Oppgavesett uke 3

"Test deg selv"-oppgaver

Disse oppgavene er fine å gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen. Om du har spørsmål til disse oppgavene, ta dem gjerne opp på snublegruppa.

Tor Ole Odden har også laget programmeringsoppgaver ved hjelp av nettsiden Trinket.io, se "Uke 3: Newtons lover". Disse anbefaler vi at dere jobber med hjemme før gruppetimen.

TDS 3.1 Uten friksjon og luftmotstand

En klump tørris sklir friksjonsfritt bortover en horisontal laboratoriebenk. Klumpen sklir over kanten ved tiden $t_0 = 0.0$ s med hastighet i horisontalretning $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{\mathbf{i}}$, med $v_{0x} = 1.1$ m/s. Klumpen treffer bakken etter en tid $t_1 = 0.48$ s. Vi ser bort fra luftmotstand.

a) Hvor høy er laboratoriebenken?

Løsning: Siden det ikke er friksjon og vi ser bort fra luftmotstand, er den eneste kraften som virker på klumpen gravitasjon. Klumpen beveger seg derfor med konstant hastighet i horisontal retning, og med konstant akselerasjon i vertikal retning. Vi kaller høyden til lab-benken y_0, og legger null-nivå på bakken ($y = 0$ m ved $t_1 = 0.48$ s). Fra bevegelsesligningen i vertikal retning (med positiv retning opp) finner vi:

$$y = y_0 + v_{0y}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}gt_1^2 = 1.13 \text{ m}.$$

Benken er altså 1.1 meter høy.

b) I hvilken horisontal avstand fra benken treffer klumpen bakken?

Løsning: Hastigheten til klumpen er konstant i x-retning, vi definerer kanten på benken som $x_0 = 0.0$ m og får:

$$x(t_1) = x_0 + v_{0x}t_1 = 0.53 \text{ m}.$$

Klumpen lander da 0.53 m fra kanten på benken i horisontal retning.

c) Finn størrelse og retning til hastighetsvektoren rett før tørrisklumpen treffer bakken.

Løsning: Vi finner størrelsen på x- og y-komponentene for å regne ut farten, og for å finne retningen til hastighetsvektor ved $t_1 = 0.48$ s.

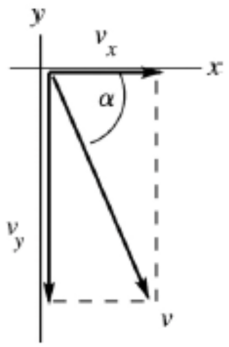
$$v_x = v_{0x} = 1.1 \text{ m/s}.$$

$$v_y = v_{0y} - gt_1 = -4.7 \text{ m/s}.$$

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = 4.8 \text{ m/s}.$$

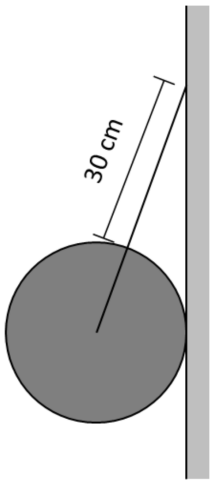
Vi definerer en vinkel α mellom horisontalen og hastighetsvektor som vist i figuren, da får vi:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = -77°.$$



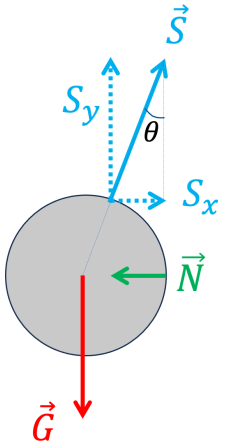
TDS 3.2 Kule i snor

Ei homogen kule med masse $m = 45.0$ kg og radius $R = 22.0$ cm er festet i en vegg med ei masseløs snor som vist i figuren. Kula henger i ro og det er ikke friksjon mellom kula og veggen. Snora er festet på kanten av kula og har lengde 30.0 cm.



a) Tegn et frilegemediagram for kula.

Løsning: Se figur. $\vec{S}$: snordrag; $\vec{N}$: normalkraft fra veggen på kula; $\vec{G}$: tyngdekraft fra Jorda på kula. Merk at vi her også har tegnet inn komponentene til snordraget. Det trengs egentlig ikke i et frilegemediagram, men her har vi gjort det siden vi bruker disse komponentene seinere i oppgaven.



b) Finn størrelsen på snordraget.

Løsning: Vi finner først vinkelen θ mellom snora og veggen. Det kan vi gjøre ved hjelp av radien til kula og lengden til snora, total-lengde (hypotenus) $l = R + 30\text{ cm} = 52\text{ cm}$. Så kan vi bruke at

$$\sin\theta = \frac{r}{l} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{22}{52}\right) = 0.4368\text{ rad} = 25.0^\circ.$$

Siden kula er i ro, har vi at summen av kreftene er null (Newtons 1. lov). Hvis vi ser på kreftene i y-retning gir det oss:

$$S_y - mg = 0 \Rightarrow S_y = mg.$$

Da får vi:

$$S_y = S\cos\theta \Rightarrow S = \frac{S_y}{\cos\theta} = \frac{mg}{\cos\theta} = 487\text{ N}.$$

c) Hva er størrelsen til normalkraften fra veggen på kula?

Løsning: Siden kula henger i ro, bruker vi igjen Newtons 1.lov, nå i x-retning:

$$S_x - N = 0 \Rightarrow S_x = N,$$

$$N = S\sin\theta = 206\text{ N}.$$

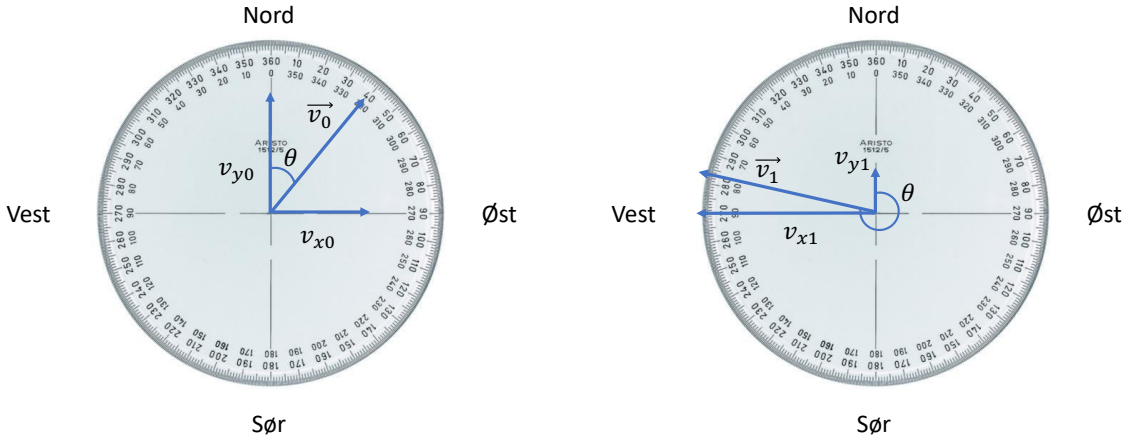
TDS 3.3 Jetfly

Et jetfly flyr ved en konstant høyde. Hastighetskomponentene ved tiden $t_0 = 0.00$ s er $v_{x0} = 90.0$ m/s og $v_{y0} = 110$ m/s. Etter en tid $t_1 = 30.0$ sekunder så er hastighetskomponentene $v_{x1} = -170.0$ m/s og $v_{y1} = 40.0$ m/s.

a) Hvis vi definerer x-aksen i retning øst og y-aksen i retning nord, hva viser kompasset (i grader) ved tid t_0 og tid t_1? Se figur av skiven til et kompass.



Løsning: Se figur av hvordan vinkelen er definert.



Vi har for $t_0 = 0.00$ s:

$$\tan\theta = \frac{v_x}{v_y} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_x}{v_y}\right).$$

For $t_0 = 0.00$ s får vi:

$$\theta(t_0) = \tan^{-1}\left(\frac{90.0}{110}\right) = 39.3^\circ.$$

For $t_1 = 30.0$ s kan vi f.eks. regne vi ut den lille vinkelen mellom v_{x1} og $\vec{v}_1$, og legge til 270°:

$$\tan\theta = \frac{v_x}{v_y} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_x}{v_y}\right).$$

$$\theta(t_1) = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) + 270^\circ = \tan^{-1}\left(\frac{40.0}{170}\right) + 270^\circ = 13.2^\circ + 270^\circ = 283^\circ.$$

b) Finn komponentene til gjennomsnittsakselerasjonen i tidsintervallet mellom t_0 og t_1.

Løsning: Vi bruker definisjonen på gjennomsnittsakselerasjon og får:

$$\bar{a}_x = \frac{v_x(t_1) - v_x(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{-170 \text{ m/s} - 90 \text{ m/s}}{30 \text{ s}} = -8.67 \text{ m/s}^2.$$

$$\bar{a}_y = \frac{v_y(t_1) - v_y(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{40 \text{ m/s} - 110 \text{ m/s}}{30 \text{ s}} = -2.33 \text{ m/s}^2.$$

c) Finn størrelsen og retningen til gjennomsnittsakselerasjonen.

Løsning: Størrelsen:

$$\bar{a} = \sqrt{\bar{a}_x^2 + \bar{a}_y^2} = 8.98 \text{ m/s}^2.$$

Akselerasjonsvektoren peker i retning sør-vest. Vinkelen α relativt til retning sør er:

$$\tan\alpha = \frac{\bar{a}_x}{\bar{a}_y} \Rightarrow \alpha = 75.0^\circ.$$

Kompasset viser da

$$\theta = \alpha + 180^\circ = 255^\circ.$$

Øvingsoppgaver

Disse oppgavene kommer vi til å jobbe med i øvingstimene. Men det er nok ofte mer å gjøre enn du rekker i timen, så det kan være lurt å forberede seg ved å se på dem på forhånd slik at du kan spørre om det som du ikke får til.

G 3.1 Varmluftballong

Du reiser i en varmluftsballong som har en konstant oppdriftskraft B. Hele systemet har masse m_0. Siden du har mye bagasje, beveger ballongen seg nedover med konstant akselerasjon $g/3$.

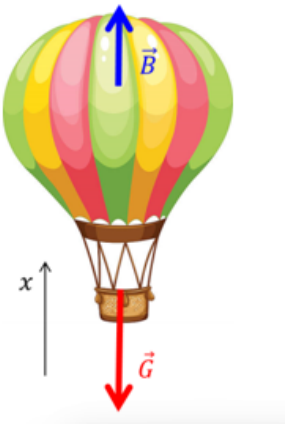
a) Tegn et frilegemediagram for ballongen som synker ned.

b) Hvor stor er oppdriftskraften B, uttrykt ved $m_0 g$.

c) Hvor mye bagasje må du kaste for å stige med $a = g/2$?

Løsning:

a) Se figur.



b) Vi bruker N2L

$$B - m_0 g = m_0 a = -m_0 \frac{g}{3}$$

$$\Rightarrow B = m_0 g(1 - \frac{1}{3}) = \frac{2}{3} m_0 g$$

c) Etter å ha kastet bagasjen er massen til hele systemet m_1.

$$B - m_1 g = m_1 a = m_1 \frac{g}{2}$$

Setter vi dette inn i resultatet fra b) får vi at

$$\frac{2}{3} m_0 g = \frac{3}{2} m_1 g$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{4}{9} m_0$$

Massen til hele systemet må være $4/9$ av den opprinnelige massen m_0 for å stige med $a = g/2$. Derfor må du kaste bagasje som tilsvarer $\frac{5}{9} m_0$.

G 3.2 Mann i heis

En mann på 70,0 kg står på en vekt i en heis som beveger seg oppover. Snordraget er $T = 8260$ N. Den totale massen av heis, mann og vekt er 700 kg. Hvilken verdi avleser mannen på vekten (i kg)?

Løsning: Vi finner akselerasjonen til heisen ved bruk av Newtons andre lov:

$$\sum F = T - Mg = Ma$$

$$a = \frac{T}{M} - g = \frac{8260\,\text{N}}{700\,\text{kg}} - 9.81\,\text{m/s}^2 = 2\,\text{m/s}^2$$

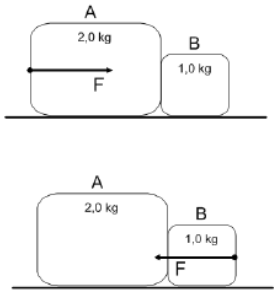
Nå ser vi på bevegelsen til mannen. Det virker gravitasjon og en normalkraft fra vekten, Newtons andre lov gir

$$\sum F = N - mg = ma$$

$$N = m(a+g) = 70\,\text{kg} \cdot 11.81\,\text{m/s}^2 = 826.7\,\text{N}$$

Vekten er kalibrert til å vise mannen uten akselerasjon, dvs for $N = mg$. Vekten viser da $m = \frac{N}{g} = 84.3$ kg.

G 3.3 To klosser



To klosser A og B ligger inntil hverandre på et glatt underlag. Kloss A har størst masse. I tilfelle 1 (øverst) virker det en kraft F på kloss A slik figuren viser. I tilfelle 2 (nederst) virker det en kraft F på kloss B. Kraften F er 3.0 N i begge tilfellene. Finn kreftene som virker mellom kloss A og B i de to situasjonene. Forklar med ord hvorfor de er forskjellige.

Løsning:

Tilfelle 1: I tilfelle 1 så virker den påførte kraften på kloss A i positiv x-retning. Vi finner akselerasjonen til det totale systemet i x-retning:

$$\sum F_x = F = ma$$

Massen til det totale systemet er 3 kg, derfor blir akselerasjonen $a = 1$ m/s^2.

Videre ser vi på kreftene som virker på kloss A i x-retning:

$$\sum F_A = F - F_{AB} = ma_A$$

hvor F_{AB} er kraften mellom kloss A og B.

Vi løser for F_{AB} og får at

$$F_{AB} = 3\,\text{N} - 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\,\text{kg} = 1\,\text{N}$$

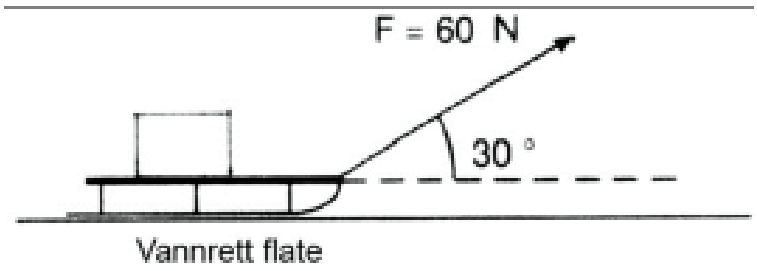
Tilfelle 2: Nå virker kraften på kloss B, derfor virker den i negativ retning. Akselerasjonen blir den samme som i tilfelle 1, men nå med motsatt fortegn. N2L for klossen blir

$$\sum F_B = F_{AB} - F = m_B a \Rightarrow F_{AB} = m_B a + F$$

$$F_{AB} = -1\,\text{N} + 3\,\text{N} = 2\,\text{N}$$

For at den store klossen skal trenge å akselerere den mindre klossen med 1 m/s^2 så trengs det en mindre kraft, fordi den mindre klossen har mindre masse. For at den mindre klossen skal klare å akselerere den store klossen med like stor akselerasjon så må den bruke en større kraft fordi kloss A er tyngre. Kort fortalt så er kraften mellom de ulik i de to tilfellene fordi man prøver å akselerere to objekter med ulik masse.

G 3.4 Krefter i 2D



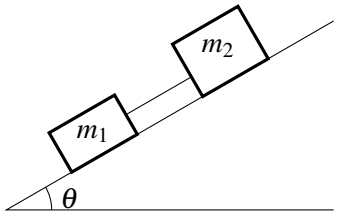
Kjelken på figuren blir dratt med konstant fart bortover en vannrett flate. Tyngden av kjelken er 100 N. Finn normalkraften på kjelken.

Løsning: Normalkraften er lik tyngdekraften minus komponenten av snorkraften i oppover retning (som vi kan kalle y-retning). Det vil si,

$$100N - 60N \cdot sin(30) = 70N$$

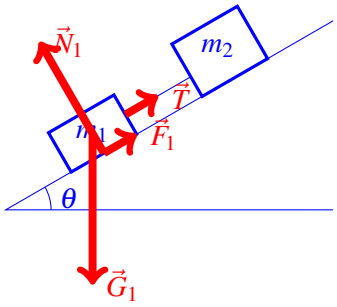
G 3.5 To klosser på skråplan [Eksamen H2024]

To klosser ligger på et skråplan med helningsvinkel θ. Klossene har massene m_1 og m_2, og friksjonstallene mellom klossene og underlaget er μ_1 og μ_2 (vi antar for enkelhets skyld at de dynamiske og statiske friksjonstallene er like). Klossene er forbundet med en massesløs snor.

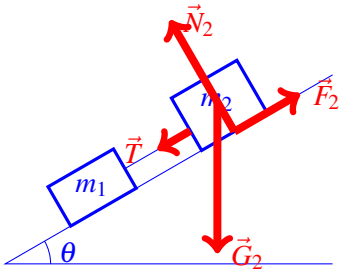


a) Tegn to frilegemediagrammer, ett for hver kloss. Husk å navngi alle kreftene. Du kan anta at friksjonen er liten nok slik at begge klossene glir nedover skråplanet.

Løsning:



$\vec{G}_i$ er tyngdekraft, $\vec{F}_i$ er friksjon, $\vec{N}_i$ er normalkraft og $\vec{T}$ er snordraget.



b) Vis at klossene får en akselerasjon

$$a = g\sin\theta - \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} g\cos\theta$$

når vi velger positiv retning nedover langs skråplanet og at snordraget i snora mellom dem er

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(\mu_2 - \mu_1) g \cos\theta .$$

Løsning: Vi dekomponerer tyngden på hver kloss. For hver kloss gir det en komponent langs planet $m_i g \sin\theta$ og en normalkomponent $m_i g \cos\theta$. Friksjonskrafta er da $\mu_i m_i g \cos\theta$. Vi setter opp Newtons andre lov for hver kloss

$$m_1 g \sin\theta - T - \mu_1 m_1 g \cos\theta = m_1 a$$
$$m_2 g \sin\theta + T - \mu_2 m_2 g \cos\theta = m_2 a$$

Løser vi disse finner vi de oppgitte uttrykkene.

c) For å sjekke at slike uttrykk er riktige er det ofte nyttig å undersøke grensetilfeller (spesielle valg av parametre) der disse uttrykkene forenkles slik at vi kan se at de stemmer med en enklere situasjon som vi kan analysere.

Finn minst to grensetilfeller der du kan bekrefte at uttrykkene over stemmer.

Løsning: Her er noen forslag (men andre godkjennes også):

Hvis begge friksjonstallene er like $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ ser vi at $T = 0$ som stemmer for da vil begge klossene akselerere med samme akselerasjon selv om de ikke er forbundet med noen snor. Vi ser samtidig at a er uavhengig av massene. Som en ytteligere sjekk kan vi sette $\mu = 0$, og da er $a = g\sin\theta$ som vi venter uten friksjon.

Hvis vi setter $m_2 = 0$ må $T = 0$ siden det ikke er noen kloss som kan få snora til å stramme seg.

$\theta = 90°$, $T = 0$: De to klossene er i fritt fall, akselererer med samme akselerasjon g

d) Hvis vi ser på grensetilfellet $\mu_1 = 0$ og $\mu_2 \to \infty$ ser vi at $T \to \infty$. Hva er riktig verdi for T i dette tilfellet? Forklar hvorfor formelen ikke gir den riktige verdien.

Løsning: For $\mu_1 = 0$ og $\mu_2 \to \infty$ vil den øverste klossen ikke begynnne å gli, mens den nederste bare henger igjen i snora. Da bør $T = m_1 g \sin\theta$. Formelen gir ikke dette fordi vi antok at klossene glir da vi utledet den. Spesifikt satte vi friksjonskrafta på den øverste klossen til $-\mu_2 m_2 g \cos\Theta$. Dette er bare sant så lenge den glir, og når den slutter å gli er den lik summen av snordraget og tyngdens komponent langs planet. Med $\mu_2 \to \infty$ tror utledninga vår at det er en uendelig kraft som trekker den øverste klossen oppover planet. Dette gir en uendelig akselerasjon oppover, og da må $T \to \infty$ for å trekke med den nederste klossen oppover.

e) For gitte verdier av θ, m_1 og m_2, hvilke verdier av μ_1 og μ_2 gjør at begge klossene blir liggende uten å begynne å gli?

Løsning: For at klossene skal bli liggende må $a = 0$. Om friksjonen er større enn det som trengs for å få $a = 0$ (som gir $a < 0$ i formelen) blir klossene også liggende, slik at vi må ha

$$\frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} \geq \tan\theta.$$

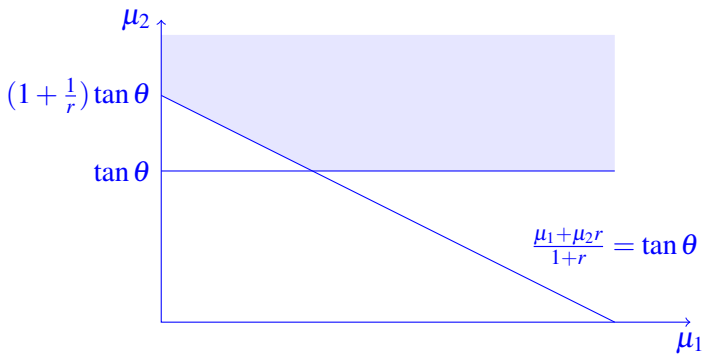
Om vi definerer $r = \frac{m_2}{m1}$ kan vi skrive dette som

$$\frac{\mu_1 + \mu_2 r}{1 + r} \geq \tan\theta.$$

Likhet i uttrykket over definerer ei rett linje i (μ_1, μ_2)-planet. Vi ser at denne linja går gjennom punktet $\mu_1 = \mu_2 = \tan\theta$ for alle r. For $\mu_1 = 0$ linja går gjennom punktet $\mu_2 = (1 + \frac{1}{r})\tan\theta$.

Siden snora ikke kan overføre trykk, må vi i tillegg ha at den øverste klossen ikke begynner å skli, uavhengig av den nederste. Det betyr at $\mu_2 \geq \tan\theta$.

Vi kan vise begge betingelsene i (μ_1, μ_2)-planet (dette er ikke krevet i eksamensbesvarelsen, bare for å .



Verdier av μ_1 og μ_2 i det skraverte området gjør at begge klossene blir liggende i ro.

G 3.6 To kuler

Du slipper to massive, homogene kuler av samme diameter d fra det skjeve tårn i Pisa. Kulene er laget av forskjellige materialer slik at massen er forskjellig med $m_A > m_B$. Luftmotstanden kan beskrives ved hjelp av uttrykket

$$\vec{F}_D = -D\vec{v}|\vec{v}|,$$

hvor luftmotstandskoeffisienten D er identisk for begge kulene.

a) Tegn et frilegemediagram for en kule som faller ned.

b) Finn et generelt uttrykk for akselerasjonen til kulene.

c) Hvilken kule treffer bakken først, A eller B?

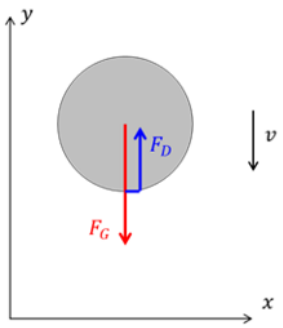
Du gjentar eksperimentet med to nye kuler som er laget av det samme materialet, men som har forskjellige diameter, $d_A > d_B$, og følgelig også forskjellig masse, $m_A > m_B$. Luftmotstanden beskrives fortsatt ved hjelp av det samme uttrykket som før, men nå avhenger luftmotstandskoeffisienten av diameteren: $D = C_0 d^2$, hvor C_0 er en konstant.

d) Finn et uttrykk for akselerasjonen som funksjon av diameteren til kulene. (Hint: En kule med diameter d har volum $V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3$ og masse $m = \rho V$, hvor ρ er massetettheten).

e) Hvilken kule treffer bakken først, A eller B?

Løsning:

a) Se figur.



b) Vi ser på kulen i y-retning

$$\sum F = -F_G + F_D = -mg + Dv^2 = ma$$

$$\Rightarrow a = -g + \frac{D}{m}v^2$$

c) Fra resultatet i deloppgave b ser vi at kulen med størst masse vil få minst bidrag fra luftmotstanden, derfor vil kule A treffe bakken først siden den får størst negativ akselerasjon.

d) Vi setter det vi får fra oppgaven inn i svaret fra deloppgave b og får

$$a = -g + \frac{D}{m}v^2 = -g + \frac{3C_0 d^2}{4\pi\rho\left(\frac{d}{2}\right)^3}v^2 = -g + \frac{6C_0}{\pi\rho d}v^2$$

e) Kulen med størst diameter har størst negativ akserelasjon, så det er igjen kule A som treffer bakken først.

G 3.7 Hoppe i snøen

Ole, som har masse $m = 70$ kg, hopper fra taket i en haug med snø. Han starter fra en høyde $x_0 = 5{,}0$ m over snøen og han stopper 1,0 m dypt ned i haugen. Du kan se bort fra luftmotstanden og anta at kraften fra snøen på Ole er konstant. Finn kraften F_s som virker fra snøen på Ole.

Løsning: Vi velger et koordinatsystem hvor toppen av snøen ligger på 0 m og vi måler høyden oppover med x. Se figur.



Initialbetingelser er $x_0 = 5$m og $v_0 = 0$m/s. Gjennom luften har vi en bevegelse med konstant akselerasjon og Ole treffer snøen med tid t_1. Fra bevegelseslikninger for konstant akserelasjon finner vi

$$x_1 = x_0 - \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2x_0}{g}}$$

$$v_1 = -gt_1 = -\sqrt{2gx_0}$$

Gjennom snøen har vi også en bevegelse med konstant akselerasjon. Bevegelsen begynner med hastighet v_1 ved posisjonen $x_1 = 0$m og stopper etter en tid t_2 ved $x_2 = -1$m og $v_2 = 0$m/s. Vi setter igjen opp bevegelsesligninger:

$$v_2 = v_1 + at_2 = 0 \Rightarrow t_2 = -\frac{v_1}{a}$$

$$x_2 = v_1t_2 + \frac{1}{2}at_2^2 = -\frac{v_1^2}{a} + \frac{1}{2}a\frac{v_1^2}{a^2} = -\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{a}$$

Vi setter inn for v_1:

$$x_2 = -\frac{1}{2}\frac{2gx_0}{a} = -\frac{g}{a}x_0$$

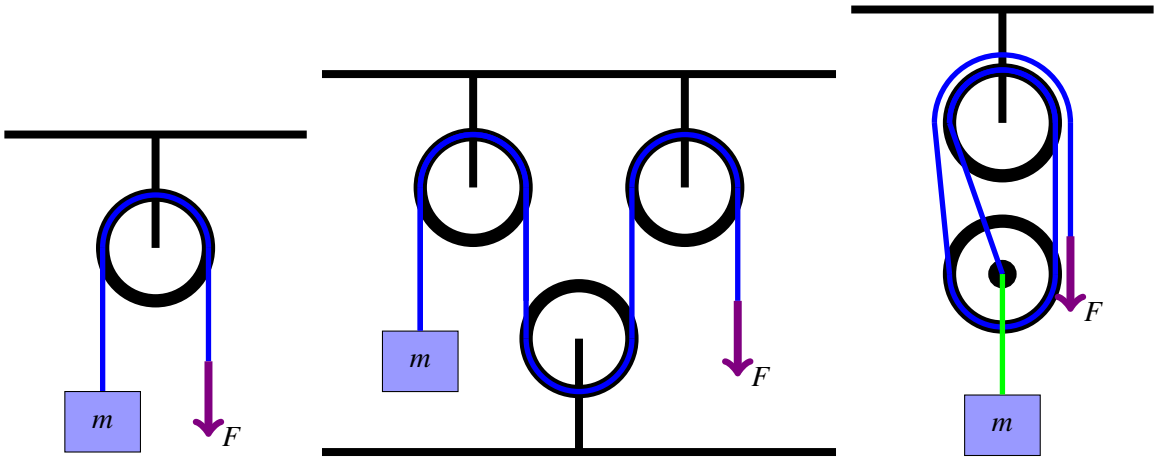
$$a = -\frac{x_0}{x_2}g = 5g$$

Vi bruker da videre N2L, $F_s - mg = ma$, og dermed blir

$$F_s = 6mg = 4120\,\text{N} = 4{,}1\,\text{kN}.$$

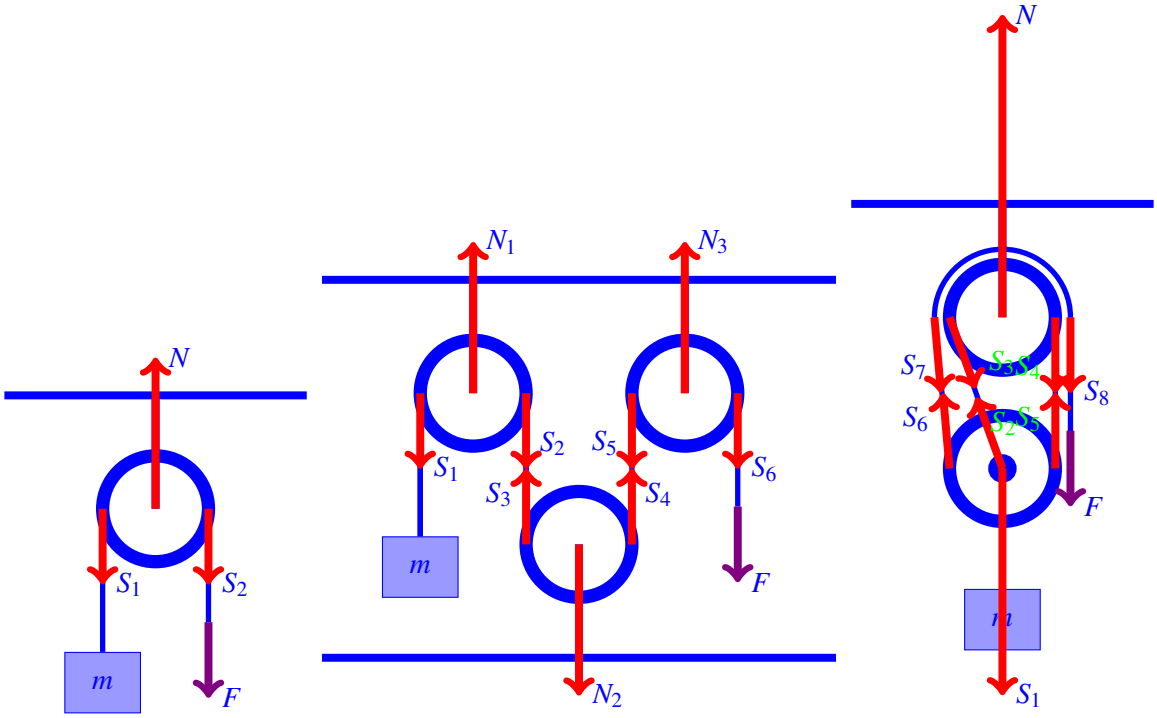
G 3.8 Trinser

For hver figur: Tegn alle kreftene som virker på hver av trinsene. Finn den totale krafta på taket. Hvor stor er krafta F i enden av tauet? (Uttrykt ved m). I alle tilfellene henger alt i ro, alle trinser og tau er masseløse og det er ikke friksjon. I figuren til høyre er det to tau, ett (grønt) fra loddet som er festet i midten av den nederste trinsa, og ett (blått) videre derfra til enden der krafta F virker.



Hint: Nettokrafta fra et tau på ei trinse er den samme som om ei kraft like stor som snordraget virker i alle punkter der tauet forlater trinsa. Hvis du vil forstå dette må du løse oppgave G 3.9 nedenfor.

Løsning:



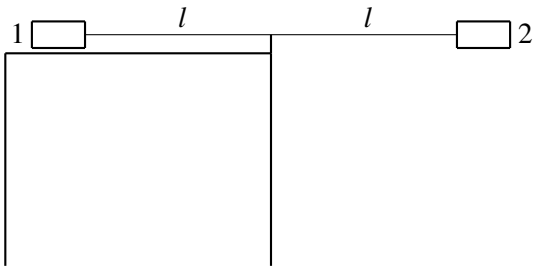
- Venstre figur: Trinsen roterer ikke, som betyr at snorkreftene på hver side må være like store per Newtons første lov. S_1 må tilsvare tyngdekraften til klossen, altså $S_1 = mg$, og S_2 må tilsvare kraften F. Vi får derfor at $F = mg$. Trinsen henger også fast i taket, som betyr at summen av snorkreftene må tilsvare normalkraften N fra festet. Altså får vi $N = S_1 + S_2 = 2mg$. Newtons tredje lov gir oss da at kraften på taket være være lik $2mg$.
- Midterste figur: Med samme argument som venstre figur, får vi at kraften på taket fra den venstre trinsen må være $2mg$. Dessuten må S_3 være lik S_2 som igjen er lik mg, derfor får vi at kraften på gulvet også må være $2mg$ (men i motsatt retning). Dette kommer igjen fra like argumenter som venstre figur. På akkurat samme måte finner vi da at F må være lik mg, og at kraften på taket fra høyre trinse må være $2mg$. Den totale kraften på det øverste taket er derfor $4mg$.
- Høyre figur: Her er $S_1 = mg$. Videre er alle de andre $S_i = F$ like, siden det er samme tau hele veien. Dermed er $S_2 + S_5 + S_6 = 3F = S_1$ slik at $F = mg/3$. Ser vi på kreftene som virker på øvre trinse finner vi $N = 4F = \frac{4}{3}mg$.

Ukas utfordring

Denne oppgava krever mer enn vanlig kompliserte resonnement eller utregninger. Det er en utfordring for studenter som føler at de mestrer stoffet og trenger noe ekstra å jobbe med.

G 3.9 Hva går fortest: Å falle ned eller å falle bort?

Figuren viser to like klosser, begge med massen m. Den ene klossen (1) ligger på et bord, og den andre (2) holdes vannrett ut fra bordet. Klossene er forbundet med en tynn tråd, og det er like langt fra bordkanten til hver av klossene. Vi kan se bort fra all friksjon.



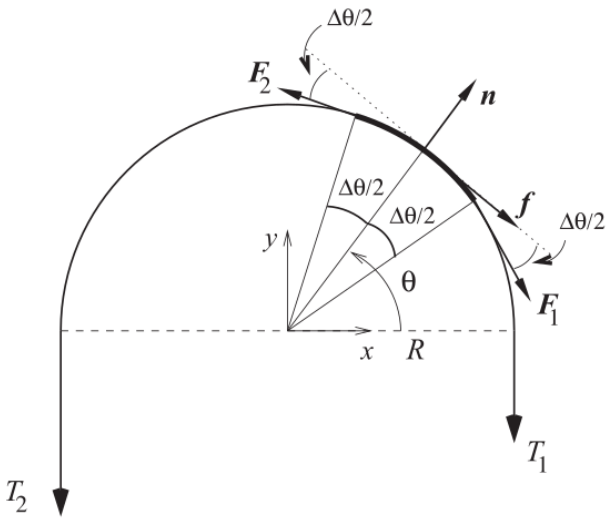
Vi slipper kloss 2. Vil kloss 1 nå bordkanten før kloss 2 treffer den vertikale kanten av bordet? Gi grunn for svaret.

Løsning: Snordraget (S) er det samme for begge klossene. Horisontalkomponenten av snordraget på kloss 2 er mindre enn snordraget på kloss 1, og dermed vil kloss 1 ha størst akselerasjon horisontalt og treffe kanten først.

G 3.10 Snor på trinse

Når vi har ei snor som går over ei trinse er det jo ei kraft mellom snora og trinsa alle steder der de er i kontakt. I mange sammenhenger blir det uten videre antatt at du kan tenke at snora på en måte er limt til trinsa slik at krafta fra snora på trinsa er lik snordraget i begge punktene der den forlater trinsa. Tenk deg at snora er satt sammen av mange korte segmenter, regn ut summen av kreftene fra hvert segment og vis at dette faktisk stemmer. Det blir enklere om du antar at det ikke er noen friksjon mellom snora og trinsa, så det kan være lurt å gjøre det først.

Løsning:



Vi ser på en liten bit at tauet. Det ligger med midtpunktet i vinkel θ fra det ene kontaktpunktet og har en utstrekning på $\Delta\theta$. Hvis vi først tenker at det ikke er noen friksjon mellom tauet og trinsa er krafta lik i absoluttverdi i begge ender av den lille biten, og den samme som i tauet $F_1 = F_2 = T_1 = T_2 = T$. Komponentene normalt på trinsa er da

$$F_{1\perp} = F_{1\perp} = T\sin(\Delta\theta/2) \approx \frac{T\Delta\theta}{2}.$$

Her har vi brukt at $\sin x \approx x$ når x er liten (vi skal lære mer om dette seinere). Normalkrafta på sylinderen på den lille delen er da $\Delta n = T\Delta\theta$ og den får komponentene

$$\Delta n_x = -T\cos\theta\Delta\theta, \qquad \Delta n_y = -T\sin\theta\Delta\theta.$$

Når vi summerer bidragene fra mange like små biter og lar $\Delta\theta \to 0$ får vi for nettokrafta på trinsa integralene

$$N_x = -T\int_0^\pi \cos\theta d\theta = 0$$
$$N_y = -T\int_0^\pi \sin\theta d\theta = -2T.$$

Nettokrafta er altså i negativ y-retning, og med størrelse lik summen av snordragene på hver side.

Med friksjon er det mer komplisert siden snordraget kan variere langs snora. Vi lar $T(\theta)$ være snordraget i vinkelen θ, og har da at $T(0) = T_1$ og $T(\pi) = -T_2$. Så lenge trinsa er fri til å rotere er $T_1 = T_2 = T$. Friksjonskrafta Δf på den lille biten er da (Newtons 1. lov i tangentiell retning)

$$\Delta f = T(\theta + \frac{\Delta\theta}{2})\cos\frac{\Delta\theta}{2} - T(\theta - \frac{\Delta\theta}{2})\cos\frac{\Delta\theta}{2} \approx \Delta T = \frac{\Delta T}{\Delta\theta}\Delta\theta \approx \frac{dT}{d\theta}\Delta\theta.$$

Her har vi brukt at $\cos x \approx 1$ for små x, og $\Delta T = T(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) - T(\theta - \frac{\Delta\theta}{2})$. For komponentene får vi da

$$\Delta f_x = -\frac{dT}{d\theta}\sin\theta\Delta\theta, \qquad \Delta n_y = \frac{dT}{d\theta}\cos\theta\Delta\theta.$$

Det gir for nettokrafta på trinsa

$$N_x = -\int_0^\pi (T\cos\theta + \frac{dT}{d\theta}\sin\theta)d\theta = -\int_0^\pi \frac{d}{d\theta}(T\sin\theta)d\theta = -\left[T\sin\theta\right]_0^\pi = 0$$
$$N_y = -\int_0^\pi (T\sin\theta - \frac{dT}{d\theta}\cos\theta)d\theta = \int_0^\pi \frac{d}{d\theta}(T\cos\theta)d\theta = \left[T\cos\theta\right]_0^\pi = T(\pi) - T(0) = -2T$$

som før. Mer detaljer om dette kan du finne i artikkelen "Force and torque of a string on a pulley", Thiago R. de Oliveira, Nivaldo A. Lemos, American Journal of Physics 86, 275–279 (2018) `https://doi.org/10.1119/1.5016040`. Kan lastes ned hvis du er på UiO.

NukTek

Ekstraoppgave spesielt tilpasset NukTek-studenter. Men også fin for andre

G 3.11 Sterke kjernekrefter

Kraften som holder nukleonene i en atomkjerne sammen heter den sterke kjernekraften. Siden protonene i en kjerne er positivt ladde, vil de i tillegg oppleve en frastøtende elektromagnetisk kraft seg imellom, kalt Coulombkraften. Samtidig må de holdes sammen av den sterke kjernekraften for å danne atomkjernen. Denne kraften virker kun over små avstander. Samtidig må noe stoppe nukleonene i kjernen fra å overlappe. Derfor blir den sterke kjernekraften frastøtende for *veldig* små avstander. Krefter kan kategoriseres som enten kontaktkrefter eller fjernkrefter. En fjernkraft er en kraft som kan virke på avstand mellom to legemer, som for eksempel den elektromagnetiske kraften

og gravitasjonskraften. En kontaktkraft er en kraft som kun virker dersom to legemer er i kontakt, som for eksempel friksjonskraften.
a) Se bort fra gravitasjonskrefter og tegn tre frilegemediagrammer for to protoner som vekselvirker når

1. Det er stor avstand mellom dem i forhold til rekkevidden til den sterke kjernekraften
2. Det er liten avstand mellom dem i forhold til rekkevidden til den sterke kjernekraften
3. Det er veldig liten avstand mellom dem i forhold til rekkevidden til den sterke kjernekraften

b) Forklar hvorfor den sterke kjernekraften kan oppfattes både som en fjernkraft og en nærkraft. Gjør det samme med normalkraften.

Løsning:
a) Under kan du se frilegemediagrammer for to protoner med tre ulike avstander mellom seg. Vi har neglisjert gravitasjonskraften ettersom den er mye svakere enn den elektromagnetiske og sterke kjernekraften. Den sterke kjernekraften er større enn den elektromagnetiske kraften ved veldig små avstander. Dette har dere ingen forutsetninger for å vite, og det er derfor godt nok om dere har tegnet pilene i riktig retning når dere tegner frilegemediagram for protoner med veldig liten avstand mellom seg som vist i figur 3.



Figure 1: Frilegemediagram for to protoner når det er stor avstand mellom protonene. $\vec{F}_{\text{cou}}$ representerer Coulombkraften.

b) Den sterke kjernekraften kan oppfattes som en fjernkraft ettersom den virker over ulike avstander. Samtidig vil den sterke kjernekraften virke frastøtende når protoner kommer i kontakt med hverandre for å forhindre at materie kollapser inn i hverandre. Dette kan sees på som en kontaktkraft. I virkeligheten er det mye mer komplisert enn dette, ettersom protoner er kvantemekansike objekter uten en veldefinert overflate. Det er derfor vanskelig å definere når protonen er i kontakt med hverandre og ikke. De kan også overlappe noe.
Normalkraften tenkes vanligvis på som en kontaktkraft. Et eksempel er en bok som ligger på et bord.

Bordet utøver da en normalkraft oppover på boka, der boka og bordet er i kontakt med hverandre. Ser man heller på hva som forårsaker denne normalkraften, vil man se at det er elektromagnetiske krefter

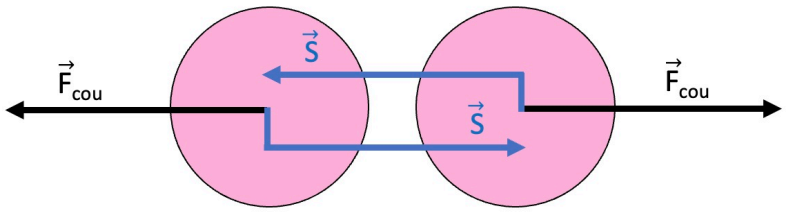


Figure 2: Frilegemediagram for to protoner når det er liten avstand mellom protonene. $\vec{F}_{\text{cou}}$ og $\vec{S}$ representerer henholdsvis Coulombkraften og den sterke kjernekraften.

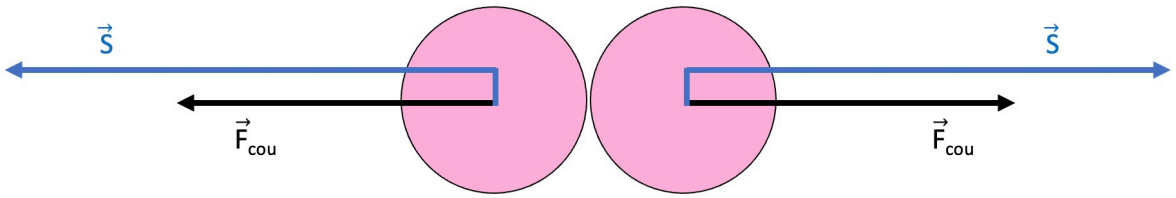


Figure 3: Frilegemediagram for to protoner når det er veldig liten avstand mellom protonene. $\vec{F}_{\text{cou}}$ og $\vec{S}$ representerer henholdsvis Coulombkraften og den sterke kjernekraften.

mellom elektronene i boka og bordet som er årsaken til den frastøtende normalkraften. Elektromagnetiske krefter er fjernkrefter og man kan derfor argumentere for at normalkraften er en fjernkraft.