Oppgavesett uke 5

"Test deg selv"-oppgaver

Disse oppgavene er fine å gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen. Om du har spørsmål til disse oppgavene, ta dem gjerne opp på snublegruppa.

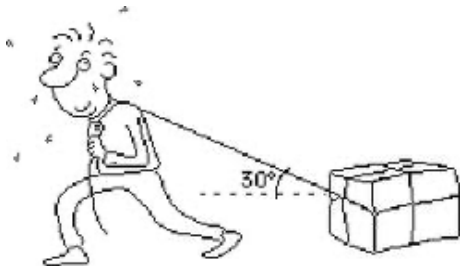
Tor Ole Odden har også laget programmeringsoppgaver ved hjelp av nettsiden Trinket.io, se "Uke 5: Friksjon, Arbeid, og Kinetisk Energi". Disse anbefaler vi at dere jobber med hjemme før gruppetimen.

TDS 5.1 Kloss og fjær

En eske med massen m = 5.0 kg, som beveger seg med hastighet v = 4.0 m/s på en friksjonsfri overflate, stoppes av en lett fjær med fjærkonstant k = 1000 N/m. Bruk arbeid-energi-teoremet for å finne ut hvor mye fjæren komprimeres.

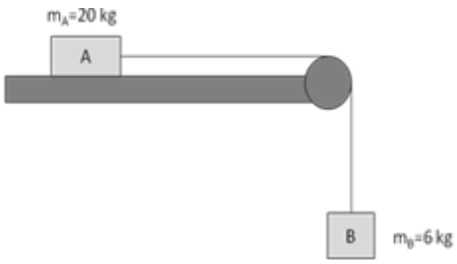
TDS 5.2 Hardt arbeid

Du trekker en kiste med massen m = 10 kg langs gulvet med en strikk under en vinkel $\alpha = 30°$. Du bruker en konstant kraft S = 100 N og den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom kisten og gulvet er $\mu_d = 0.30$. Finn det totale arbeidet gjort på kisten mens du trekker den en lengde Δx = 1.0 m langs gulvet.



TDS 5.3 To esker

Eske A med massen m_A = 20 kg ligger på et bord og er festet til eske B med massen m_B = 6,0 kg over en friksjonsfri trinse med en masseløs snor. Etter at du slipper systemet fri, beveger eske B seg med konstant hastighet nedover. Finn den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom eske A og bordet.



TDS 5.4 Kloss på skråplan

En eske med masse m sklir ned en rampe med helningsvinkel α. Esken starter i ro og det er ingen friksjon mellom esken og rampen. Finn farten til esken i bunnen av rampen etter den har sklidd en strekning d. Gjør det på to forskjellige måter:

a) ved å legge nullpunktet for den potensielle energien i bunnen av rampen, med y-aksen vertikalt oppover,

b) ved å legge nullpunktet for den potensielle energien i toppen av rampen, med y-aksen vertikalt oppover.

c) Hvorfor gjør normalkraften ikke noe arbeid?

TDS 5.5 Ukas difflikning

Løs difflikninga

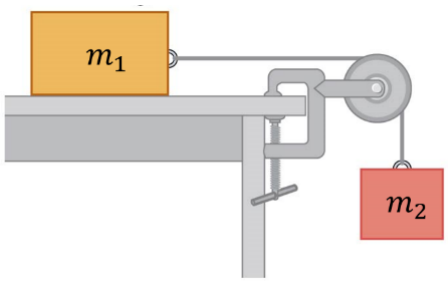
$$\frac{dx}{dt} = x\cos t$$

Med initialbetingelsen $x(0) = x_0$.

Øvingsoppgaver

Disse oppgavene kommer vi til å jobbe med i øvingstimene. Men det er nok ofte mer å gjøre enn du rekker i timen, så det kan være lurt å forberede seg ved å se på dem på forhånd slik at du kan spørre om det som du ikke får til.

G 5.1 Klosser og trinse



Vi ser på systemet vist i figuren, med to klosser forbundet med en snor, som går over en trinse. Vi kan anta at snoren og trinsen er masseløse, og at trinsen roterer uten friksjon.

a) Opprinnelig er eskene i ro. Hvis $m_1 = 10$ kg og den statiske friksjonskoeffisienten mellom esken og bordet er $\mu_s = 0.40$, hvor stor må m_2 minst være for at eskene beveger seg?

b) Vi ser på det samme systemet som i oppgave a), med $m_1 = 10$ kg og en statisk friksjonskoeffisient $\mu_s = 0.40$. Den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom bordet og esken er $\mu_d = 0.30$. Hvor stor er friksjonskraften fra bordet på esken når $m_2 = 2.0$ kg, $m_2 = 3.0$ kg, $m_2 = 4.0$ kg eller $m_2 = 5.0$ kg? I hvilke tilfeller er friksjonskraften statisk og i hvilke dynamisk?

c) Du gjør et eksperiment for å måle den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom esken og bordet. Vi har $m_1 = 10$ kg og $m_2 = 3.0$ kg. Opprinnelig drar den røde esken den gule til høyre med hastighet $v = 0.50$ m/s. Bevegelsen stopper etter eskene har flyttet seg 1 m. Hvor stor er den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom den gule esken og bordet?

d) Finn et uttrykk for akselerasjonen til eskene. Skriv et program for å beregne og plotte hastigheten, posisjonen, og den kinetiske energien til den gule esken på bordet (med masse $m_1 = 10$ kg) som funksjon av tid. Beskriv plottene du får: hva skjer med posisjonen, hastigheten, og den kinetiske energien?

G 5.2 Raketten

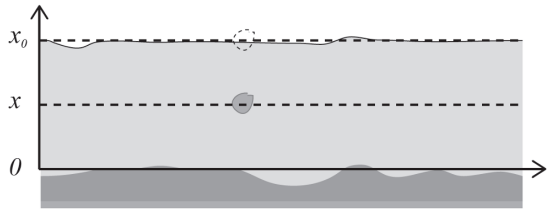
Denne oppgaven er tatt fra eksempelet læreboka kap. 4.2, men vi vil bruke Euler-Cromer-metoden i stedet for Euler-metoden. Du skal lage "Raketten", en ny berg-og-dal-bane ved en fornøyelsespark. Selve banen er ferdig bygget, og du skal nå teste banen. Du har festet et akselerometer til en testvogn for å finne hastigheten og posisjonen langs banen. Målingene er gitt i filen "therocketdata.txt". Her angir første kolonne tiden, og andre kolonne er akselerasjon.

a) Skriv et program som leser inn akselerasjonsdataene, og bruk disse datapunktene til å beregne hastighet og posisjon som funksjon av tid ved hjelp av Euler-Cromer-metoden. Lag plott av akselerasjonen, hastigheten og posisjonen til testvognen.

b) Diskuter resultatene i grafene. Er "Raketten" trygg å bruke, eller har den for stor akselerasjon?

G 5.3 Sandkorn i vannet

Et sandkorn synker i vannet med akselerasjon $a(t) = -a_0 - cv(t)$, hvor $a_0 = 6.2$ m/s^2 og $c = 1.8$ s^{-1}. Vi antar at sandkornet er i ro (akkurat i det det slippes), og at avstanden mellom vannoverflaten og havbunnen er 2.0 m.



a) Skriv opp initialbetingelsene og differensialligningen som beskriver bevegelsen til sandkornet.

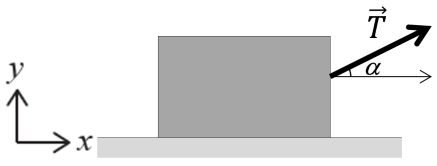
b) Skriv et program hvor du bruker Euler-Cromer-metoden for å finne hastigheten og posisjonen til sandkornet som funksjon av tid. Programmet skal stoppe når sandkornet treffer havbunnen. Lag plott at akselerasjonen, hastigheten og posisjonen som funksjon av tid.

c) Diskuter plottene og forklar hva som skjer med akselerasjonen og hastigheten ettersom tiden går.

d) Hvor lang tid tar det for sandkornet å synke fra overflaten til bunnen på 2.0-m dybde?

G 5.4 Trekke på en eske

Vi ser på en tilsvarende situasjon som i "Test deg selv"-oppgave TDS 5.2. Du trekker en eske over et ujevnt gulv med et tau som har en vinkel α i forhold til horisontalen. Du trekker esken slik at den beveger seg med konstant hastighet. Det er friksjon mellom gulvet og esken, med dynamisk friksjonskoeffisient μ_d. Du ønsker å bruke så lite kraft som mulig på å trekke esken, (dvs. $|\vec{T}|$ så liten som mulig) men likevel ha konstant hastighet på esken.



a) Tegn et frilegemediagram for esken og navngi alle krefter som virker på den.

b) Lønner det seg å ha en vinkel $\alpha > 0$ mellom tauet og horisontalen, eller bruker du mindre kraft om du trekker slik at tauet er parallelt med gulvet? Løs denne problemstillingen på to måter: først ved å finne et uttrykk for snordraget som funksjon av vinkelen α og finne ekstremalverdien, og deretter ved å lage et program som plotter størrelsen på snordraget som funksjon av vinkelen. For den siste delen av oppgaven kan du bruke at massen til esken er $m = 10$ kg og $\mu_d = 0.70$.

c) Ville resultatet i forrige oppgave vært annerledes dersom massen til esken var større eller mindre? Hvordan avhenger svaret av friksjonskoeffisienten μ_d?

G 5.5 Spiralformet vei [Eksamen H2024]

En vogn triller ned en spiralformet vei som har radius R. Det er friksjon mellom hjula og bakken med friksjonskoeffisient μ_s. Du kan anta at hjula er tilnærmet masseløse og se bort fra luftmotstand og rullemotstand. Veien heller nedover med en vinkel θ i forhold til horisontalen.



a) Tegn et frilegemediagram som viser kreftene som virker på vogna. Husk å navngi alle krefter og forklar hva de er.

b) I hvilken retning peker akselerasjonen? Her trenger du ikke å gi et analytisk svar i form av et matematisk uttrykk, men forklare kvalitativt retningen på akselerasjonen i forhold til relevante retninger. Bruk gjerne tegninger for å illustrere.

c) Hva er uttrykket for farta v som funksjon av høyden h under starthøyden?

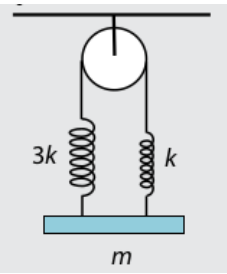
d) Hvor lang tid bruker vogna på å nå denne høyden?

e) Hvor langt ruller vogna før den begynner å gli utover?

Ukas utfordring

Denne oppgava krever mer enn vanlig kompliserte resonnement eller utregninger. Det er en utfordring for studenter som føler at de mestrer stoffet og trenger noe ekstra å jobbe med.

G 5.6 Svingende planke



En planke med massen m henger horisontalt i to vertikale fjærer med fjærkonstanter k og $3k$. Fjærene er forbundet med ei snor som glir over ei friksjonsfri masseløs trinse. Hvis vi trekker planken ned og slipper den, svinger den opp og ned, men holder seg til en hver tid horisontal. Hva er perioden til svingningene? Vi oppgir at svingetida til et lodd med massen m som henger i en fjær med fjærkonstanten k er $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.