Diskusjonsoppgaver uke 7

Diskusjonsoppgaver i gruppetimen for smågrupper (3-4 personer).

D7.1 Ulike typer differensiallikninger

For å løse en difflikning må vi oftest først kjene igjen hvilken type den er, og så bruke metoden som virker for den typen. Søk på nett og lag en oversikt over ulike typer. Prøv å finne ut hva som er kjennetegn på disse typene: 1., 2., 3., .. orden. Lineær/ikke lineær. Konstante/ikke-konstante koeffisienter. Homogen/inhomogen. Separabel. Ordinær/partiell (dette er ikke så relevant for oss, alle likningene vi har i FYS1100 er ordinære).

Løsning:

- **Ordenen** til en difflikning er den høyeste ordens deriverte som inngår.
- **Lineære likninger** har bare ledd som er lineære i den ukjente funksjonen eller dens deriverte. **Ikke-lineære** likninger har minst ett ledd som har funksjonen eller en av dens deriverte i en potens forskjellig fra 1. Eller ledd med produkt av funksjonen eller en derivert med en annen derivert.
- En lineær likning kan skrives generelt på formen

  $$a_n(t)\frac{d^n x}{dt^n} + \cdots + a_1(t)\frac{dx}{dt} + a_0(t)x = f(t)$$

  Dersom alle koeffisientene $a_i(t)$ er konstanter sier vi at likninga har **konstante koeffisienter**. Hvis minst en av $a_i(t)$ er en funksjon av tida har likninga **ikke-konstante koseffisienter**.
- En lineær likning kan skrives generelt på formen

  $$a_n(t)\frac{d^n x}{dt^n} + \cdots + a_1(t)\frac{dx}{dt} + a_0(t)x = f(t)$$

  Dersom $f(t) = 0$ er likninga **homogen**, mens hvis $f(t) \neq 0$ er likninga **inhomogen**.
- Likninga er **separabel** hvis den kan skrives på formen

  $$q(x)\frac{dx}{dt} = p(t),$$

  der $q(x)$ og $p(t)$ er vilkårlige funksjoner.
- I en **ordinær** likning er den ukjente funksjonen en funksjon av en variabel. I en **partiell** likning er den ukjente funksjonen en funksjon av flere variable, og det forekommer ledd med deriverte med hensyn på ulike variable (partielle deriverte).

D7.2 Kloss i fjær

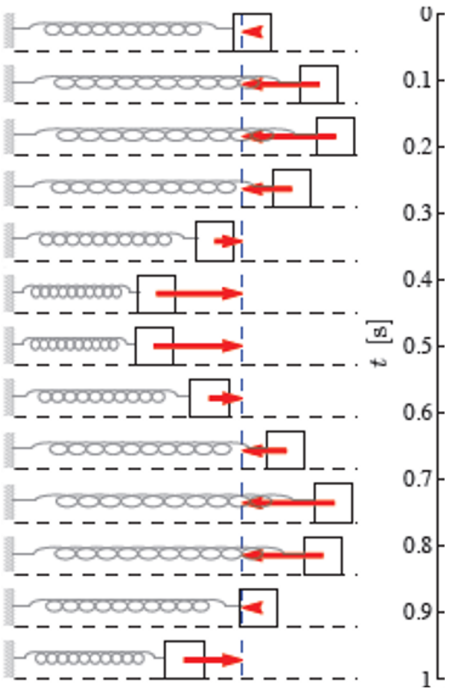
En kloss er festet i ei fjær som igjen er festet i en vegg, og klossen svinger fram og tilbake i horisontal retning (se figur, hvor den røde pila indikerer fjærkraften). Det er ingen friksjon og vi ser bort fra luftmotstand. Diskutér følgende påstander: hvilke er riktige og hvilke er feil? Hvorfor?

a) For å øke svingefrekvensen til klossen, trenger vi en større fjærkonstant.

b) For å øke svingefrekvensen til klossen, trenger vi en mindre fjærkonstant.

c) For å minke svingefrekvensen til klossen, trenger vi en kloss med større masse.

d) For å minke svingefrekvensen til klossen, trenger vi en kloss med mindre masse.



Løsning: Svingefrekvensen (egenfrekvensen) til et system av en kloss og ei fjær er gitt ved

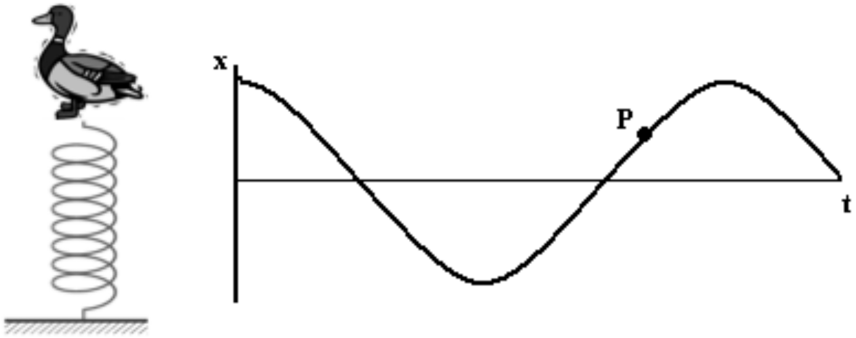
$$f_e = \frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},$$

hvor k er fjærkonstanten og m er massen til klossen. Dvs. at en større k gir en raskere svingefrekvens og motsatt gir en mindre k en mindre svingefrekvens. Fra samme uttrykk ser vi at en større masse gir en lavere svingefrekvens. Dermed er påstand a) og c) riktige, og b) og d) er feil.

D7.3 Stokkand

Ei stokkand spretter opp og ned på vannoverflaten på Sognsvann. Vi modellerer dette på typisk fysikervis ved å late som at anda sitter på toppen av ei fjær som oscillerer (se figur). Hvis vi lager en graf av andas posisjon x som funksjon av tiden t får vi et plott som skissert i figuren (en sinus-kurve). Hvilken av de følgende påstandene beskriver andas bevegelse i punktet P?

1) Positiv hastighet og positiv akselerasjon
2) Positiv hastighet og negativ akselerasjon
3) Positiv hastighet og null akselerasjon
4) Negativ hastighet og positiv akselerasjon
5) Negativ hastighet og negativ akselerasjon
6) Negativ hastighet og null akselerasjon
7) Null hastighet og positiv akselerasjon
8) Null hastighet og negativ akselerasjon
9) Null hastighet og null akselerasjon



Løsning: Hastighet er lik endring i posisjon per tidsintervall. Stigningstallet til kurven i punkt P er positivt, altså er hastigheten positiv. Hva med akselerasjonen? Akselerasjon er endring i hastighet per tidsintervall. Vi ser at hvis vi legger tangenter i en posisjon før P og i en posisjon etter P, så er tangenten før P brattere enn i P, og tangenten etter P er flatere enn i P. Det betyr at endring i hastighet er negativ (selv om hastigheten selv fortsatt er positiv!), og akselerasjonen er dermed negativ.

D7.4 Stokkand 2

For de påstandene i forrige oppgave som *ikke* beskriver andas bevegelse i P: er det noen andre steder på grafen som disse påstandene er riktige for?

Løsning: Se figur, punktene er funnet med samme argumentasjon som i forrige oppgave.

