Oppgave 3 (17 poeng)

Du slipper en bowlingkule slik at den sklir med initialhastighet v_0 langs en horisontal bane. Kulen, som har masse m og radius R, har ingen vinkelhastighet når du slipper den. Den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom kulen og banen er μ_d. Treghetsmomentet til kulen om massesenteret er $I = \frac{2}{5}mR^2$.

a. Tegn et frilegemediagram til kulen og navngi alle kreftene. (3 poeng)

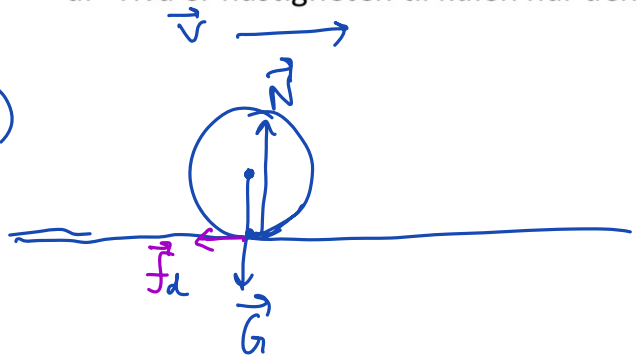
b. Finn både lineærakselerasjon og vinkelakselerasjon til kulen, uttrykt som funksjon av friksjonskoeffisienten μ_d, radiusen R og tyngdeakselerasjonen g. (6 poeng)

c. Vis at kulen begynner å rulle uten å skli etter en tid: (5 poeng)

$$t_r = \frac{2}{7}\frac{v_0}{\mu_d g}$$

d. Hva er hastigheten til kulen når den begynner å rulle uten å skli? (3 poeng)

a)



$\vec{N}$: normalkraft

$\vec{G}$: tyngdekraft

$\vec{f}_d$: dynamisk friksjonskraft

b) Antar ingen luftmotstand

Ingen bev. i vertikal retn,

N2L: $N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$

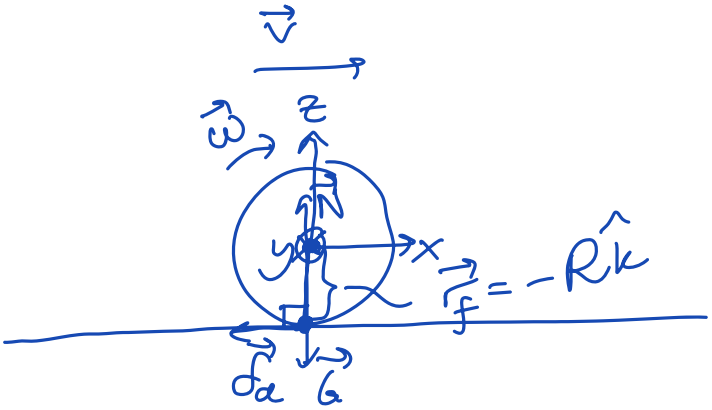
Horisontal retn,

N2L: $f_d = ma$

$|\vec{f}_d| = \mu_d N = \mu_d mg$

$\Rightarrow a = \frac{f_d}{m} = -\mu_d g$

Vinkelakselerasjon:



NIL for rotasjoner:

$$\sum \tau_0 = I\alpha \quad (i)$$

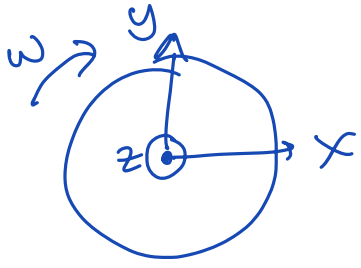
Eneste kraft med kraftmoment om en akse gjennom massesenteret er friksjon:

$$|\vec{\tau}_f| = R\mu_d mg \qquad (|\vec{\tau}_f| = |\vec{r}_f \times \vec{f}_a|)$$

Fra (i): $$|\vec{\alpha}| = \frac{|\vec{\tau}_f|}{I} = \frac{R\mu_d mg}{\frac{2}{5}mR^2} = \frac{5}{2}\frac{\mu_d g}{R}$$

$$\vec{\alpha} = \frac{5}{2}\frac{\mu_d g}{R}\hat{j}$$

I løsn. forslaget:



$$\vec{\omega} = -\omega\hat{k}$$

$$\vec{\alpha} = -\frac{5}{2}\frac{\mu_d g}{R}\hat{k}$$

c) Siden konst. a og α:

bev. ligninger

$$v(t) = v_0 + at = v_0 - \mu_d g t$$

$$\omega(t) = \omega_0^{=0} + \alpha t = \frac{5}{2}\frac{\mu_d g}{R} t$$

Rullebetingelse:

$$v_{cm} = \omega R$$

$$v_0 - \mu_d g t_r = \frac{5}{2}\frac{\mu_d g}{R} t_r \cdot R$$

$$v_0 = \left(\mu_d g + \frac{5}{2}\mu_d g\right) t_r$$

$$\Rightarrow t_r = \frac{v_0}{\frac{7}{2}\mu_d g} = \frac{2}{7}\frac{v_0}{\mu_d g}$$

d) Hastigheten når den ruller uten å skli:

$$v(t_r) = v_0 - \cancel{\mu_d g} \cdot \frac{2}{7}\frac{v_0}{\cancel{\mu_d g}} = \frac{5}{7} v_0$$

Retn: $+\hat{i}$

