# Diskusjonsoppgaver uke 8

Diskusjonsoppgaver i gruppetimen for smågrupper (3-4 personer).

### D8.1 Numerisk vs Analytisk

Hva er styrkene til numerisk integrasjon sammenlignet med analytisk integrasjon? Hva er svakhetene?

**Løsning:**

- Styrker: Man kan håndtere funksjoner (gitt at de er definert på intervallet,) som er vanskelige eller umulige å integrere analytisk, og dersom man har en ferdig algoritme går det betydelig raskere enn om man skulle gjort mange linjer med algebra.
- Svakheter: Kan ta tid, dersom man vil ha et nøyaktig resultat. Innebærer jo tilnærminger, så det er alltid en risiko for avrundingsfeil. Man vil derfor sjeldent kunne få et 100% eksakt svar. Vi finner bare en tallverdi, ikke et analytisk uttrykk.

### D8.2 Steglengder

Diskuter følgende utsagn.

a) For en liten nok steglengde $dx$ så kan alle funksjoner bli nøyaktig numerisk integrert på et vilkårlig intervall.

**Løsning:** Funksjonen må være definert på intervallet, dvs ikke inneholder singulariteter. Numerisk integrasjon kan gi avrundingsfeil, så resultatet er ikke nødvendigvis eksakt. Samtidig vil en passende steglengde kunne gi relativt nøyaktige svar.

b) Når man integrerer numerisk kan man neglisjere de numeriske feilene, siden de er små.

**Løsning:** For passende steglengder som minimerer feilen så kan man ofte neglisjere de numeriske feilene, men man kan ikke alltid gjøre det for enhver steglengde. Så svaret er nei.

c) Den numeriske flyttallsfeilen vil alltid dominere trunkeringsfeilen.

**Løsning:** Dette kommer veldig an på steglengde. For store steglengder så pleier trunkeringsfeilen å dominere den numeriske, slik vi så i seminaret, men for veldig små steglengder så minimeres trunkeringsfeilen, men flyttallsfeilen blir større.

d) Den numeriske deriverte som vist i likninga

$$f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

er eksakt når $f(x)$ er lineær.

**Løsning:** Den analytisk deriverte til en lineær funksjon er alltid vekstfarten, og den numerisk deriverte finner tangenten i det punktet man deriverer, som også er lik vekstfarten. Ettersom vekstfarten til tangenten i det punktet blir lik vekstfarten til hele $f(x)$ så vil man få at den numerisk deriverte blir lik den analytisk deriverte og derfor eksakt. Samtidig vil veldig mange steg i beregningen gi avrundingsfeil som kan hope seg opp. Derfor vil numerisk derivasjon av lineære funksjoner faktisk være mer nøyaktige med størst mulig steglengde.

### D8.3 Glass i gulvet

Du mister et glass og det faller ned på gulvet. Hvorfor er det mer sannsynlig at glasset knuser på betonggulv enn på tregulv?

**Løsning:** Betong er hardere enn tre. Kollisjonen med betongen tar derfor mindre tid. Endringen i drivet (impulsen) er den samme, men for et kortere tidsintervall kreves det en større kraft, som gjør det mer sannsynlig at glasset blir knust.

### D8.4 Eplet faller

Et eple faller fra et tre. Vi ser bort fra luftmotstanden. Mens eplet faller, hvilke påstander er riktig? Begrunn!

a) Drivet til eplet er bevart.

b) Den mekaniske energien til eplet er bevart.

c) Den kinetiske energien til eplet er bevart.

**Løsning:** (a) Feil. Mens eplet faller øker hastigheten og dermed drivet på grunn av gravitasjonskraften som virker. (b) Riktig. Uten luftmotstand er det bare gravitasjon som virker. Gravitasjon er en konservativ kraft, og den mekaniske energien er bevart. Potensiell energi fra gravitasjon gjøres om til

kinetisk energi. (c) Feil. Gravitasjonskraften gjør positivt arbeid på eplet og den kinetiske energien øker.

### D8.5 Snøballer

To snøballer kolliderer og henger sammen etter kollisjonen. Hvilke påstander om kollisjonsprosessen er riktige? Begrunn!

a) Driv er bevart.

b) Mekanisk energi er bevart.

c) Kinetisk energi er bevart.

**Løsning:** (a) Riktig. Ytre krefter spiller ingen rolle i kollisjonsprosessen. Derfor er drivet bevart. (b) Feil. Under kollisjonen opstår ikke-konservatitive krefter mellom snøballene. Arbeidet som disse kreftene gjør, konverterer kinetisk energi i termisk og/eller deformasjonsenergi. (c) Feil. Siden snøballene henger sammen etterpå må kollisjonen være uelastisk, og kinetisk energi er ikke bevart.