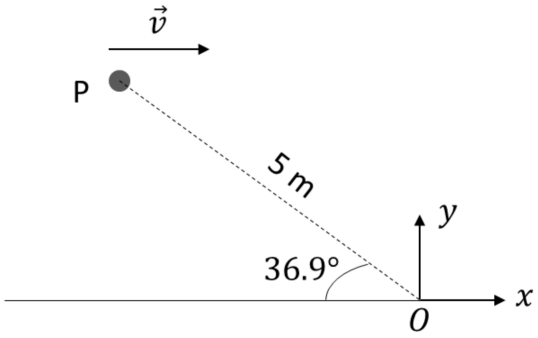
Oppgavesett uke 11

"Test deg selv"-oppgaver

Disse oppgavene er fine å gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen. Om du har spørsmål til disse oppgavene, ta dem gjerne opp på snublegruppa.

TDS 11.1 Spinn uten rotasjon

En stein med masse $m = 1.0$ kg beveger seg i horisontal retning med hastighet $\vec{v}$ med størrelse $v = 10$ m/s i det den er i punkt P i figuren.

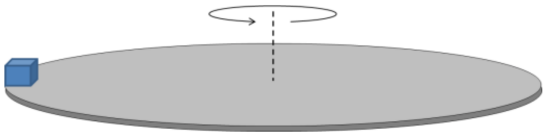


a) Hva er spinnet (størrelse og retning) som steinen har i forhold til origo O i dette øyeblikket?

b) Vi antar at tyngdekraften er den eneste kraften som påvirker steinen. Hva er endringsraten til spinnet (størrelse og retning) i dette øyeblikket?

TDS 11.2 Eske og sylinder

En eske med masse $m = 75,0$ kg står på kanten av en homogen, sylindrisk skive med masse $M = 150$ kg og radius $R = 2{,}00$ m som roterer med $0,500$ omdreininger per sekund om en akse (z-aksen) gjennom sitt massesenter som vist i figuren. Regn ut størrelsen på spinnet til systemet som består av skiven og esken. Du kan anta at esken er veldig liten i forhold til skiven, slik at du kan behandle esken som et massepunkt. Treghetsmomentet til en sylindrisk skive som roterer om en akse gjennom massesenteret er gitt ved $I_{\text{skive}} = \frac{1}{2}MR^2$.



TDS 11.3 Ukas difflikning

Finn løsninga til differensiallikninga

$$\ddot{x} + 4x + \dot{x} = 0$$

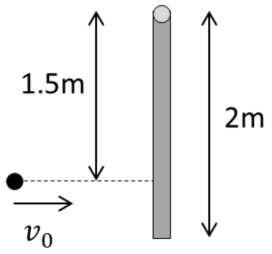
med initialbetingelsene

$$x(0) = 1 \quad x(1) = 0.$$

Øvingsoppgaver

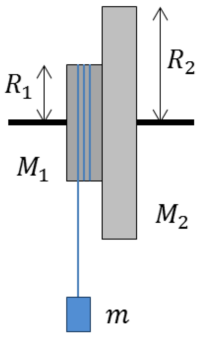
Disse oppgavene kommer vi til å jobbe med i øvingstimene. Men det er nok ofte mer å gjøre enn du rekker i timen, så det kan være lurt å forberede seg ved å se på dem på forhånd slik at du kan spørre om det som du ikke får til.

G 11.1 En ball kolliderer med en stav



En tynn, homogen stav med masse $M = 10$ kg og lengde $L = 2.0$ m henger fra taket i et friksjonsfritt hengsel. En ball med masse $m = 3.0$ kg treffer horisontalt på staven med fart $v_0 = 10$ m/s. Etter kollisjonen spretter ballen tilbake og beveger seg med en fart $v_1 = 6.0$ m/s i motsatt retning og staven svinger oppover. Treghetsmomentet til en tynn stav som roterer om et endepunkt er $I = \frac{1}{3}ML^2$. Vi ser bort fra luftmotstand. Finn vinkelfarten til staven rett etter kollisjonen. (*Tips: Husk at et legeme som beveger seg lineært kan ha spinn i forhold til et punkt.*)

G 11.2 Metallsylindere



To metallsylindere med masse $M_1 = 1.0$ kg og $M_2 = 2.0$ kg og med radier $R_1 = 0.10$ m og $R_2 = 0.20$ m er montert på en akse som går gjennom massesenteret til begge sylindrene. Aksen roterer friksjonsfritt, og sylindrene er sveiset sammen slik at de roterer som ett legeme. Treghetsmomentet til en full sylinder som roterer om sitt massesenter er $I = \frac{1}{2}MR^2$.

a) Finn treghetsmomentet til hele legemet (de sammensveisede sylindrene).

b) En masseløs snor er viklet rundt den lille sylinderen, og et lodd med masse $m = 1.5$ kg henger fra enden av snoren. Når loddet slippes begynner de sammensveisede sylindrene å rotere uten at snoren sklir. Hvor stor er akselerasjonen til loddet?

c) Hvor stor er akselerasjonen til loddet når snoren vikles om den store sylinderen?

G 11.3 En motorsykkel



En motorsykkel kjører rundt på innsiden av en vertikal sylinder med radien R. For at motorsykkelen ikke skal velte må den ha en vinkel θ i forhold til normalen ut fra veggen. Anta at farten til motorsykkelen er v og at friksjonen mellom dekkene og veggen er stor nok til at den ikke sklir, og at høyden til motorsykkel med fører er mye mindre enn radien i sylinderen.

a) Hvilke fysiske størrelser tenker du at θ avhenger av? Siden vinkler er dimensjonsløse må θ avhenge av dimensjonsløse kombinasjoner av andre størrelser. Bruk dimensjonsanalyse til å bestemme hvilken dimensjonsløs kombinasjon θ er en funksjon av.

b) Hva er vinkelen θ?

c) Hvorfor antok vi at høyden til motorsykkel med fører er mye mindre enn radien i sylinderen? Hva endres dersom vi ikke gjør denne antagelsen?

G 11.4 Beregne kometbane [Eksamen H2024]

Du vil simulere banen til en komet med massen m som beveger seg i en bane rundt sola. Du plasserer origo i sola som har massen $M \gg m$ og lar posisjonen til kometen være beskrevet av koordinatene x og y (banen vil alltid ligge i et plan, slik at vi ikke trenger noen z-koordinat).

a) Vis at kometens bevegelse er beskrevet av difflikningene

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{GM}{(x^2+y^2)^{3/2}}x \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{GM}{(x^2+y^2)^{3/2}}y$$

b) Vi vet at kometer følger ellipsebaner med sola i det ene brennpunktet. I en slik bane, hvilke av disse størrelsene er bevart under bevegelsen: Kinetisk energi, total mekanisk energi og spinn?

c) Gjør tyngdekrafta noe arbeid i noen del av banen? Er isåfall dette arbeidet positivt eller negativt?

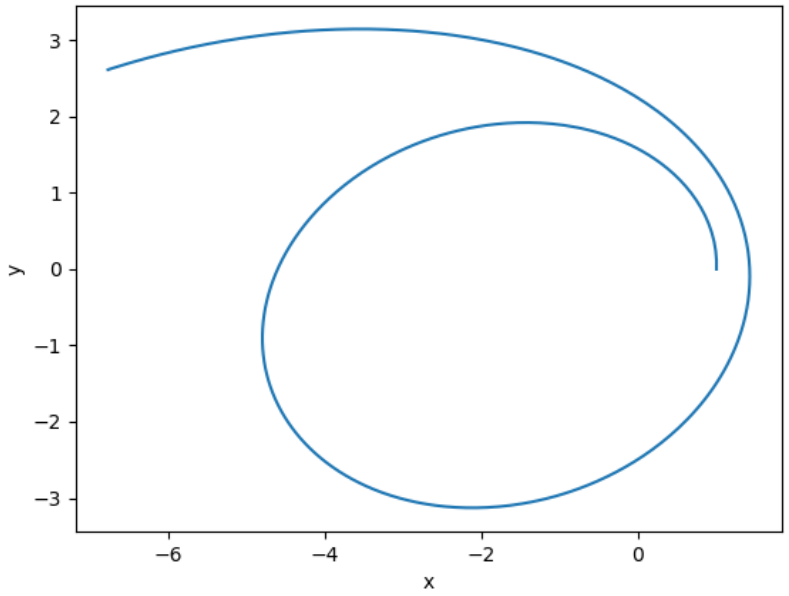
d) Hvis vi vet at kometen i det punktet i banen som er nærmest sola har avstanden r_1 fra sola og farta v_1, hva er da den største avstanden til sola? Og hva er farta i det punktet?

e) Her er vist et program som beregner kometens bane numerisk:

```
1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3
4  # Bruker enheter der GM=1
5
6  T = 50.
7  dt = 0.1
8  n = int(T/dt)
9
10 x = np.zeros(n)
11 y = np.zeros(n)
12 vx = np.zeros(n)
13 vy = np.zeros(n)
14 t = np.zeros(n)
15
16 x[0] = 1.
17 y[0] = 0
18 vx[0] = 0
19 vy[0] = 1.2
```

```
20
21 for i in range(n-1):
22     r32invers = 1/(x[i]**2 + y[i]**2)**(1.5)
23     vx[i+1] = vx[i] - x[i]*r32invers*dt
24     vy[i+1] = vy[i] - y[i]*r32invers*dt
25     x[i+1] = x[i] + vx[i]*dt
26     y[i+1] = y[i] + vy[i]*dt
27     t[i+1] = t[i] + dt
28
29
30 plt.plot(x,y)
31 plt.xlabel('x')
32 plt.ylabel('y')
33 plt.savefig('komet.png')
34 plt.show()
```

Dette gir følgende graf for kometens bane rundt sola:



Hvordan stemmer denne banen med det vi forventer? Hva kan være årsakene til at den simulerte banen ikke er helt slik den er i virkeligheten?

f) Koden kan endres slik at den gir bedre resultater. Hva slags endringer ville du gjort for å gjøre simuleringa mer nøyaktig?

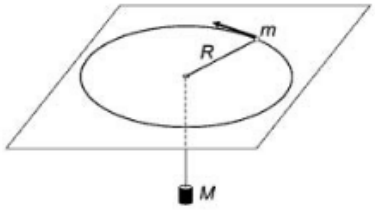
g) Du vil undersøke om solvinden kan påvirke kometens bane. Solvinden består av ladde partikler som strømmer radielt ut fra sola. Vi antar for enkelhets skyld at dette gir en radiell kraft på kometen som er uavhengig av farta til kometen. Men vi vil ta hensyn til at tettheten til solvinden må avta med avstanden til sola, fordi partiklene blir fordelt over en større flate. Derfor vil vi anta at krafta

fra solvinden avtar omvendt proporsjonalt med avstanden til sola. Hva må du endre i koden for å ta hensyn til denne krafta?

Ukas utfordring

Denne oppgava krever mer enn vanlig kompliserte resonnement eller utregninger. Det er en utfordring for studenter som føler at de mestrer stoffet og trenger noe ekstra å jobbe med.

G 11.5 Ikke i sirkel



Ei kule med massen $m = 1,0$ kg er festet i ei snor og beveger seg i en sirkel med radien $R = 40$ cm på en horisontal flate. Snora går gjennom et hull i sentrum av sirkelen, og i enden av snora henger det et lodd med massen $M = 2,0$ kg. Hvis loddet slippes vil kula på det nærmeste være i avstanden $r = 10$ cm fra sentrum. Se bort fra friksjon alle steder.

a) Finn den største og den minste farta til kula.

b) Finn akselerasjonen til loddet på det høyeste og laveste punktet i banen.

NukTek

Ekstraoppgave spesielt tilpasset NukTek-studenter. Men også fin for andre

G 11.6 Kjerne med spinn

Et proton beveger seg i vakuum med kinetisk energien $E_k = 3.2 \cdot 10^{-12}$J. Et proton har massen $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$kg. Protonet treffer så vidt, i en ikke-sentral kollisjon, en ^{18}O atomkjerne med radius $R = 3.1 \cdot 10^{-15}$m, og masse $M = 2.98 \cdot 10^{-26}$ kg, slik som vist i figur 1. Protonet blir absorbert i kjernen.

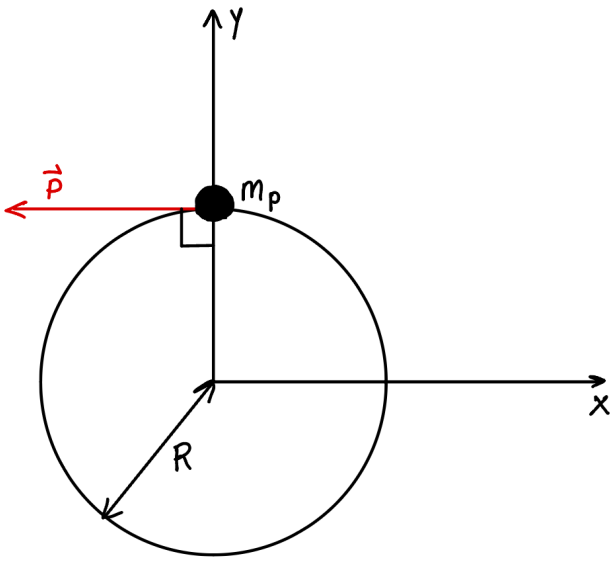


Figure 1: Et proton, markert som en svart kule, med bevegelsesmengde $\vec{p}$ og masse m_p kolliderer og blir absorbert av en atomkjerne i ro med radius R og masse M.

a) Regn ut bevegelsesmengden til protonet.

b) Regn ut størrelsen til angularmomentet som atomkjernen får etter å ha absorbert protonet.

c) I hvilken retning vil angulærmomentvektoren peke?

Angulærmomentet til en "rigid" sfære som roterer rundt sin egen akse er gitt ved formelen:

$$L = \frac{2}{5} M \omega R^2$$

der ω er vinkelfrekvensen til rotasjonen.

d) Regn ut hvilken vinkelfrekvens atomkjernen vil rotere med etter absorbsjonen av protonet.