Oppgavesett uke 9

"Test deg selv"-oppgaver

Disse oppgavene er fine å gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen. Om du har spørsmål til disse oppgavene, ta dem gjerne opp på snublegruppa.

TDS 9.1 Rakett

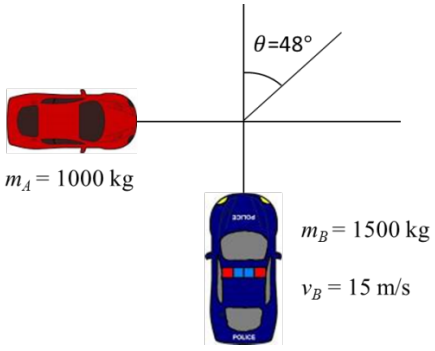
En rakett brenner 0,100 kg drivstoff per sekund. Eksosen drives ut som en gass med 1500 m/s.

a) Hva er framdriftskraften til raketten?

b) Er det mulig å bruke raketten i verdensrommet hvor det er ingen atmosfære?

TDS 9.2 Råkjører

En liten sportsbil på 1000 kg kjører med ukjent hastighet v_A fra vest til øst. En politibil på 1500 kg kjører med hastighet $v_B = 15$ m/s fra sør til nord. I et kryss krasjer bilene og henger sammen etter kollisjonen. Sportsbilsjåføren påstår at han ikke kjørte over fartsgrensen på 50 km/h = 13,9 m/s. Politibetjenten, som har tatt FYS1100, ser på bremsesporene og måler at bilene beveget seg med vinkelen $\theta = 48^\circ$ i nordøstlig retning etter krasjet. På grunn av dette pågriper politibetjenten sportsbilsjåføren. Hvor fort kjørte han?



TDS 9.3 Inhomogen difflikning

Den inhomogene differensiallikningen $y'' + 4y = \sin(2x)$ har løsningen $y(x) = 10\cos(2x) + \frac{1}{8}\sin(2x) - \frac{x}{4}\cos(2x)$ når $y(0) = 10$ og $y'(0) = 0$. Løs likningen numerisk, og plott både analytisk og numerisk løsning sammen.

TDS 9.4 En ball som faller

I denne oppgaven skal vi se på bevegelsen til en ball både med og uten luftmotstand. Ballen veier 623 g, og har en radius på 39.0 cm. Den slippes fra en 20.0-m høy bygning, og vi antar at den faller rett ned.

a) Regn ut hvor lang tid ballen bruker på å treffe bakken dersom du slipper den fra ro og ser bort fra luftmotstand.

b) Lag et plott av ballens høyde som funksjon av tid.

c) Bruk Newtons andre lov til å sette opp et uttrykk for akselerasjonen til ballen, når vi inkluderer luftmotstandskraften som har en størrelse gitt ved

$$F_D = \frac{1}{2}\rho D A v^2$$

der ρ er tettheten til lufta, D er en koeffisient som beskriver motstanden, A er ballens overflateareal og v er farten til ballen. *Obs! Hvilken retning peker luftmotstandskraften?*

d) Finn høyden numerisk som funksjon av tid når du tar hensyn til luftmotstand, og plott den numeriske høyden sammen med den analytiske løsningen fra oppgave a). Bruk $\rho = 1.2$ kg/m^3 og $D = 0.3$. Hvor lang tid bruker ballen nå før den treffer bakken?

TDS 9.5 Ukas difflikning

Finn løsninga til differensiallikninga

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 4x = 0$$

med initialbetingelsene

$$x(0) = 0 \quad \dot{x}(0) = 1.$$

Øvingsoppgaver

Disse oppgavene kommer vi til å jobbe med i øvingstimene. Men det er nok ofte mer å gjøre enn du rekker i timen, så det kan være lurt å forberede seg ved å se på dem på forhånd slik at du kan spørre om det som du ikke får til.

G 9.1 Fyll opp raketten

Du er ansvarlig for å fylle drivstoff på en rakett som er dokket ved en romstasjon i verdensrommet. For at mannskapet kan komme hjem til jorden må raketten akselerere opp til en hastighet på 6000 m/s før drivstoffet er tomt. Eksos drives ut med en relativ hastighet på 2000 m/s, og romfartøyet veier 100 t uten drivstoff. Du skal etterpå beregne hvor mye drivstoff du må fylle for at raketten kommer hjem til jorden.

a) Du må bruke rakettligningen:

$$\vec{F}_{ext} + \vec{v}_{rel}\frac{dm}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}.$$

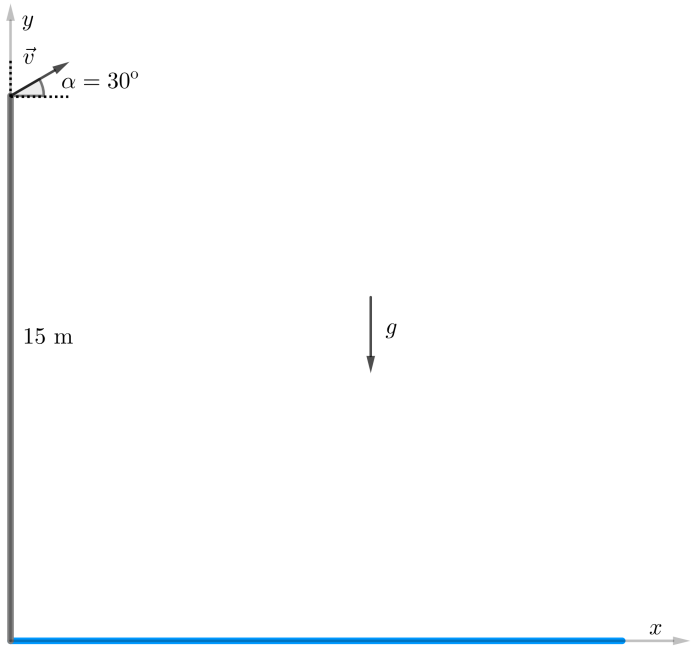
Forklar den fysiske betydningen av ligningen med egne ord. Diskuter i gjerne smågrupper!

b) Hvorfor må du bruke integralregning for å løse oppgaven?

c) Hvor mye drivstoff må du fylle for at det går bra?

G 9.2 Ei læreboks skjebne

En frustrert student sparker læreboka si utfor en klippe. (Hen studerer selvfølgelig ikke fysikk, siden det aldri ville føre til en slik frustrasjon!) Klippen er 15 meter over havet, og vi antar at studenten i sitt sinne har klart å forme læreboka om til en perfekt kule med masse 4.0 kg før sparket gjennomføres. Den forlater klippen med en vinkel $\alpha = 30^\circ$ grader med horisontalen, og en fart på 10 m/s. Figuren under illustrerer situasjonen.



a) Hvor lang tid bruker boka på å treffe vannet, dersom vi antar at det ikke er noen luftmotstand? Finn også ut hvor langt unna klippen boka er i det den treffer vannet.

b) Lag en graf som viser ballens posisjon fra den kastes til den treffer vannet.

Videre skal vi ta hensyn til luftmotstand ved å legge til en luftmotstandskraft F_D. Den virker i motsatt retning av hastigheten, og har en størrelse gitt ved

$$F_D = \frac{1}{2}\rho D A v^2$$

der ρ er tettheten til lufta, D er en koeffisient som beskriver motstanden og A er bokas overflateareal.

c) Skriv luftmotstanden på vektorform ved å bruke bokas hastighetsvektor $\vec{v}$.

d) Skriv et program som finner tiden det nå vil ta før boka treffer vannet, og plott bokas posisjon sammen med grafen fra oppgave b). Finn også hvor langt unna klippen boka er når den treffer vannet. Bruk $\rho = 1.2$ kg/m^3, $D = 0.80$ og at den kuleformede boka har en radius på 8.0 cm. Kommenter svaret.

G 9.3 Ladning i magnetfelt

En ladd partikkel beveger seg i et konstant magnetfelt $\vec{B}$ gitt ved

$$\vec{B} = B_0\hat{\mathbf{k}}.$$

Kraften på en partikkel med ladning q og hastighet $\vec{v}$ fra et magnetisk felt $\vec{B}$ er gitt som

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

a) Vi antar at kraften fra det magnetiske feltet er den eneste kraften som virker på partikkelen med ladning q og masse m. Hva er bevegelseslikningen til partikkelen?

b) Anta at partikkelen er et proton, som har ladning $q = e$ og masse $m = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Bruk Euler-Cromer-metoden for å finne bevegelsen til protonet for tidsintervallet $t \in [0\,\text{s}, 9\,\text{s}]$ med tidssteg $dt = 0.0001$ s.

Du kan anta at $x_0 = (0\,\text{m}, 0\,\text{m}, 0\,\text{m})$, $v_0 = (1\,\text{m/s}, 0\,\text{m/s}, 0\,\text{m/s})$ og at $B_0 = 10\,\text{nT}$.

c) Plott den totale kinetiske energien sammen med den kinetiske energien i x- og y-retning som funksjon av tid. Beskriv plottet og forklar hva som skjer. Hvilke konklusjoner kan dere trekke fra dette m.t.p arbeidet magnetfeltet utfører på partikkelen?

d) Nå skal vi inkludere gravitasjon. Finn bevegelsesligningen og modifiser koden fra deloppgave b for å finne den nye banen til partikkelen. Du kan anta at partikkelen er på jordoverflaten, så gravitasjonskraften den føler er $\vec{F}_G = -mg\hat{\mathbf{j}}$. Diskuter og forklar den nye banen partikkelen nå får.

Ukas utfordring

Denne oppgava krever mer enn vanlig kompliserte resonnement eller utregninger. Det er en utfordring for studenter som føler at de mestrer stoffet og trenger noe ekstra å jobbe med.

G 9.4 Små svingninger

Kraftloven mellom to legemer med ladningene q_1 og q_2 som ligger i avstanden r fra hverandre er analog til Newtons gravitasjonslov

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Her er k_e en konstant og retningen på krafta er slik at ladnigner med samme fortegn tiltrekker hverandre mens ladninger med like fortegn frastøter hverandre. Den potensielle energien er tilsvarende

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r}.$$

a)



To små kuler (A og B) er festet i hver sin ende av en ikke-ledende stang med lengden L. Mellom disse er det en tredje kule (C) som kan gli uten friksjon på stangen. Alle tre kulene har ladningen q og massen m, og de er ikke-ledende. Hele systemet er plassert på en horisontal ikke- ledende flate uten friksjon. Vi starter med at hele systemet holdes i ro, og C har avstanden x fra midtpunktet mellom A og B. Systemet slippes. Finn den maksimale farten til kule C.

b) C vil svinge fram og tilbake. Finn frekvensen til svingningene hvis vi antar at $x \ll L$. (Hint: bruk Taylorutvikling på krafta)

NukTek

Ekstraoppgave spesielt tilpasset NukTek-studenter. Men også fin for andre

G 9.5 Radioaktivt henfall

Den radioaktive kjernen ^{139}Cs kan henfalle til ^{139}Ba gjennom betahenfall. ^{139}Ba kan deretter gjennomgå betahenfall til ^{139}La. ^{139}La er stabilt og vil derfor ikke henfalle videre. Henfallssekvensen kan sees i figur 1.

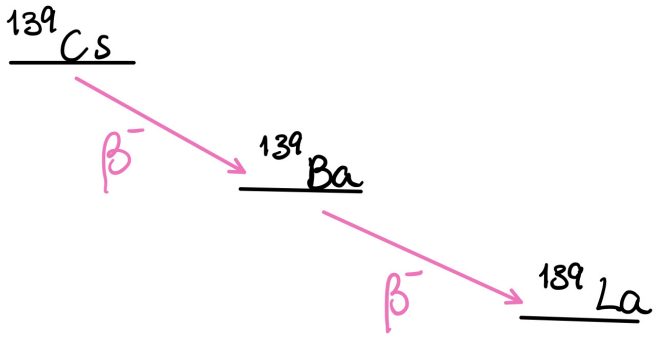


Figure 1: Henfallssekvensen for ^{139}Cs. β^- står for betahenfall.

Differensiallikningene under beskriver antallet kjerner N_x av type 1,2 og 3 ved tiden t, ved en gitt henfallssekvens: $1 \to 2 \to 3$.

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t), \tag{1}$$
$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t), \tag{2}$$
$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_2 N_2(t). \tag{3}$$

Aktiviteten til en kilde er definert som antall radioaktive henfall per tid, og har enheten Bq=henfall/s. Relasjonen mellom aktivitet A, henfallskonstanten λ, og antall kjerner N er gitt ved

$$A(t) = \lambda N(t). \tag{4}$$

Ved tiden $t = 0$ starter du med en ^{139}Cs kilde med en aktivitet $A_0 = 10$kBq som kun inneholder ^{139}Cs. Henfallskonstantene er gitt som

$$\lambda_{^{139}Cs} = 1.25 \cdot 10^{-3}\text{s}^{-1}$$
$$\lambda_{^{139}Ba} = 1.39 \cdot 10^{-4}\text{s}^{-1}.$$

a)Forklar med ord hvorfor de ulike leddene i differensiallikningene over er med, og hvorfor likningene beskriver situasjonen illustrert i figur 1.

b) Regn ut hvor mange ^{139}Cs kjerner som finnes i kilden ved tiden $t = 0$.

c) Bruk Eulers metode til å beregne antall ^{139}Cs, ^{139}Ba og ^{139}La kjerner som finnes i kilden som funksjon av tid fra $t = 0$ til $t = 10$ timer.