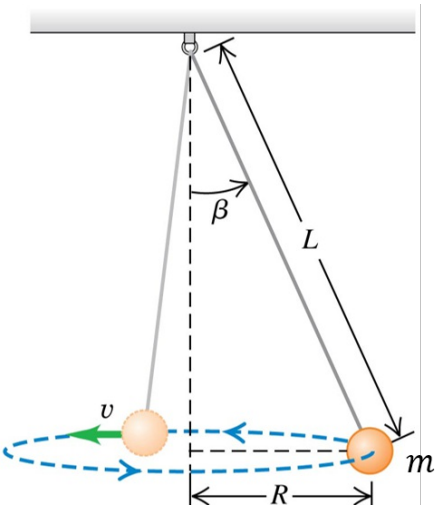
$$v_0^2 - 4gr = gr$$

eller

$$v_0 = \sqrt{5gr}.$$

**Oppgave 17**

Ei kule med masse $m$ er knyttet til ei masseløs snor av lengde $L$ som er festet i taket. Kula beveger seg med konstant fart $v$ på en horisontal sirkelbane med radius $R$, og snora har en konstant vinkel $\beta$ i forhold til vertikalen (konisk pendel, se figur). I forhold til kulas vekt er snordraget $T$:




A: $T < mg$

B: $T = mg$

C: $T > mg$

D: Alt er mulig, avhengig av farten til kula.

**Løsning:** Vertikalkomponenten av snordraget må være lik tyngden. Da må $T > mg$.

**Oppgave 18**

En bil starter i ro og akselererer en viss tid med konstant akeslerasjon $a_1$. Umiddelbart etterpå bremser den opp med en akselerasjon $-a_2$ (der $a_2 > 0$). En tid $T$ etter at den startet er farta igjen 0. Hva er den største farta bilen hadde i løpet av denne tida?

A. $\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1+a_2}T$

B. $\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1 a_2}T$

C. $\frac{a_1+a_2}{a_1 a_2}T$

D. $\frac{a_1 a_2}{a_1+a_2}T$

**Løsning:** Under akselerasjonen er $v = a_1 t$. La $t_1$ være tida da akselerasjonen skifter til $-a_2$. Farta etter det er $v = a_1 t_1 - a_2(t - t_1)$. Denne skal være 0 for $t = T$, og dermed må

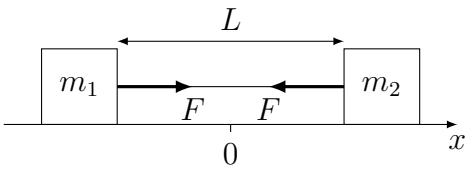
$$t_1 = \frac{a_2 T}{a_1 + a_2}.$$

Den største farta er da

$$a_1 t_1 = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} T.$$

Istedenfor å regne ut kunne vi brukt dimensjonsanalyse for å utelukke alternativene B oc C. Hvis vi ser på spesialtilfellet $a_1 = 0$ og $a_2 \neq 0$ må vi ha at $t_1 = T$ fordi bilen står stille helt til den begynner å "bremse" (akselerere bakover). Det betyr at største farta er 0, som ikke stemmer med A, og dermed er D riktig.

**Oppgave 19**




To personer (her representert ved kvadrater) står i ro i avstand $L$ fra hverandre på et friksjonsløst plan. De har et tau mellom seg, og begge drar i tauet til de møtes. I hvilken posisjon møtes de?

A. $x = \frac{L}{2}\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}$

B. $x = \frac{L}{2}\frac{m_2 m_1}{m_2 + m_1}$

C. $x = 0$

D. $x = \frac{L}{2}\frac{m_1}{m_2 + m_1}$

**Løsning:** Posisjonen til den venstre personen er

$$x_1(t) = -\frac{L}{2} + \frac{F}{2m_1} t^2$$

og posisjonen til den høyre

$$x_2(t) = \frac{L}{2} - \frac{F}{2m_2} t^2.$$

De møtes ved tida $t_m$ der $x_1(t_m) = x_2(t_m)$ som gir

$$t_m^2 = \frac{2L}{F} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

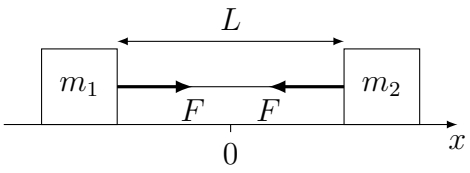
Vi finner posisjonen der de møtes ved å sette denne tida inn i en av funksjonene over

$$x_1(t_m) = -\frac{L}{2} + \frac{F}{2m_1}t_m^2 = \frac{L}{2}\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}.$$

Seinere kommer vi til å lære at massesenteret (tyngdepunktet) ikke kommer til å bevege seg fordi det ikke er noen ytre krefter som virker horisontalt. De må derfor møtes der massesenteret ligger i starten, som gir samme resultat.

Vi kan også velge rett alternativ ved å se på spesialtilfellet $m_2 \ll m_1$ vet vi at den venstre personen nesten ikke flytter seg mens den høyre kommer til å trekkes lett mot den venstre. Da må de møtes nesten ved $x = -L/2$, og dette er det bare alternativ A som gir. Vi kan også bruke dimensjonsanalyse til å eliminere alternativ B.

**Oppgave 20**




To personer (her representert ved kvadrater) står i ro i avstand $L$ fra hverandre på et horisontalt underlag. Det kinetiske friksjonstallet mellom personene og underlaget er $\mu$. De har et tau mellom seg, og begge drar i tauet til de møtes. I hvilken posisjon møtes de? Anta at krafta $F$ i tauet hele tida er så stor at begge personene glir mot underlaget.

A. $x = \frac{L}{2}\frac{(m_2-m_1)F}{(m_2+m_1)F-2\mu g m_1 m_2}$

B. $x = \frac{L}{2}\frac{m_2 m_1 F}{(m_2+m_1)F-2\mu g m_1 m_2}$

C. $x = 0$

D. $x = \frac{L}{2}\frac{(m_2-m_1)F}{(m_2-m_1)F+2\mu g m_1 m_2}$

**Løsning:** La $R_i = \mu m_i g$ være absoluttverdiene til friksjonskreftene på de to personene. Da er posisjonen til den venstre personen

$$x_1(t) = -\frac{L}{2} + \frac{1}{2}a_1 t^2$$

og posisjonen til den høyre

$$x_2(t) = \frac{L}{2} - \frac{1}{2}a_2 t^2,$$

der $a_i = \frac{F-R_i}{m_1}$ er akselerasjonene til de to personene. De møtes ved tida $t_m$ der $x_1(t_m) = x_2(t_m)$ som gir

$$t_m^2 = \frac{2L}{a_1 + a_2}.$$

Posisjonen er da

$$x_1(t_m) = -\frac{L}{2} + \frac{1}{2}\frac{2L}{a_1 + a_2} = \frac{L}{2}\frac{(m_2 - m_1)F}{(m_2 + m_1)F - 2\mu g m_1 m_2}.$$

Vi kan også eliminere B ved dimensjonsanalyse, og C kan ikke være riktig hvis $m_1 \neq m_2$. Hvis vi setter $\mu = 0$ må vi få tilbake svaret på forrige oppgave, og dermed er A riktig.