FYS1100 Mekanikk og modellering, vår 2025

Forelesning uke 9: Driv (=bevegelsesmengde) og impuls

(AMS 12.1-12.3)

Læringsmål: Definisjon på ***kollisjoner***. Vite hva ***driv*** (=bevegelsesmengde) og ***impuls*** (endring i bevegelsesmengde) er og hvordan disse størrelsene brukes for å beskrive kollisjoner. Bevaring av driv (vår ***andre bevaringslov***).

Beskjeder:

- ✓ Lenke for midtveisundersøkelse i Canvas, frist 31. mars 😊

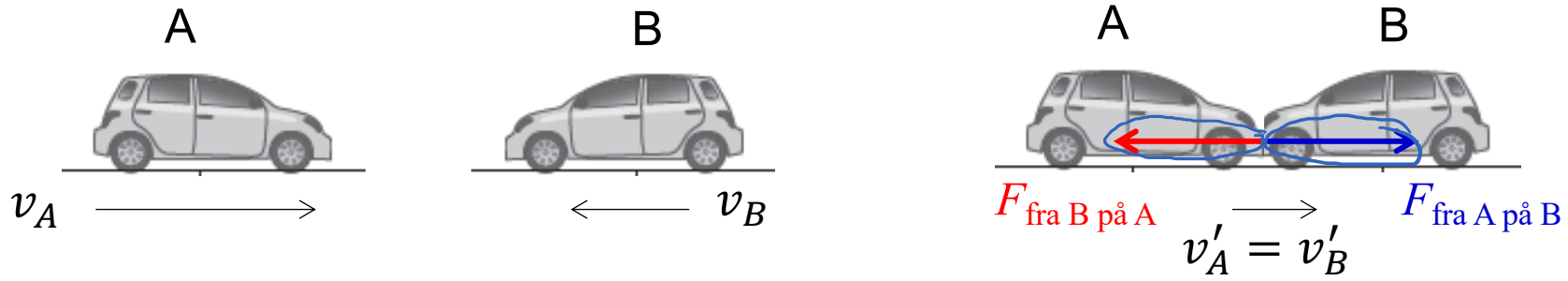


Mandag 24.03.2025

@stembestpractic

Kollisjoner – eksempel: to biler kolliderer

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]



N2L for bil A:

$\vec{F}_{B\to A} = m_A\vec{a}_A$

N2L for bil B:

$\vec{F}_{A\to B} = m_B\vec{a}_B$

N3L: $\vec{F}_{B\to A} = -\vec{F}_{A\to B} \Longrightarrow m_A\vec{a}_A + m_B\vec{a}_B = \vec{0}$

Vanskelig å modellere kraften! 😕

For en tid t_0 før og en tid t_1 etter kollisjonen:

$$\int_{t_0}^{t_1}(m_A\vec{a}_A + m_B\vec{a}_B)\,dt = m_A\int_{t_0}^{t_1}\vec{a}_A\,dt + m_B\int_{t_0}^{t_1}\vec{a}_B\,dt = \vec{0}$$

$$m_A[\vec{v}_A(t_1) - \vec{v}_A(t_0)] + m_B[\vec{v}_B(t_1) - \vec{v}_B(t_0)] = \vec{0}$$

$$m_A\vec{v}_A(t_0) + m_B\vec{v}_B(t_0) = m_A\vec{v}_A(t_1) + m_B\vec{v}_B(t_1)$$

$\Rightarrow$ Summen $m_A\vec{v}_A(t) + m_B\vec{v}_B(t)$ er bevart!

Driv (= bevegelsesmengde) 🚀

Driv (bevegelsesmengde): $\vec{p} = m\vec{v}$

«(Translational, or linear) momentum»

Starten på kap. 12 i boka:
«To galakser kolliderer, som fører til at millioner og millioner av stjerner vekselvirker med hverandre...» ✨

Andromeda er på vei mot Melkeveien med en fart på 110 km/s 😱.
Men fortsatt ca 5 milliarder år til kollisjonen med selve galaksen 😅

https://earthsky.org/astronomy-essentials/earths-night-sky-milky-way-andromeda-merge



Driv (= bevegelsesmengde) 🚀

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

Newtons andre lov:

$$\sum_i \vec{F}_{i,ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \underbrace{\frac{dm}{dt}}_{=0}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

hvis *m* er konstant

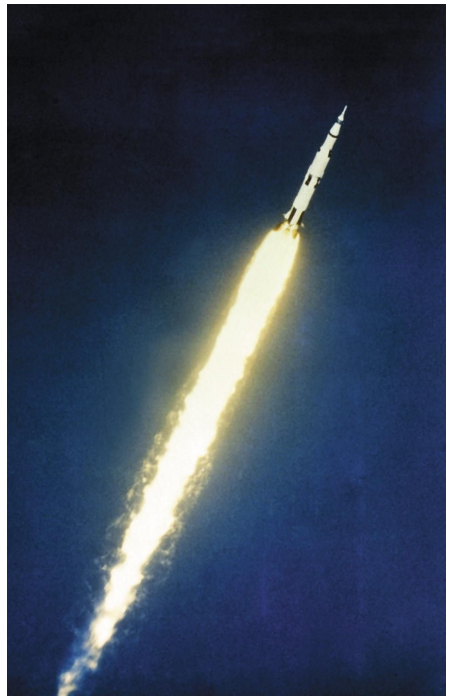
Senere:

- eksempel på et system hvor også *massen* endrer seg: en ***rakett***! 🚀

$$\sum_i \vec{F}_{i,ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

er den ***mest generelle formuleringen*** av Newtons andre lov 😍

Nettokraften som virker på et legeme ***forandrer bevegelsesmengden***



Bevaringslov for driv (bevegelsesmengde) 🚀

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

$$\sum_i \vec{F}_{i,ext} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d}{dt}(\vec{p}_A + \vec{p}_B) = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_A + \vec{p}_B = \text{konstant}$$

Hvis det ***ikke er noen ytre krefter på et system*** ⇔ ***bevegelsesmengden*** for systemet ***er bevart***

- ***vektorligning***, gjelder for alle komponenter separat,
  f.eks. $\sum F_x = 0 \Longrightarrow p_x = \text{konstant}$
- gjelder for ***vilkårlig mange*** partikler
- gjelder for ***alle typer krefter*** mellom partikler
  (ikke bare konservative!)

Noethers teorem:
symmetri ⇔ bevaringslov 🤩
«Homogenitet» av rommet ⇒ bevaring av *bevegelsesmengde*
(valg av origo, koordinatsystem)



Emmy Noether
1882 - 1935

Impuls (endring i driv)

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

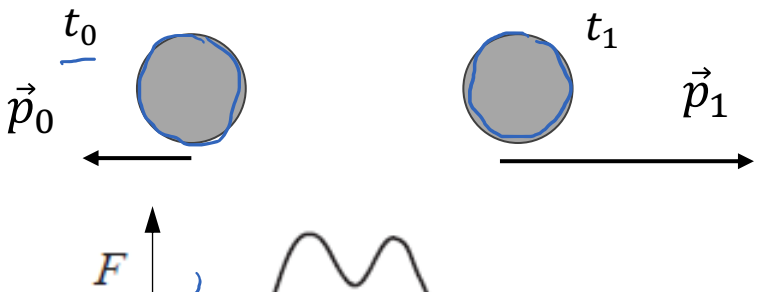


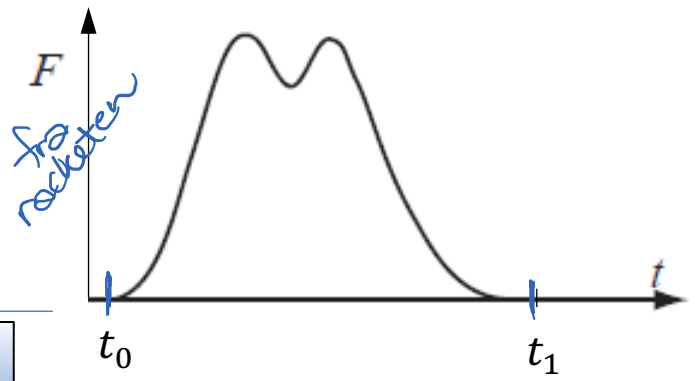


Ballen påvirkes av en (komplisert) netto kraft $\vec{F}(t)$
som vi ikke er særlig interesserte i, egentlig 🤭

Hva om vi integrerer kraften ($\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$) i tidsrommet t_0 til t_1:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\,dt = \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\vec{p}}{dt}\,dt = \int_{\vec{p}(t_0)}^{\vec{p}(t_1)} d\vec{p} = \vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0) = \vec{J}$$





$\vec{J}$: endring i bevegelsesmengde, ***impuls*** 🤩

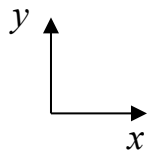
Mentimeter En vogn krasjer i en vegg

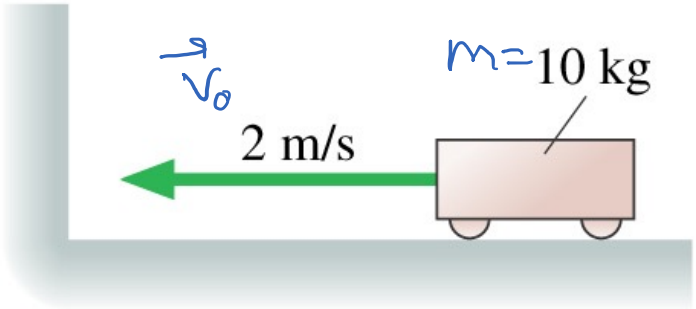
www.menti.com 2645 5475

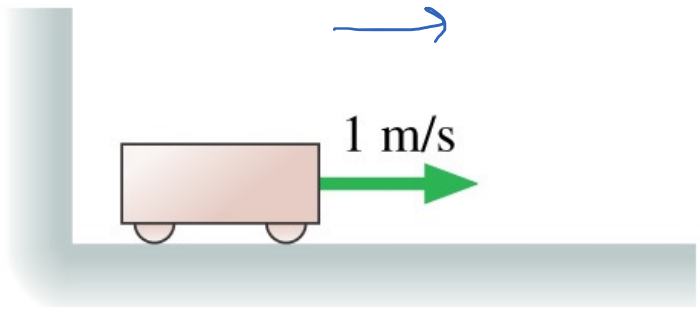
$\vec{p} = m\vec{v}$

Hva er *endringen* i bevegelsesmengden til vognen?

1. -30 kg m/s
2. -20 kg m/s
3. -10 kg m/s
4. 10 kg m/s
5. 30 kg m/s





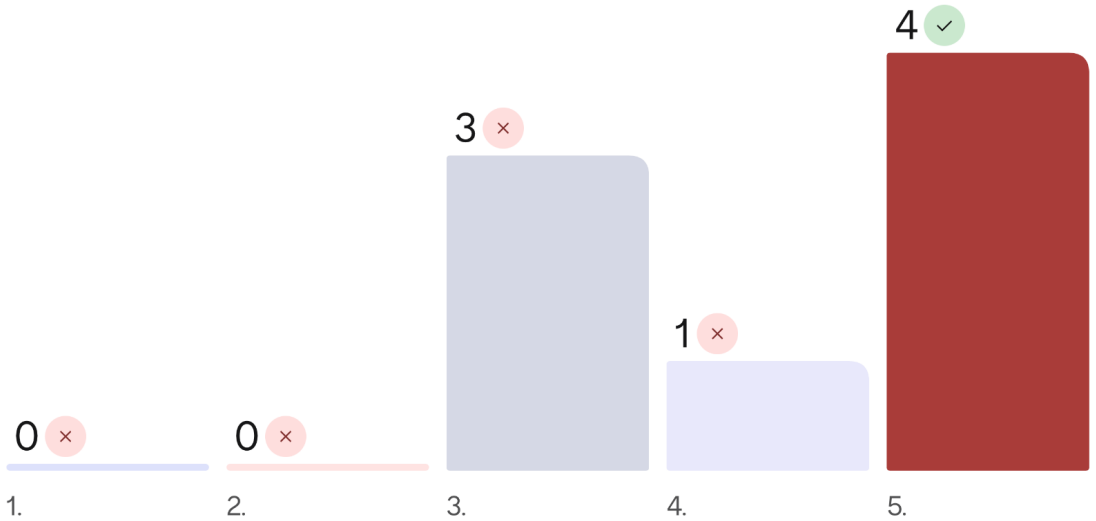


$\vec{p}_0 = m\vec{v}_0 = -20\ \text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{i}$

$\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = +10\ \text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{i}$

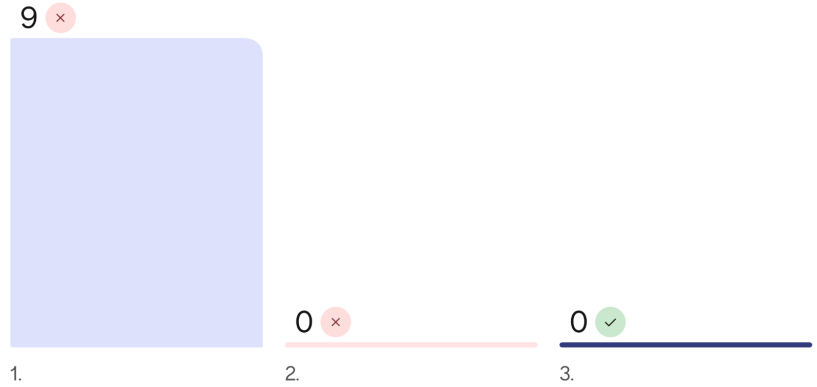
Endring i impuls:

$\Delta\vec{p} = \vec{J} = +30\ \text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{i}$



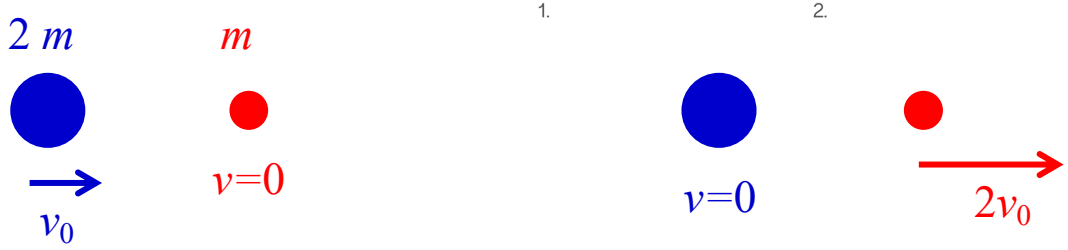
Mentimeter En liten og en stor ball kolliderer

www.menti.com 2645 5475



En stor ball med masse $M = 2\,m$ og hastighet v_0 kolliderer med en liten ball med masse m som er i ro. Er det mulig at den store ballen stanser fullstendig og den lille fortsetter med hastighet $v = 2\,v_0$?

1. Ja, det er mulig.
2. Nei, det bryter med bevaring av bevegelsesmengde.
3. Nei, det bryter med bevaring av mekanisk energi.



Driv

$p_0 = (2m)v_0 + 0 = 2mv_0$

$p_1 = 0 + m(2v_0) = 2mv_0$

ok

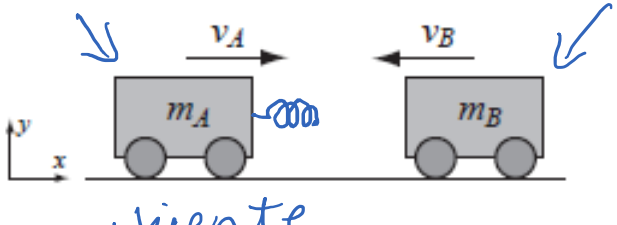
Mek. energi (U = konst)

$K_0 = \frac{1}{2}(2m)v_0^2 = mv_0^2$

$K_1 = \frac{1}{2}m(2v_0)^2 = 2mv_0^2$!!

Elastiske og uelastiske kollisjoner

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]



ukjente

Kollisjon i én dimensjon

Bevaring av bevegelsesmengde: $m_A v_{A0} + m_B v_{B0} = m_A v_{A1} + m_B v_{B1}$

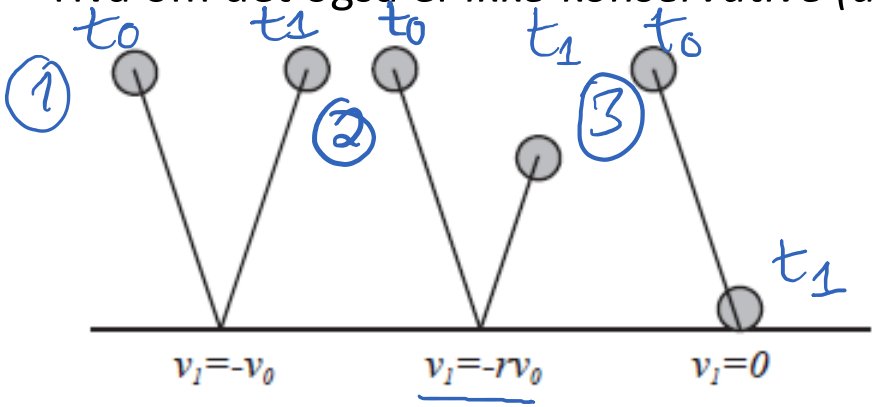
1 ligning, 2 ukjente! 😮 Vi trenger mer informasjon!

Hvis det virker bare *konservative (elastiske) krefter* i kollisjonen → bevaring av mekanisk energi: (Sette $U=0$J)

$$\frac{1}{2} m_A v_{A0}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B0}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B1}^2$$

2 ligninger, 2 ukjente: vi kan finne $v_{A,1}$, $v_{B,1}$ 😀

Hva om det også er *ikke-konservative (deformerende)* krefter? 🤔



Restitusjonskoeffisient r: $v_1 = -r v_0$

① **Elastisk kollisjon:** $r=1$, $v_1 = -v_0$

Mekanisk energi er bevart 👍

Uelastisk kollisjon: $0 < r < 1$, $v_1 = -r v_0$

Mekanisk energi er *ikke* bevart

Fullstendig uelastisk kollisjon: $r=0$, $v_1=0$

Eksempel: en ball spretter i gulvet

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]



Impuls:

$$\vec{J} = \Delta\vec{p} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\,dt$$

integralet

Impulsen = ~~integralet~~ under kurven

- **Styrke** og **varighet** av kraften viktig
- Her: kontaktkraft **>>** gravitasjon

Del 1: ballen faller

Del 2: ballen deformeres i kontakt med gulvet

⇒ mulig *komplisert kraft* fra gulvet på ballen

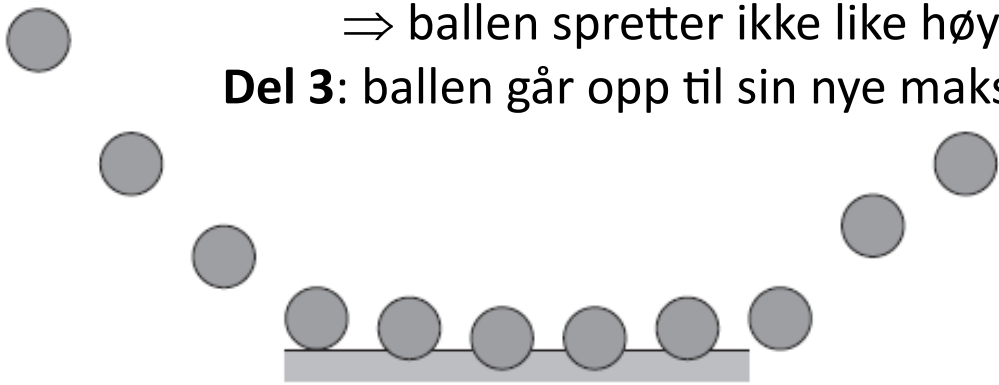
⇒ *endring* av bevegelsesmengde

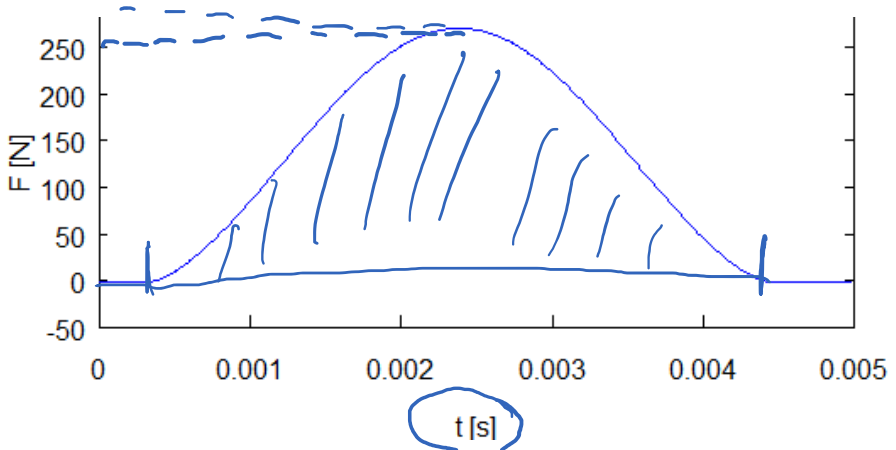
kraften behøver ikke være konservativ! Isåfall:

⇒ mekanisk energi er ikke bevart

⇒ ballen spretter ikke like høyt opp igjen

Del 3: ballen går opp til sin nye maksimale høyde





Eksempel: en ball spretter i gulvet

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

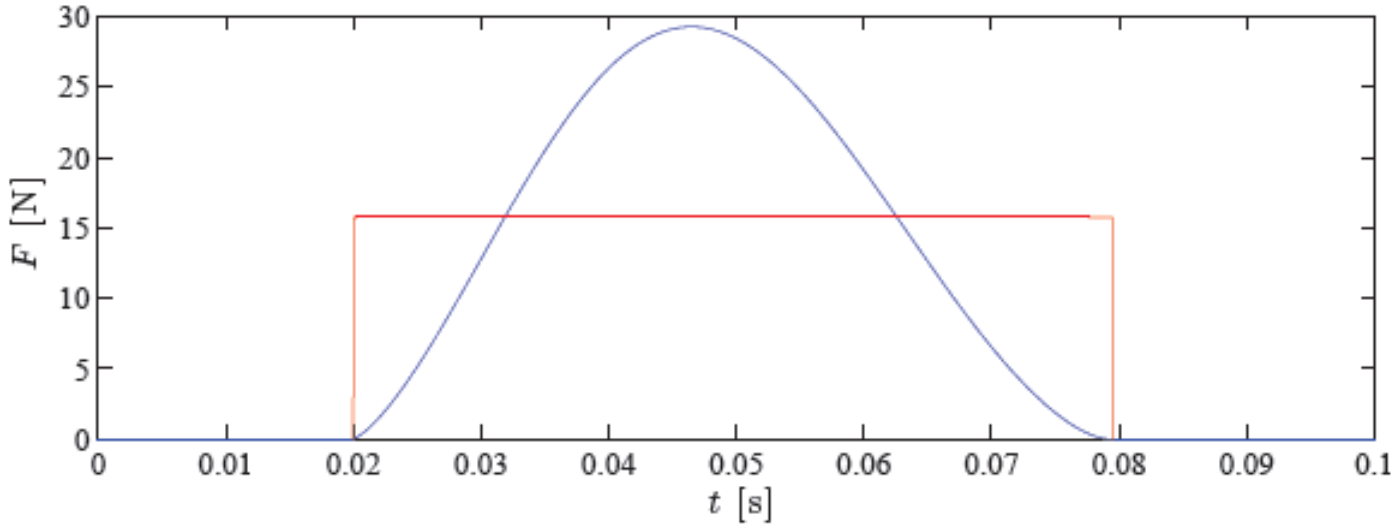
Vanskelig å modellere kraften i en kollisjon! 😕

- ofte kjenner vi ikke $F(t)$

MEN: vi kan måle bevegelsesmengde *før* og *etter* kollisjonen 😀

- impulsen gir informasjon om den *gjennomsnittlige* kraften! 🥳

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\vec{J} = \frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\cdot dt = \vec{F}_{average}$$



Samme ~~integral~~ areal rød boks, og blå kurve

Takk for i dag! 😀