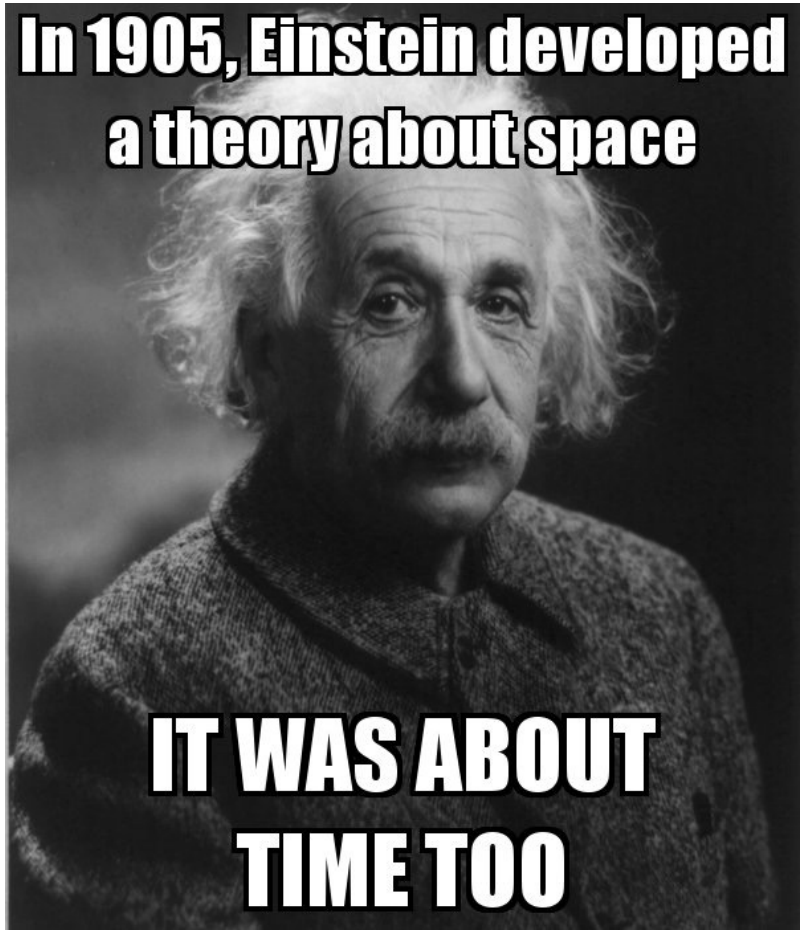
FYS1100 Mekanikk og modellering, vår 2025
Forelesning uke 13: Relativbevegelse, Galileo-transformasjonene. Spesiell relativitetsteori.

(AMS 6.4, kompendium kap. 18)

Læringsmål: Vite hva et ***inertialsystem*** er og beskrive ***relativ bevegelse***, og kjenne til ***Galileo-transformasjonene.*** Vite hva ***Einsteins postulater*** er. Vite hva en ***hendelse*** og ***samtidighet*** betyr. Vite hva ***tidsdilatasjon*** og ***lengdekontraksjon*** er.



Beskjeder:

- ✓ **Eksperiment 2**: seminartime i morgen (29. april), og også seminartime 6. mai (oppgavetekst legges ut i Canvas).
- ✓ ***Sjekk at dere har 4 obliger og begge eksperimenter godkjent innen 9. mai***

Mandag 28.04.2025

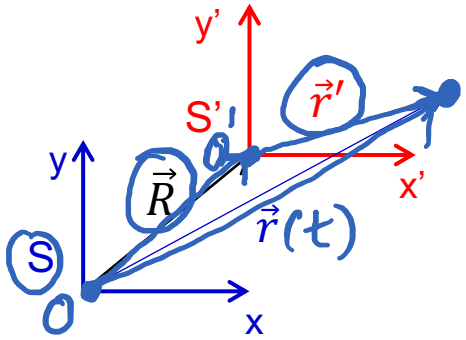
Referansesystemer og relativ bevegelse

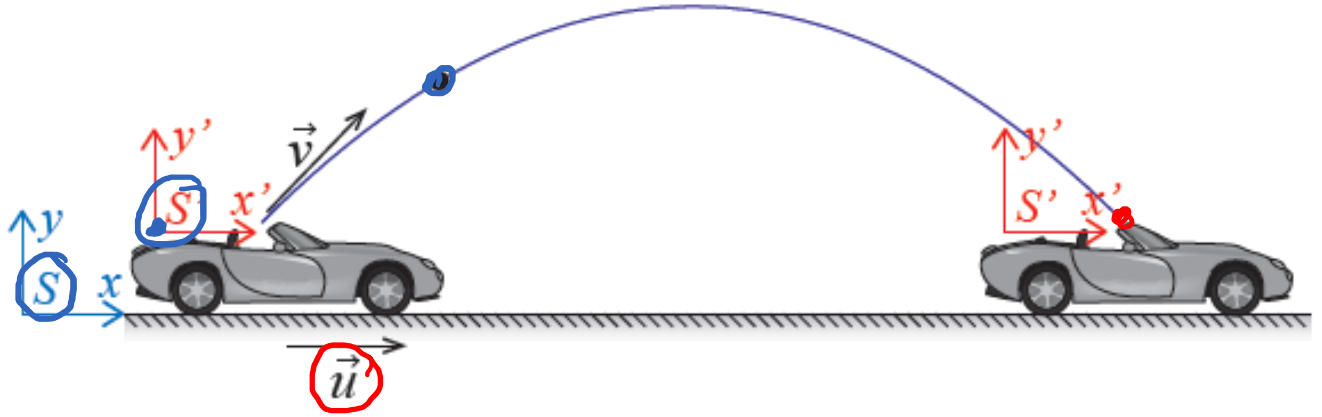
[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

En person kjører med konstant hastighet i en åpen bil og kaster en ball rett oppover.
Hvordan vil en annen person som står på gaten beskrive bevegelsen? (Vi ser bort fra luftmotstand.)

Sett fra bilen (system *S'*): ballen beveger seg rett opp og faller rett ned igjen.

Sett fra gaten (system *S*): bevegelsen beskrives som en skrått kast





Posisjon til ballen i gate-system S: $\vec{r}(t)$

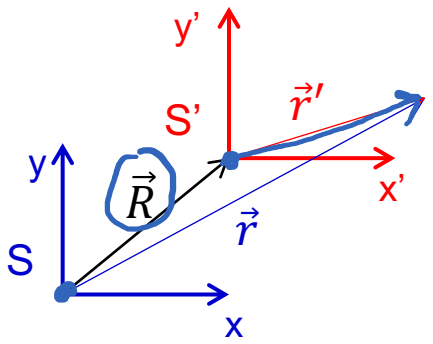
Posisjon til ballen i bil-system S': $\vec{r}'(t)$

Posisjon til bilen i gate-system: $\vec{R}(t)$

$$\vec{r}(t) = \vec{R}(t) + \vec{r}'(t)$$

Relativ bevegelse: Galileo-transformasjoner

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]



Hvis bilen kjører med konstant hastighet $\vec{u}$

$$\vec{r}(t) = \vec{R}(t) + \vec{r}'(t)$$

Deriverer:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{u} + \vec{v}'$$

Akselerasjonen:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{0} + \vec{a}'(t) = \vec{a}'(t)$$

Samme akselerasjon i begge referansesystemer

Referansesystemer som beveger seg med konstant hastighet er ***inertialsystemer***. ***Samme*** krefter og akselerasjon i begge referansesystemer.

Galileo-transformasjoner 👍

Hvordan beskriver vi bevegelsen til ballen?

Fra bilen (referansesystem S'):

Eneste kraft er gravitasjon: $\vec{G} = -mg\hat{j}$

Initialbetingelse: $\vec{v}'(t_0) = \vec{v}_0' = v_0\hat{j}$

Kun i y-retn

Fra gaten (referansesystem S):

Eneste kraft er gravitasjon: $\vec{G} = -mg\hat{j}$

Initialbetingelse:

$$\vec{v}(t_0) = \vec{u} + \vec{v}'(t_0) = u\hat{i} + v_0\hat{j}$$

Oppfatninger på slutten av 1800-tallet

Alle typer bølger trenger et *medium* å bre seg i

Konsekvens: verdensrommet må være fylt av «eter» slik at lysbølger kan forplante seg

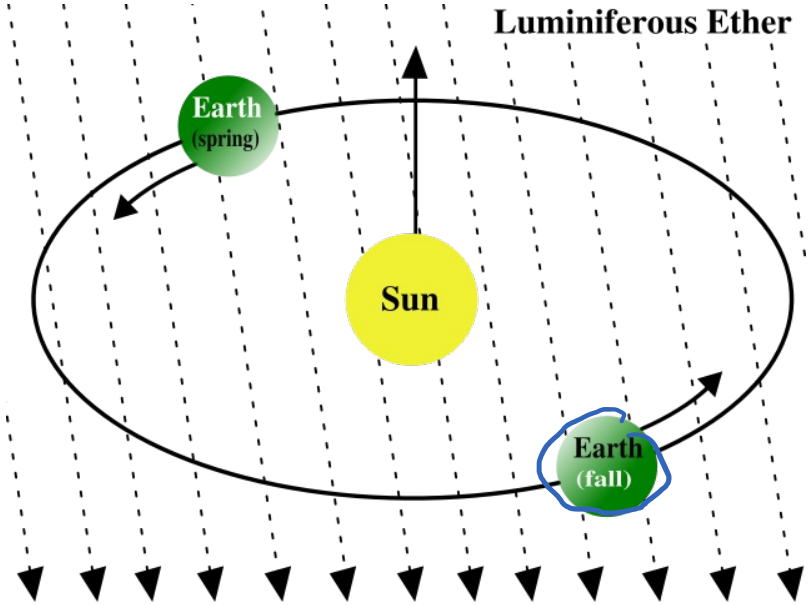
- må være overalt: vi ser stjerner
- planetene går gjennom uten motstand



Konsekvens: jorden beveger seg relativt til eteren

⟹ lysets hastighet sett fra jorden er avhengig av retningen *relativt* til eteren



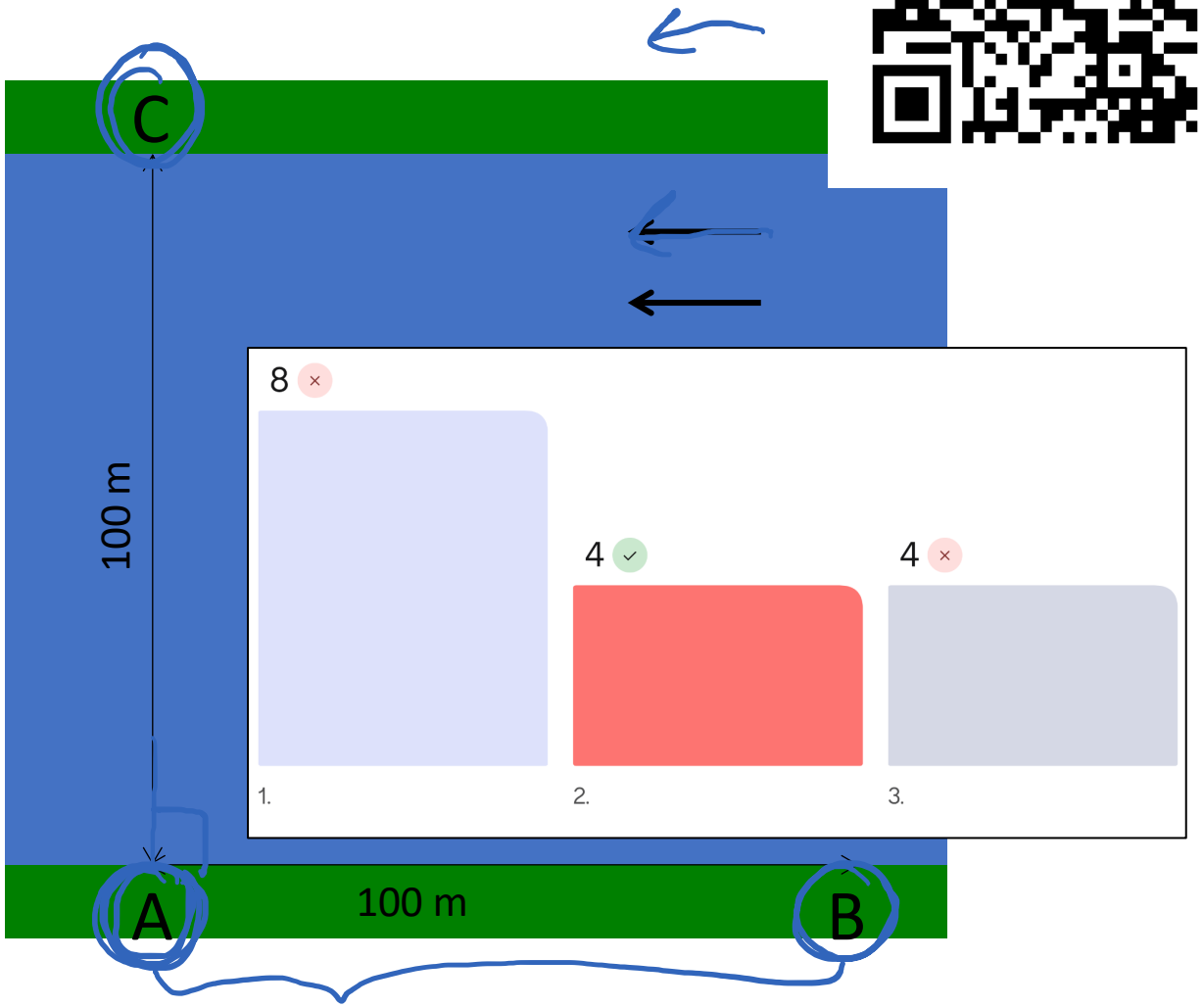


Mentimeter På svømmetur 🏊‍♀️

www.menti.com kode 4841 8793

Berit og Camilla kan svømme akkurat like raskt. Berit svømmer 100 m langs elvebredden fra A til B og tilbake, først mot og så med strømningen. Camilla svømmer 100 m fra A til C og tilbake i rett vinkel i forhold til strømningen. Hvem kommer tilbake først?

1. Berit.
2. Camilla.
3. Begge kommer tilbake samtidig.



Svar 2: Camilla 😎

Eksempel: På svømmetur 🏊‍♀️

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

Bevegelse relativt til et medium

Strømningshastighet: $u = 3\ \mathrm{m/s}$ mot venstre

Fart til svømmer relativt til vannet:

$$v = 5\ \mathrm{m/s}$$

Tid for å svømme fra A til B: (Berit)

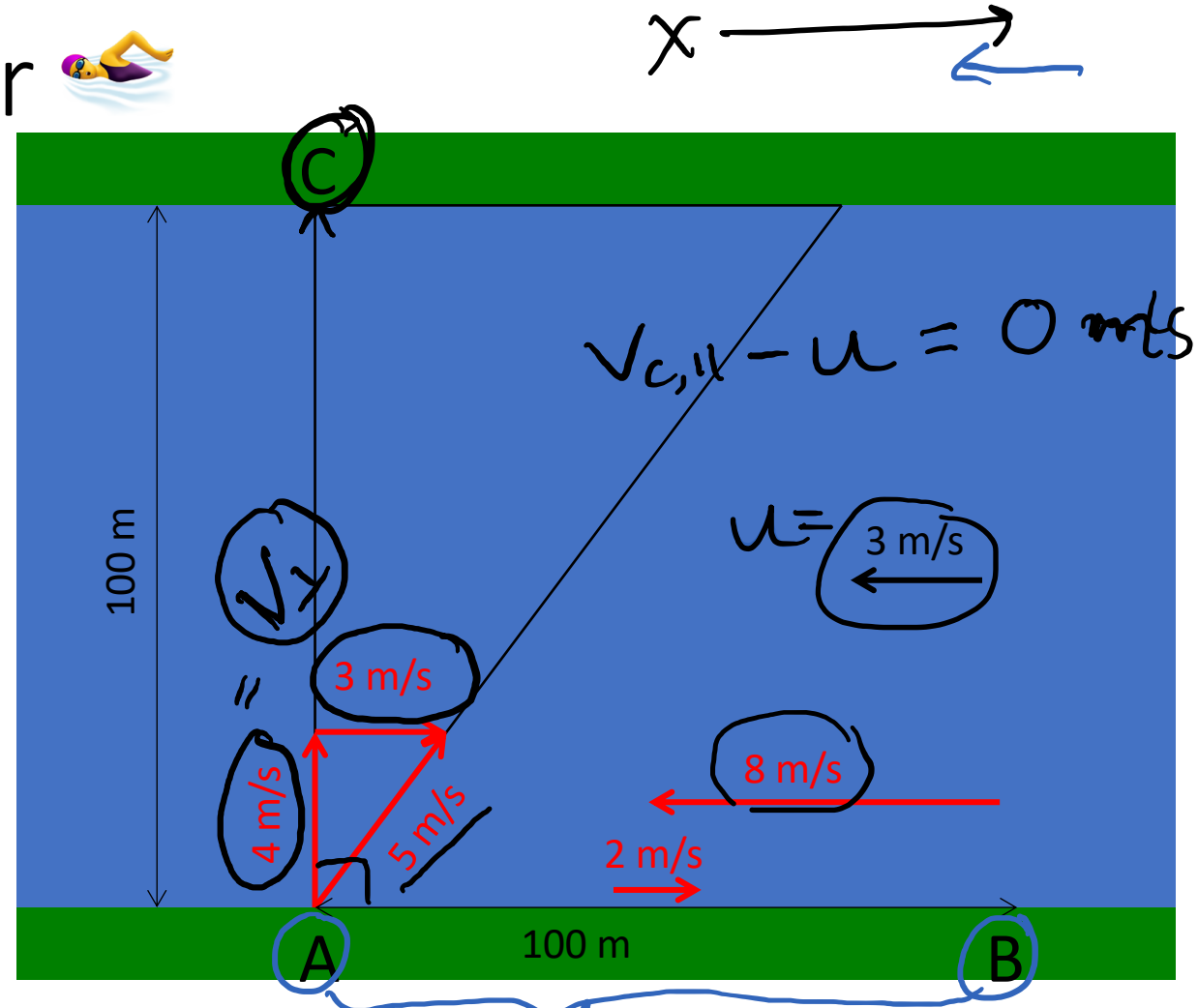
$$t_{AB} = \frac{d}{v-u} = \frac{100\mathrm{m}}{2.0\mathrm{m/s}} = 50\mathrm{s}$$

Tid for å svømme fra B til A: (Berit)

$$t_{BA} = \frac{d}{v+u} = \frac{100\mathrm{m}}{8\mathrm{m/s}} = 12.5\mathrm{s}$$

Tid for å svømme fra A til C: (Camilla)

$$t_{AC} = \frac{d}{v_\perp} = \frac{100\mathrm{m}}{4\mathrm{m/s}} = 25\mathrm{s}$$



Tid for å svømme fra C til A:

Helt likt:

$$t_{CA} = \frac{d}{v_\perp} = 25\mathrm{s}.$$

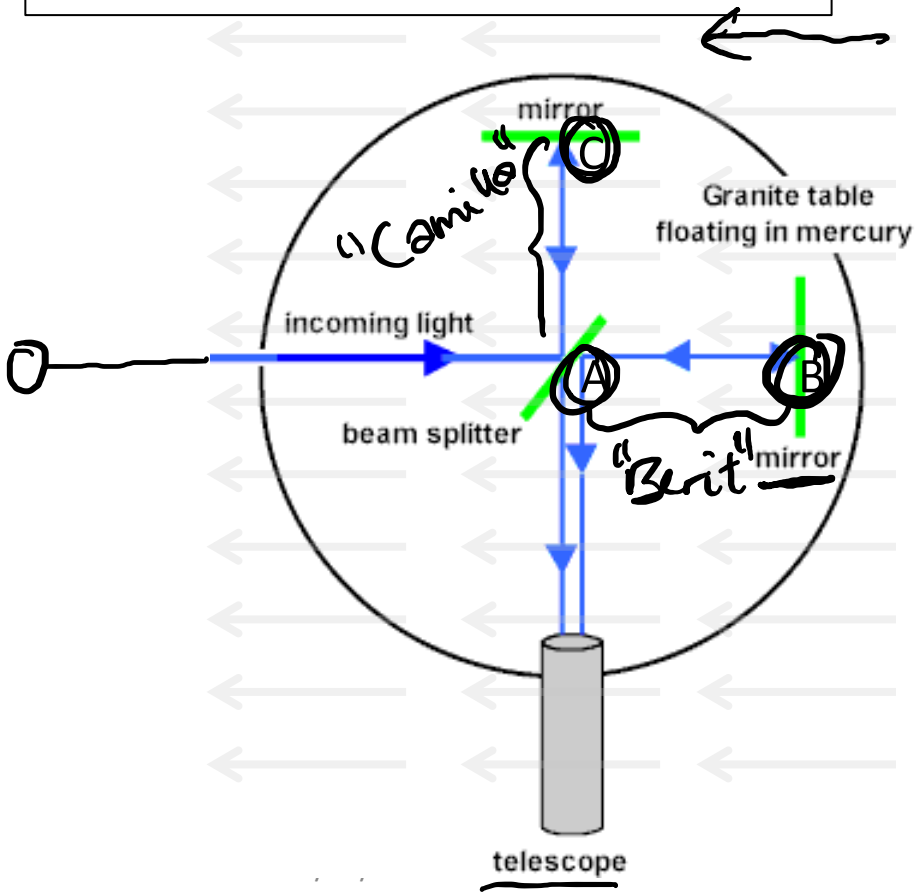
Totalt:

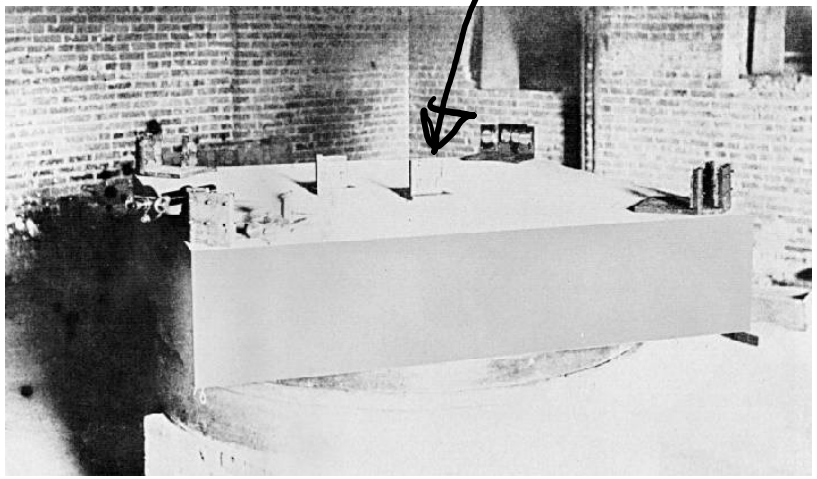
$t_{AB} + t_{BA} = 62.5\mathrm{s}$

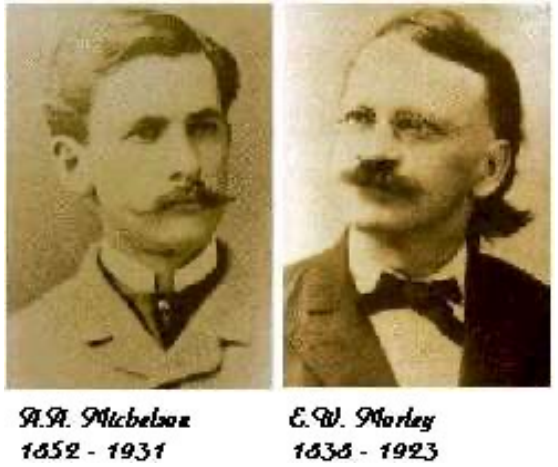
$t_{AC} + t_{CA} = 50\mathrm{s}.$

Michelson-Morley-eksperimentet (1887)

Hensikt: påvise effekten av Jordas bevegelse gjennom eteren







Forventet å se *interferens*

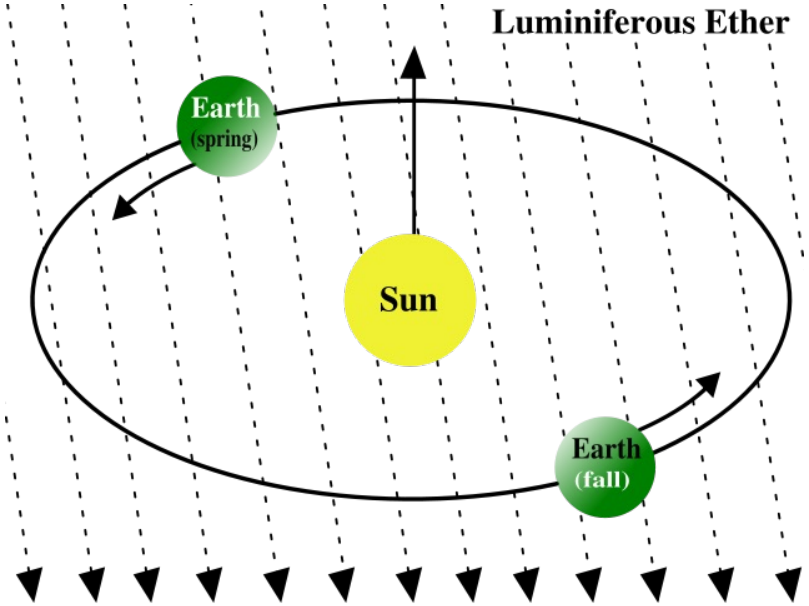


Fant ***ingen*** effekt! 🤯
Lyshastigheten er den samme uansett hvilken retning den måles! 🤯🤯🤯

Einsteins tilnærming 💡

Newtons lover er ***de samme*** i alle inertialsystemer

Hvorfor krever lysbølger et
spesielt referansesystem knyttet til eteren?



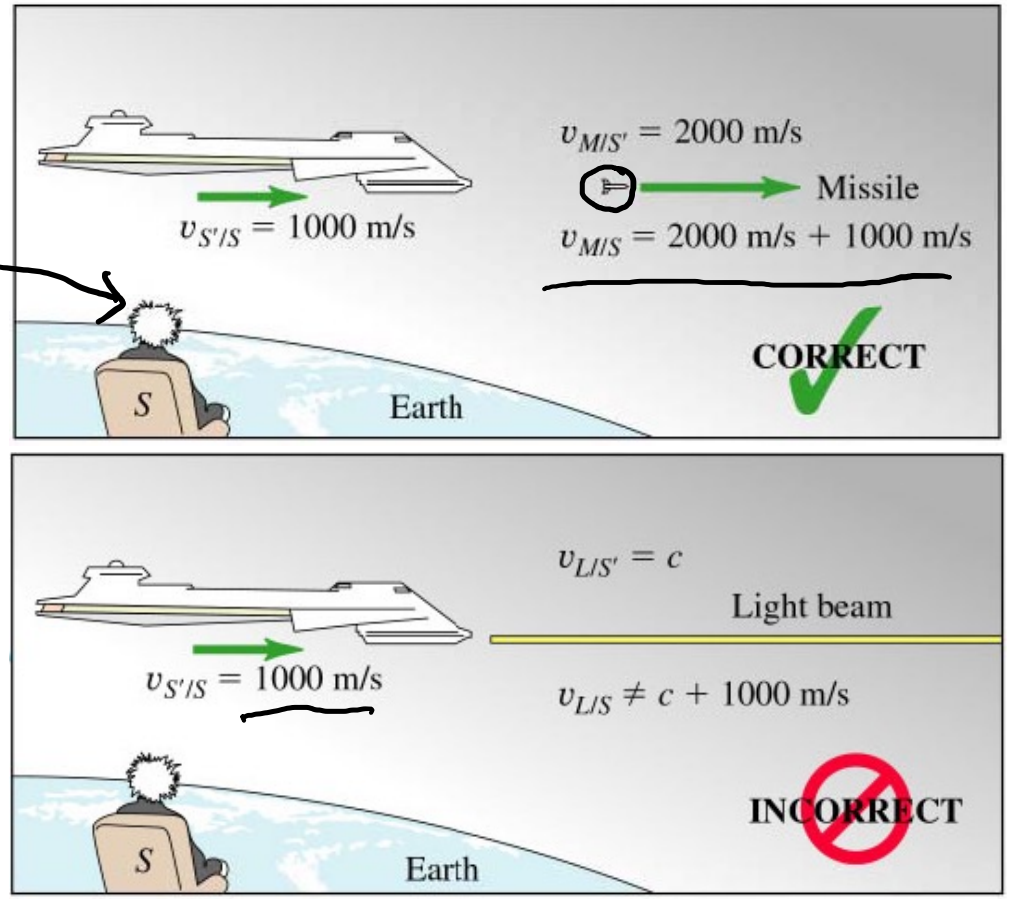


Einsteins postulater

1. *Fysikkens* lover er de samme i alle inertialsystemer.

2. Lyshastigheten er den samme i alle inertialsystemer, og er uavhengig av observatørens bevegelse.

Einstein!



Newtons mekanikk, Galileotransf.

er ***ikke lenger gyldig*** for å beskrive hvordan lys oppfører seg!

Galileo-transformasjon

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

To referansesystemer:
S (f.eks. jorden)
S' (f.eks. romskip)

S' beveger seg relativt til *S* med hastighet *u* langs *x* aksen, hvor *x*- og *x'*- aksene er parallelle

O og *O'* er på samme sted ved tid t=0

Vi beskriver posisjonen til en partikkel *P*

i system *S*: $\vec{r} = (x, y, z)$

i system *S'*: $\vec{r}' = (x', y', z')$

Galileo-transformasjon:

$x = x' + ut$

$y = y'$

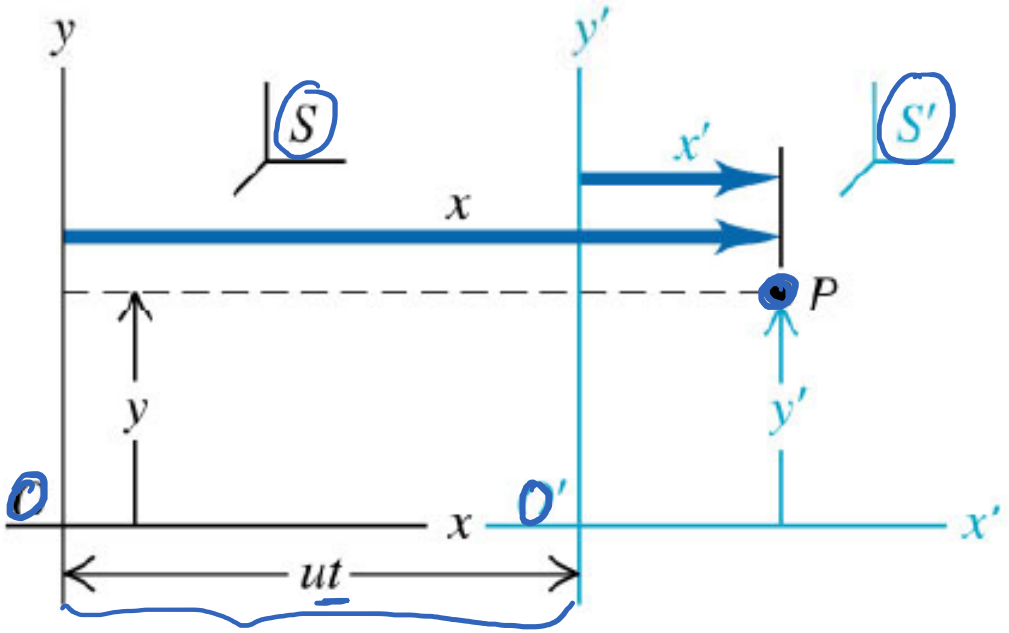
$z = z'$

Deriver:

$v_x = v_x' + u$

$v_y = v_y'$

$v_z = v_z'$



Hva om partikkelen er et foton som beveger seg med lyshastighet? 🤔

Galileo:

$c = c' + u$!

Einsteins 2. postulat: $c = c'$!

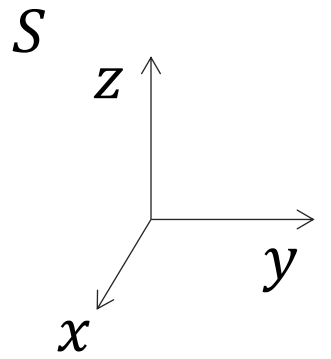
Hvis Einsteins 2. postulat er ***riktig***, så må vi ***modifisere*** Galileo-transformasjonen!

Er ***tiden*** den samme i *S* og *S'*? 🤔😱

Hendelse og samtidighet

Definisjon av hendelse

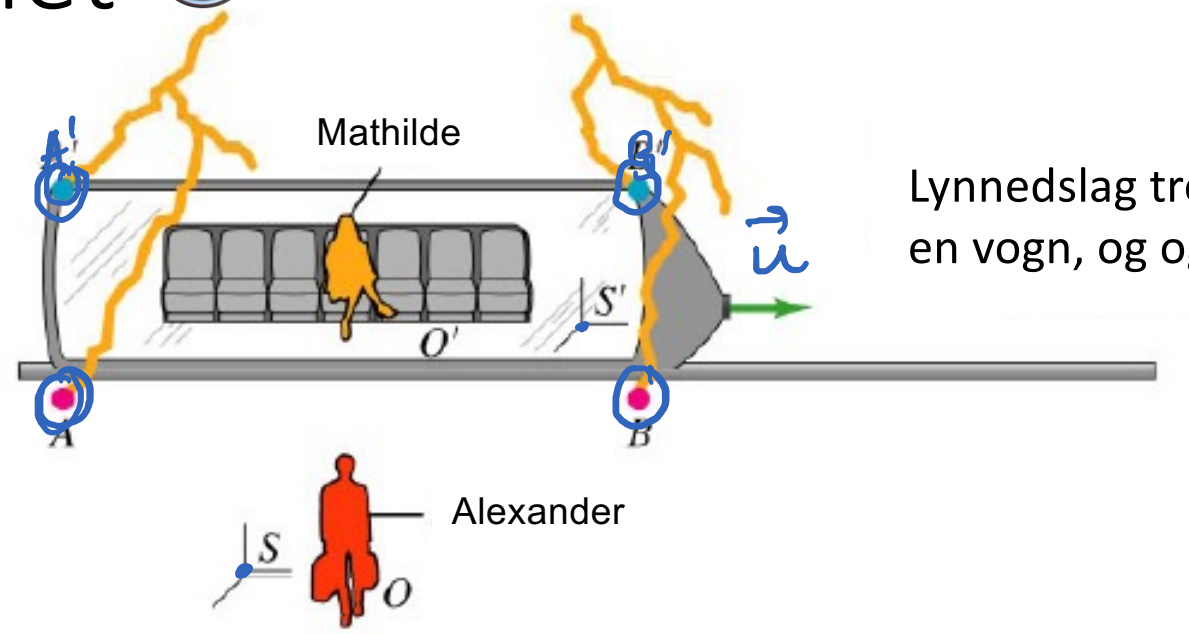
En hendelse er en begivenhet (noe) som kan lokaliseres i rom og tid dvs. gis koordinater (*x,y,z,t*).



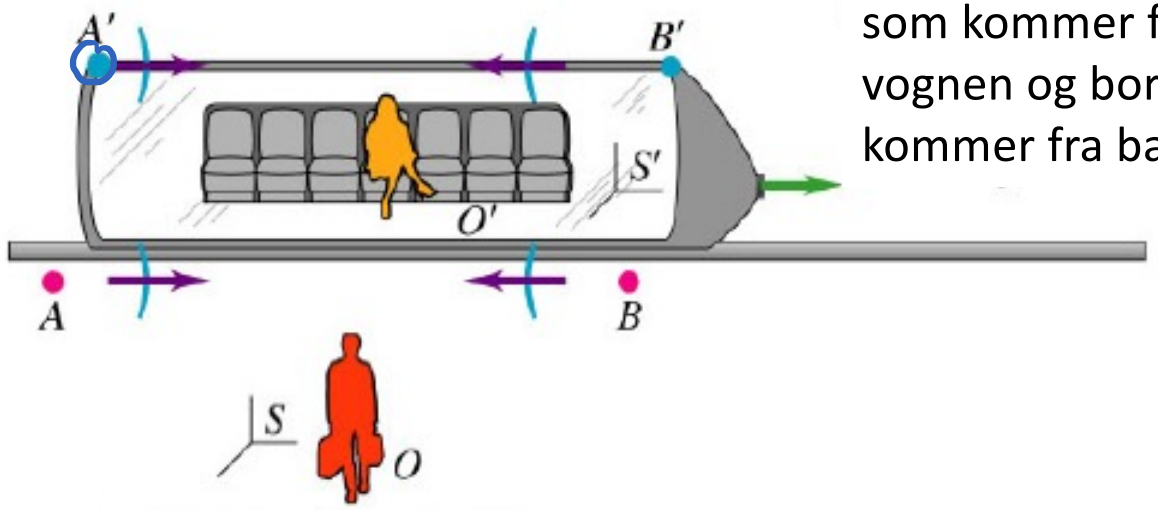
Definisjon av samtidighet

To hendelser er samtidige dersom de inntreffer ved samme tid i ett og samme system *S*.

Samtidighet

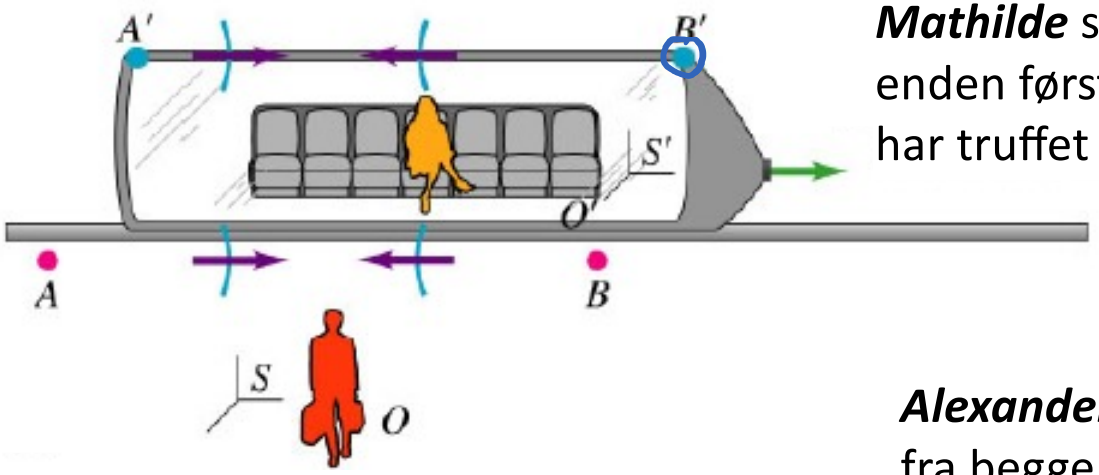


Lynnedslag treffer begge endene av en vogn, og også bakken



Mathilde beveger seg mot lysbølgen som kommer fra den fremre enden av vognen og bort fra lysbølgen som kommer fra bakre enden.

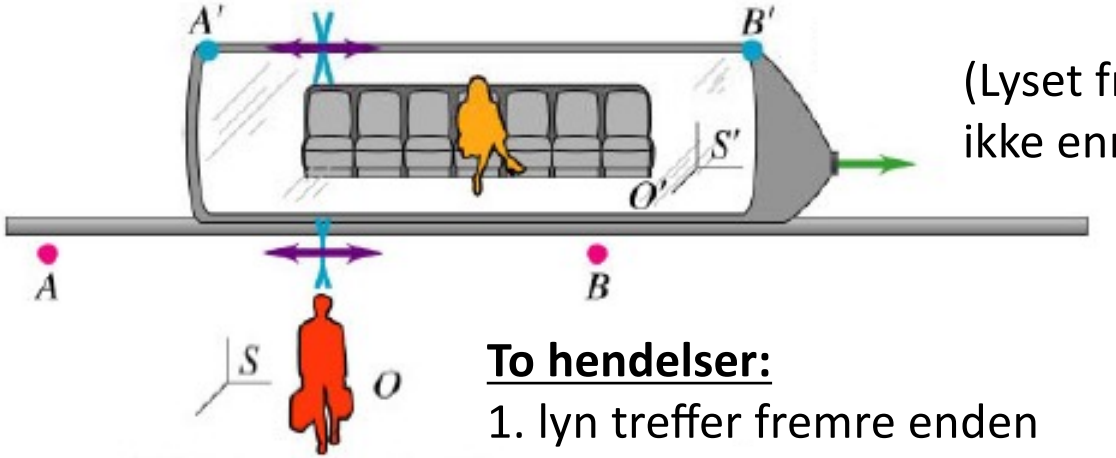
Samtidighet



Mathilde ser lyset fra den fremre enden først; hun konkluderer at lynet har truffet den fremre enden først.

Alexander ser lyset kommer samtidig fra begge endene; han konkluderer at lynet har truffet begge endene samtidig.

(Lyset fra den bakre enden har ikke ennå kommet til Mathilde.)



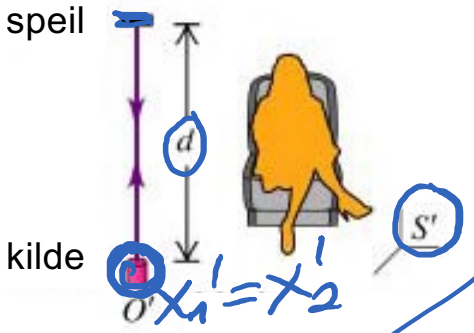
<u>To hendelser:</u>

1. lyn treffer fremre enden
2. lyn treffer bakre enden

Hendelsene er ***samtidige*** i system *S* (Alexander), men ***ikke samtidige*** i system *S*' (Mathilde)

Tidsintervaller

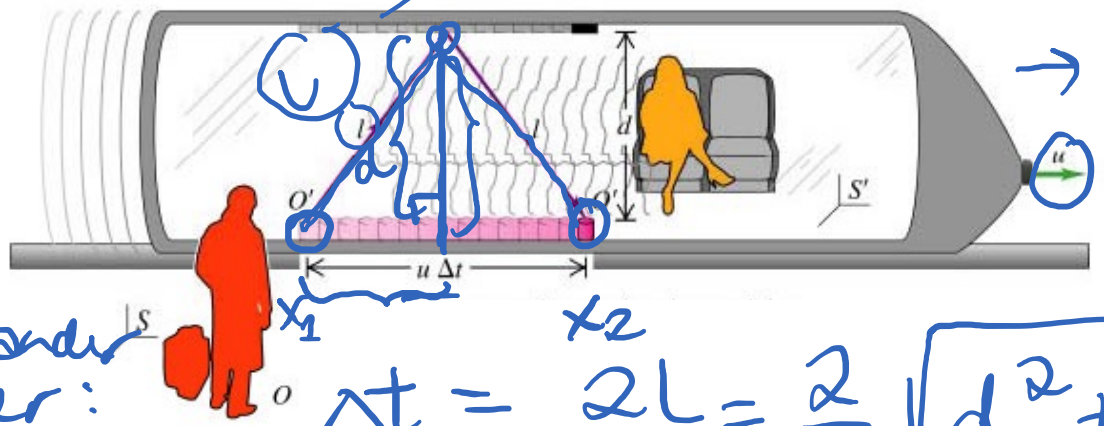
[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]



Mathilde befinner seg i toget (system S')
og måler tidsintervallet mellom to hendelser:

1. et lysglimt er sendt ut fra en kilde i *O'*
2. lyset er påvist i en detektor på samme sted etter refleksjon av et speil i avstand *d*

Hun måler: $\Delta t' = \frac{2d}{c}$



Alexander står på plattformen.
I system S inntreffer de to hendelsene på forskjellige steder.

Lyset beveger seg med ***samme*** hastighet, men ***distansen*** er lengre.

Vi definerer: Lorentzfaktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

Det kreves at: $u < c$

$\gamma \geq 1$

Pytagoras: $L^2 = d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2$

Alexander måler: $\Delta t = \frac{2L}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{2^2 d^2}{c^2} + \frac{2^2}{c^2}\frac{u^2\Delta t^2}{2^2}} = \sqrt{(\Delta t')^2 + \left(\frac{u\Delta t}{c}\right)^2}$

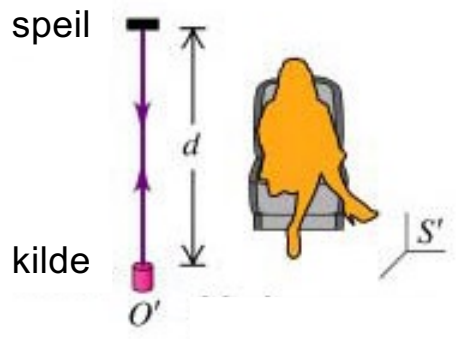
Kvadrer: $(\Delta t)^2 = (\Delta t')^2 + \left(\frac{u\Delta t}{c}\right)^2 \Rightarrow \Delta t' = \sqrt{(\Delta t)^2 - \left(\frac{u\Delta t}{c}\right)^2}$

$\Delta t' = \Delta t / \gamma$

Tidsdilatasjon

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

Et tidsintervall som er målt mellom to hendelser i et referansesystem der posisjonen er identisk for begge hendelser, kalles ***egentid***. ("proper time")

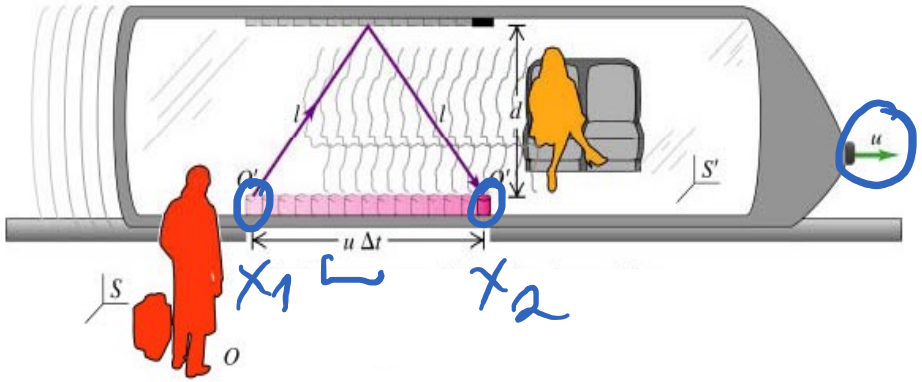


En observatør som er i ro i samme system måler et tidsintervall Δt_0. $= \Delta t'$

En observatør som beveger seg med konstant hastighet *u* relativt til den første måler et tidsintervall:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \gamma \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

Med $\gamma \geq 1 \Rightarrow \Delta t \geq \Delta t_0$!



Tidsdilatasjon

Tidsdilatasjonen er ***ikke*** relatert til tiden lyset trenger for å komme til observatøren.

I systemet *S* inntreffer de to hendelsene på *forskjellige* steder.

Mentimeter Ute på tur med et romskip 🚀

www.menti.com kode 4841 8793

Mathilde flyr i et romskip med $v = 0.6\ c$.
I øyeblikket hun flyr forbi Alexander på jorden starter begge to sin klokke. Litt senere flyr Mathilde forbi en romstasjon. Hennes klokke viser $t = 1.0$ s. Hva viser klokken til Alexander?

A. 0.8 s
B. 1.0 s
C. 1.25 s





A



15



0 A.

0 B.

C.





1. hendelse: Mathilde flyr forbi Alexander
(Alexander flyr forbi Mathilde)

2. hendelse: Mathilde flyr forbi romstasjonen
(Romstasjonen flyr forbi Mathilde)

I system romskip inntreffer begge hendelser på samme sted og Mathilde måler egentiden $\Delta t_0 = 1.0$ s. $= \Delta t'$

A



Mentimeter Ute på tur med et romskip 🚀

www.menti.com kode 4841 8793

Mathilde flyr i et romskip med $v = 0.6\ c$.
I øyeblikket hun flyr forbi Alexander på jorden starter begge to sin klokke. Litt senere flyr Mathilde forbi en romstasjon. Hennes klokke viser $t = 1.0$ s. Hva viser klokken til Alexander?

A. 0.8 s
B. 1.0 s
C. 1.25 s





A 

Svar C 😎

Alexander beveger seg med hastighet $v = 0.6\ c$ relativt til Mathilde og han måler tidsintervallet:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{1.0\,s}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}} = 1.25\,s$$





A 

Svar C 😎

Å måle en lengde 📏





Hvordan kan vi måle en lengde? 🤔

Det er enkelt hvis objektet er i ro:
Vi bestemmer posisjonen til begge endene,
og det spiller ingen rolle *når* vi gjør det.

Hva om vi vil måle lengden til en bil som kjører? 🤔

Vi kan bestemme posisjonen til begge endene, men vi må gjøre det **samtidig**.

Problem: to hendelser som er samtidige i ett referansesystem er *ikke* samtidig i et annet! 😱

Tanke-eksperiment

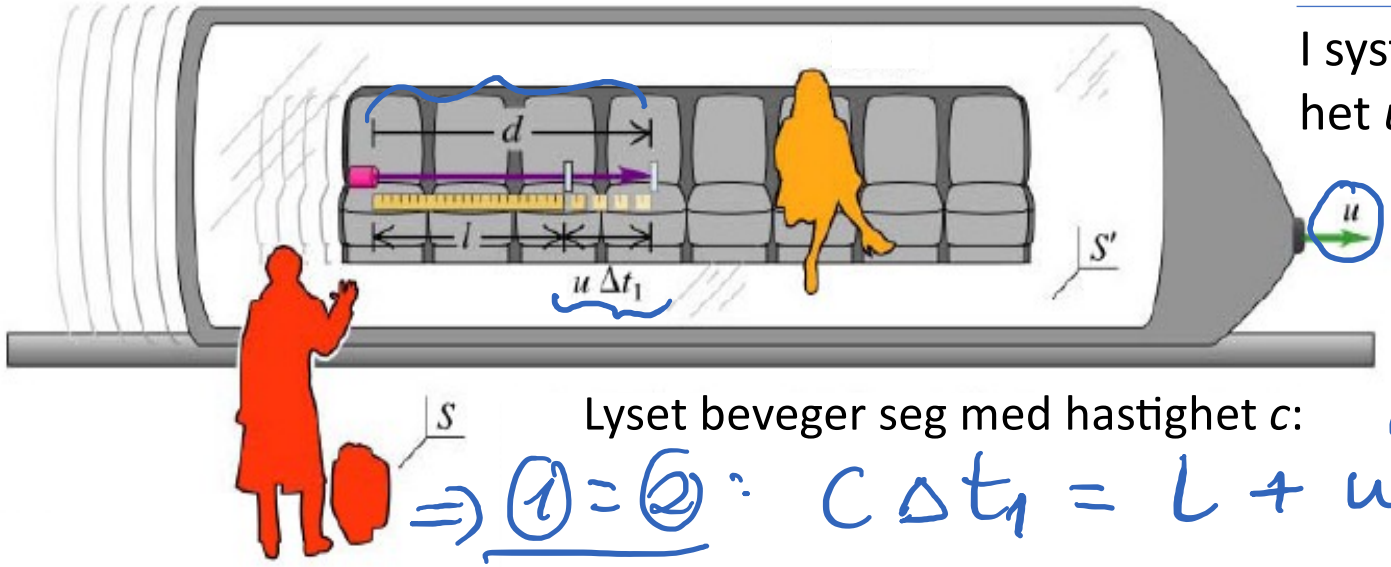
[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]



En lyskilde er festet til den venstre enden av en linjal og et speil er festet på den høyre enden.

Linjalen er i ro i system *S'* og har lengden l_0. Lyset når speilet og tilbake til kilden i et tidsintervall Δt_0 (egentid):

$$\Delta t_0 = \frac{2l_0}{c}$$



I system *S* beveger linjalen seg med hastighet *u* og en observatør måler lengden *l*.

Lyset når speilet etter en tid Δt_1 og avstand:

$$d_1 = l + u\Delta t_1 \quad (1)$$

Lyset beveger seg med hastighet *c*:

$$d_1 = c\,\Delta t_1 \quad (2)$$

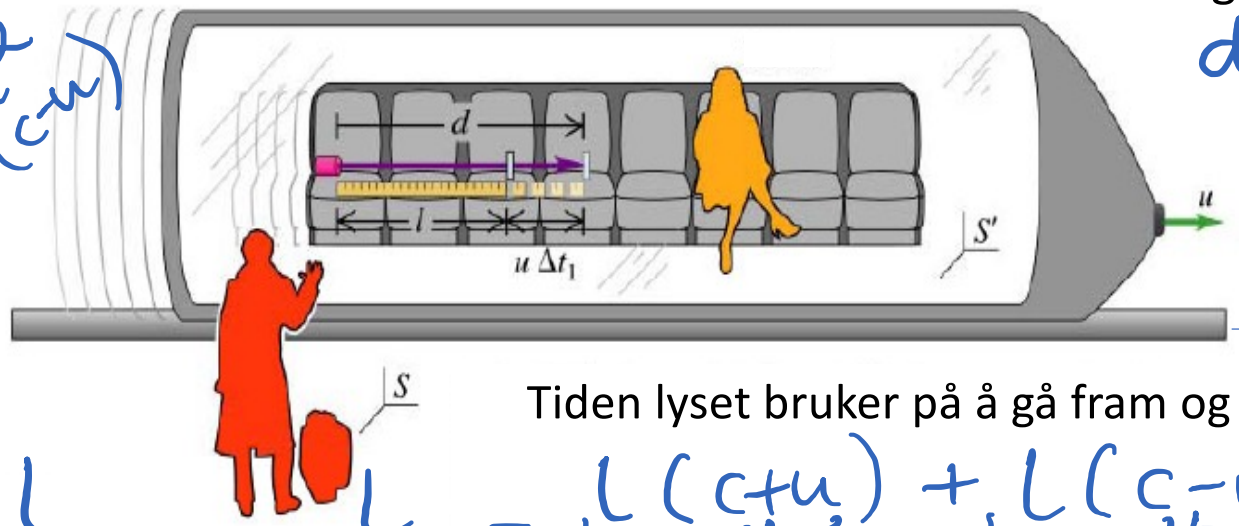
$$\Rightarrow (1)=(2): \quad c\Delta t_1 = l + u\Delta t_1$$

$$(c-u)\Delta t_1 = l \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{c-u}$$

(Det betyr *ikke* at lyset beveger seg med hastighet $c-u$!)

Tanke-eksperiment

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]



Lyset går tilbake i tidsintervallet Δt_2
og når kilden etter å ha tilbakelagt avstanden:

$$d_2 = L - u\Delta t_2 = c\Delta t_2$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{L}{c+u}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

Tiden lyset bruker på å gå fram og tilbake: $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$

$$\Rightarrow \frac{L}{c-u} + \frac{L}{c+u} = \frac{L(c+u) + L(c-u)}{c^2-u^2} = \frac{2Lc}{c^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)} = \gamma^2 \cdot \frac{2L}{c} = \Delta t$$

Tidsdilatasjon:

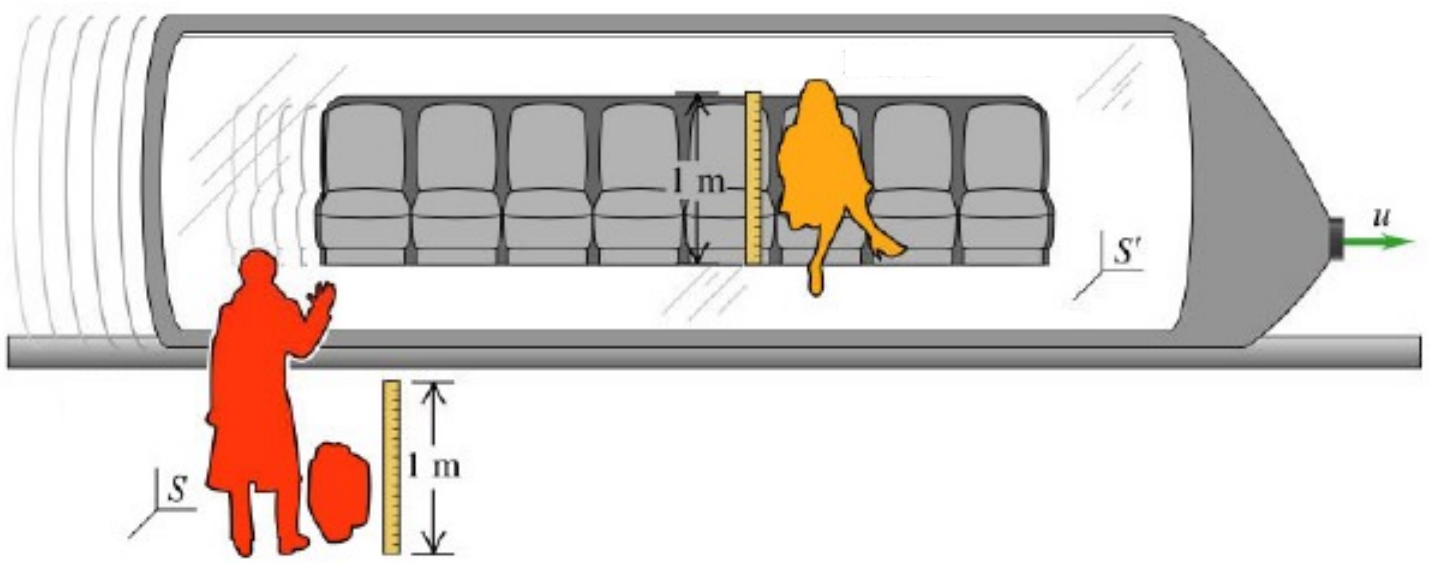
$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \Rightarrow \gamma^2 \cdot \frac{2L}{c} = \gamma \frac{2L_0}{c} \Rightarrow L_0 = \gamma L \Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}$$

Lengdekontraksjon: $L = \frac{L_0}{\gamma}$

En lengde som måles i et referansesystem hvor legemet er i ro kalles **egenlengde**. ("proper length" L_0)

Lengden vi måler i et referansesystem som beveger seg relativt til legemet er kortere: **lengdekontraksjon**.

Tanke-eksperiment 💡



Det er *ingen lengdekontraksjon vinkelrett* på bevegelsesretningen

Effekt av lengdekontraksjon 🤯

$v = 0$





$v = 0.80c$

$v = 0.95c$





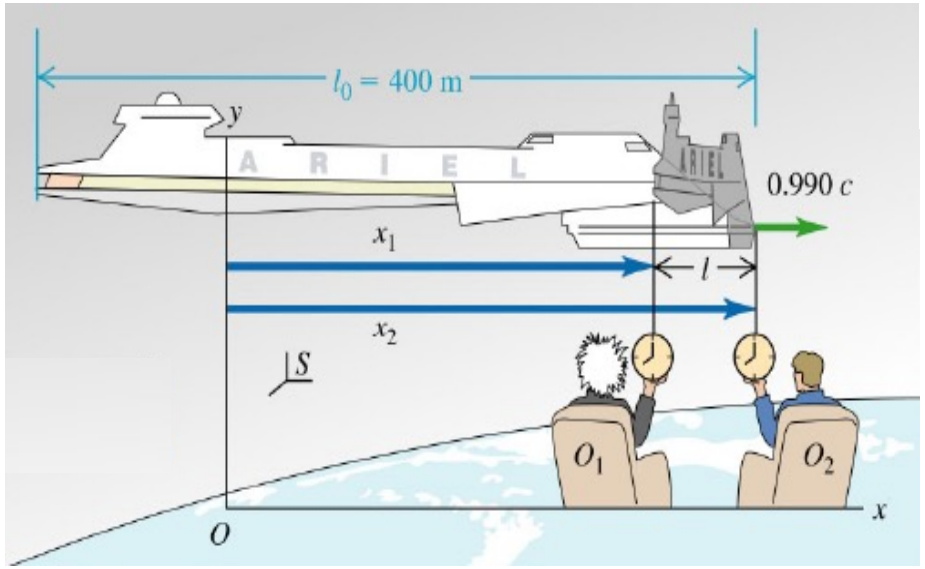
$v = 0.99c$

Mentimeter Måle et romskip 🚀

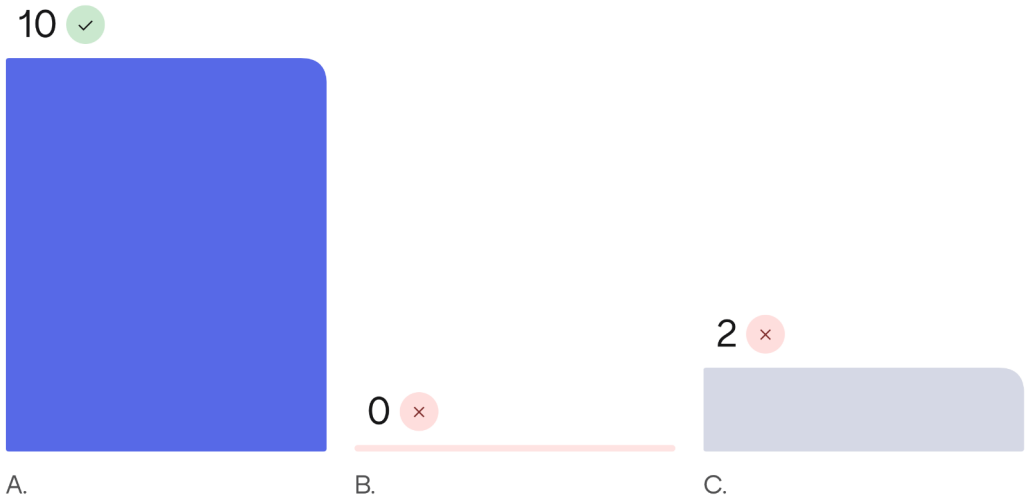
www.menti.com kode 4841 8793

Et romskip flyr forbi jorden med $v = 0.990c$. En person i romskipet måler at romskipet er 400 m langt. Hvilken lengde måler en observatør på jorden?

A. 56.4 m
B. 400 m
C. 2.84 km



Svar A 😎



Takk for i dag! 😀