Seminaroppgaver 1

S 1.1 Fermioppgave 1

To slangemennesker som jobber på sirkus kan skvise seg selv gjennom en svært liten kubisk eske med sidelengder på omtrent 50cm: `https://www.youtube.com/watch?v=7Rb5SZYRRqo`

Er dette ekte? Eller er det et triks her, som for eksempel et skjult panel i bunnen av esken?

Begynn med å finne en tilnærmet verdi for ditt eget volum ved å bruke at mennesker i stor grad består av vann. Anta nå at kroppen din er fullstendig elastisk, slik som en blekksprut. Hvor liten eske vil du da kunne passe inn i?

Oppgave laget av Joe Redish, via Nexus/Physics.

Løsning: Massen til 1 cm^3 med vann veier omtrent 1g, så 1000 cm^3 veier omtrent 1kg. På den måten kan man estimere sitt eget volum i kubikkcentimeter, og sammenlikne det med størrelsen på en kube.

S 1.2 Klemme jorda inn i en fyrstikk-eske? [Eksamen V2024]

En venn av deg påstår at hvis alle atomene i jorda ble komprimert slik at det ikke lenger er noe tomrom mellom atomkjernen og elektronene i atomene, slik at jorda får samme tetthet som en atomkjerne, så kunne jorda få plass i en fyrstikkeske. Går dette an? Løs dette som et Fermi-problem, husk å forklare tankegangen din og alle stegene i utregningen. Bruk gjerne følgende tall for å gi et estimat og vurdere om påstanden er fornuftig eller ikke:

- Gjennomsnittlig tetthet for jorda: $\rho_J = 5.51\ \text{g/cm}^3$.
- jordas radius: $R_J = 6371\ \text{km}$.
- Tettheten til en atomkjerne er det samme som tettheten til nøytronstjerner, som er den tetteste materien som finnes i universet, bortsett fra svarte hull: $\rho_N \approx 10^{17}\ \text{kg/m}^3$.

Løsning: Vi antar at jorda kan beskrives som ei kule med volum

$$V_J = \frac{4}{3}\pi R_J^3 \approx 4 \cdot (6.4 \cdot 10^6\ \text{m})^3 = 4 \cdot 262 \cdot 10^{18}\ \text{m}^3 \approx 1000 \cdot 10^{18}\ \text{m}^3 = 10^{21}\ \text{m}^3.$$

Så har vi tettheten til jorda, vi regner om til kg/m^3:

$$\rho_J = 5.51\ \text{g/cm}^3 = \frac{5.51 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}{(10^{-2}\ \text{m})^3} = 5.51 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3.$$

Da får vi at massen til jorda er

$$M_J = \rho_J \cdot V_J = 5.51 \cdot 10^{24}\ \text{kg}.$$

Volumet til en fyrstikkeske er ikke rare greiene:

$$V_{\text{fyrstikkeske}} = (0.06 \cdot 0.04 \cdot 0.02)\ \text{m}^3 = 48 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

Hvis vi skal dytte hele massen til jorda inn i en fyrstikkeske, blir tettheten:

$$\rho_{\text{jorda i en fyrstikkeske}} = \frac{M_J}{V_{\text{fyrstikkeske}}} \approx 1 \cdot 10^{29}\ \text{kg/m}^3.$$

Sammenlignet med tettheten til en nøytronstjerne blir det

$$\frac{\rho_{\text{jorda i en fyrstikkeske}}}{\rho_N} \sim \frac{10^{29}}{10^{17}} = 10^{12},$$

altså en billion ganger større tetthet enn en nøytronstjerne. Så, om vi hadde klart å komprimere jorda så mye at den fikk plass i en fyrstikkeske ville vi oppnådd en tetthet langt langt høyere enn atomkjerner og nøytronstjerner. Så dette er nok ikke særlig realistisk.

S 1.3 Dimensjonsanalyse 1

a) For hver av de gitte størrelsene, fyll inn enheten til størrelsen ved å bruke enhetene til masse (kg), lengde (m) og tid (s).

   1) Posisjon x =
   2) Hastighet v =
   3) Akselerasjon a =
   4) Kraft F =

b) For hver av likningene under, identifiser om likningen har riktige enheter ved å enten sette bokstaven L for lovlig eller U for ulovlig etter likningen. Likningene inneholder størrelsene t som representerer tid, d som representerer distanse, v som representerer hastighet og F som representerer kraft.

   1) $\Delta t = \frac{mv}{F}$
   2) $\Delta t = \frac{F}{mv}$
   3) $\Delta t = \frac{Fv}{m}$
   4) $d = \frac{mv^2}{F}$
   5) $d = \frac{F}{m}$
   6) $d = \frac{mv}{F}$

Oppgave laget av Joe Redish, via Nexus/Physics.

Løsning:

a) 1) Posisjon x = m

2) Hastighet v = m/s
3) Akselerasjon a = m/s^2
4) Kraft F = kg·m/s^2

b) 1) $\left[\frac{mv}{F}\right] = \text{s} = [\Delta t]$, så L
2) $\left[\frac{F}{mv}\right] = \frac{1}{\text{s}} \neq \text{s}$, så U
3) $\left[\frac{Fv}{m}\right] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} \neq \text{s}$, så U
4) $\left[\frac{mv^2}{F}\right] = \text{m} = [d]$, så L
5) $\left[\frac{F}{m}\right] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \neq \text{m}$, så U
6) $\left[\frac{mv}{F}\right] = \text{s} \neq \text{m}$, så U

S 1.4 Dimensjonsanalyse 2

For noen år siden gikk en student gjennom følgende regne-steg på en eksamensoppgave:

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$
$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}(MR^2)\omega^2$$
$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}(MR^2)\left(\frac{v^2}{R}\right)^2$$
$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}v^4$$

Dere vet ikke ennå hva de forskjellige symbolene betyr, men får oppgitt hvilken enhet hver av dem har nederst i oppgaven.

a) Er det mulig at den siste likningen er korrekt?

b) Dersom den siste likningen *ikke* er korrekt, betyr det at det er noe galt med den første likningen som utgjør utgangspunktet?

c) Dersom den siste likningen ikke er korrekt og det ikke er noe galt med utgangspunktet, kan du identifisere hvor feilen ligger?

- M er i kg
- g er i m/s^2
- h er i m
- ω er i 1/s
- v er i m/s
- R er i m

- I er i $\mathrm{kg{\cdot}m^2}$

Oppgave laget av Joe Redish, via Nexus/Physics.

Løsning:

a) Den siste likningen har enheter

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot \mathrm{m} = \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}} + \frac{\mathrm{m^4}}{\mathrm{s^4}} \Rightarrow \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}} = \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}} + \frac{\mathrm{m^4}}{\mathrm{s^4}}$$

Vi kan derfor se at venstre side og det andre leddet på høyre side *ikke* har samme enheter, som betyr at siste likning er feil.

b) Den første likningen har enheter

$$\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}} + \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m^2} \cdot \frac{1}{\mathrm{s^2}} \Rightarrow \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}} + \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}$$

Her har alle ledd på begge sider av likhetstegnet samme enheter, så det er ikke noe galt med utgangspunktet.

c) Det går galt når ω er erstattes med v^2/R, siden $[\omega] = 1/\mathrm{s}$ mens $[v^2/R] = \mathrm{m/s^2}$.

S 1.5 Trykk som funksjon av dybde

Endringen i trykk Δp etterhvert som man beveger seg ned under vannoverflaten avhenger av tettheten ρ til vannet, det gravitasjonelle feltet g, og dybden d man befinner seg under overflaten. En likning for Δp vil inneholde disse tre størrelsene. Enhetene til størrelsene er

- $[\Delta p] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m{\cdot}s^2}}$
- $[\rho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$
- $[g] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$
- $[d] = \mathrm{m}$

Vi forventer at endringen Δp i trykk vil være proporsjonal til en potens av d, altså d^n, der n kan være positiv eller negativ. Hvis vi nå sier at *kun* resonnementer som bruker enheter er tillatt, kan du da bestemme n?

a) Nei.

b) Jeg er sikker på at det er mulig, men vet ikke hvordan jeg skal gjøre det.

c) Ja, og verdien til n er _____

Løsning: Dersom man ganger de tre oppgitte størrelsene med hverandre, får man at

$$[\rho] \cdot [g] \cdot [d] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot \mathrm{m} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s^2}} = [\Delta p]$$

n må derfor være lik 1.