FYS1100 Mekanikk og modellering, vår 2025
Forelesning uke 14: Spesiell relativitetsteori + repetisjon
(Kompendium kap. 18)

Læringsmål: Vite hva et ***Minkowski-diagram*** er. Vite hva ***relativistisk energi, hvilemasse og hvileenergi*** er.
Bonus: ekvivalensprinsippet 🥰



Beskjeder:

- ✓ **Eksperiment 2**: seminartime i morgen 6. mai
- ✓ Seminartime i morgen for de som har gjort eksperiment 2: eksamensregneverksted
- ✓ Til eksamen: ***en av gruppe- eller seminar-oppgavene kommer på eksamen 26.mai***
- ✓ ***Sjekk at dere har 4 obliger og begge eksperimenter godkjent i løpet av 9. mai***

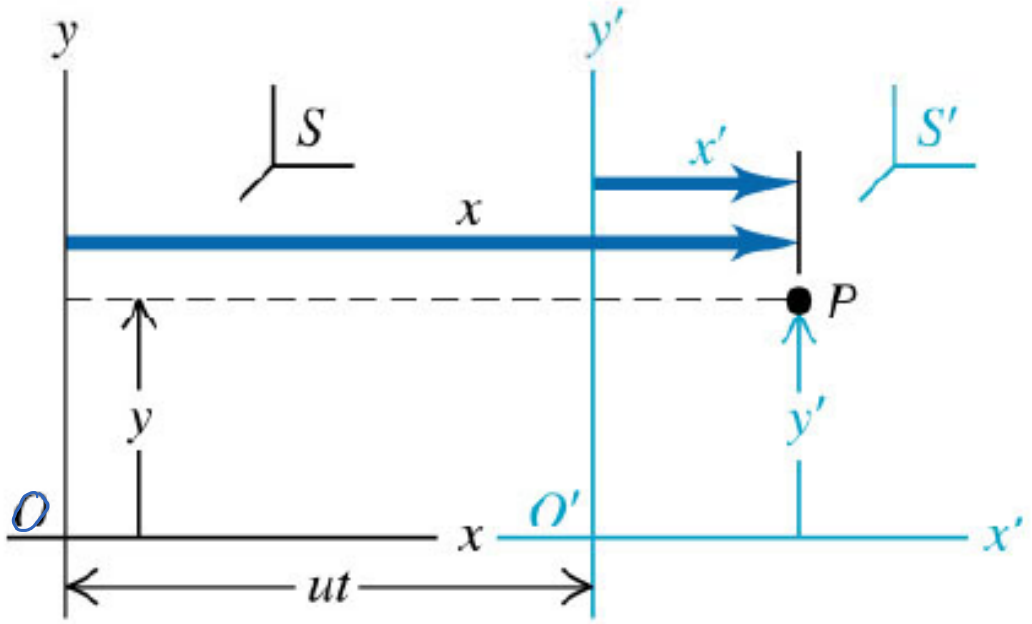
Mandag 05.05.2025

Repetisjon, spesiell relativitetsteori 😄

Einsteins postulater

1. Fysikkens lover er de samme i alle inertialsystemer.

2. Lyshastigheten er den samme i alle inertialsystemer, og er uavhengig av observatørens bevegelse.



System *S'* beveger seg relativt til system *S* med konstant hastighet *u*.

Galileo-transformasjon:

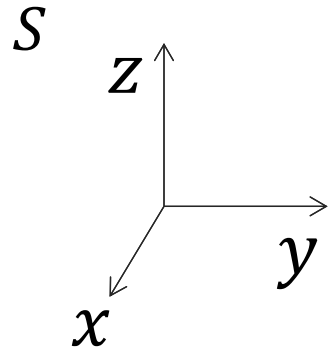
$x = x' + ut$ $\qquad$ $v_x = v_x' + u$

Inkonsistent med Einsteins 2. postulat: $c = c'$

Repetisjon, spesiell relativitetsteori 😄

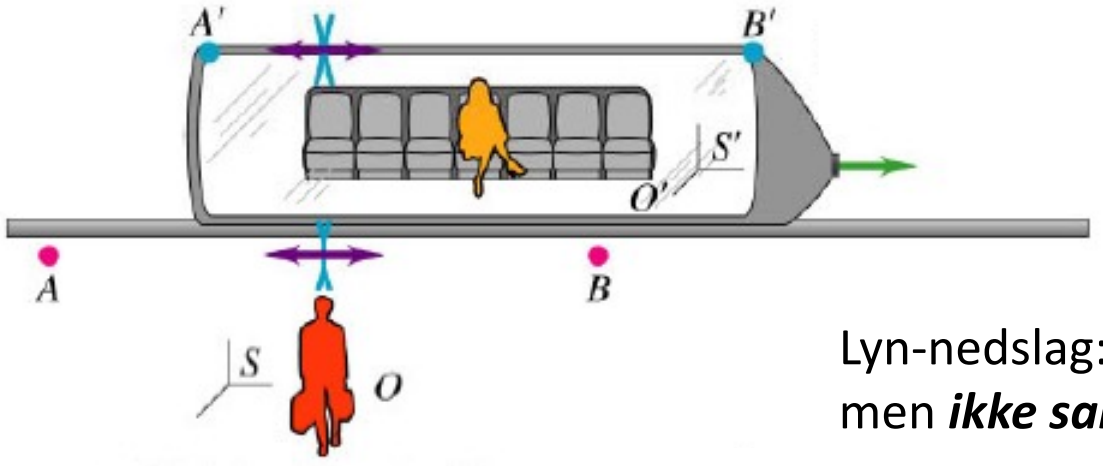
Definisjon av hendelse

En hendelse er en begivenhet (noe) som kan lokaliseres i rom og tid: vi kan tilordne koordinater (*x,y,z,t*).



Definisjon av samtidighet

To hendelser er *samtidige* dersom de inntreffer ved samme tid i *ett og samme system S*.

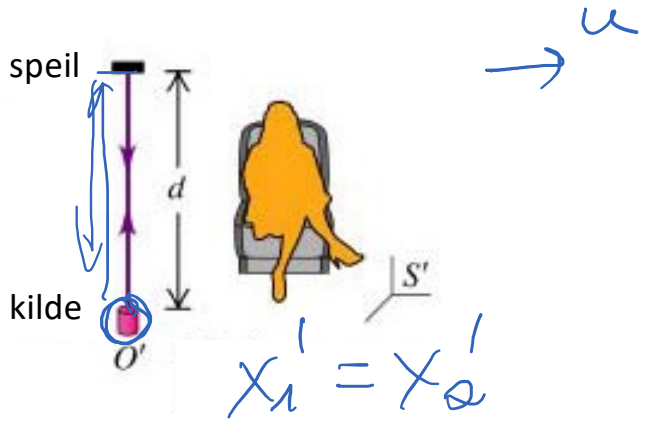


Lyn-nedslag: Hendelsene er ***samtidige*** i system *S*, men ***ikke samtidige*** i system *S'*

Repetisjon, spesiell relativitetsteori 😄

Tidsdilatasjon

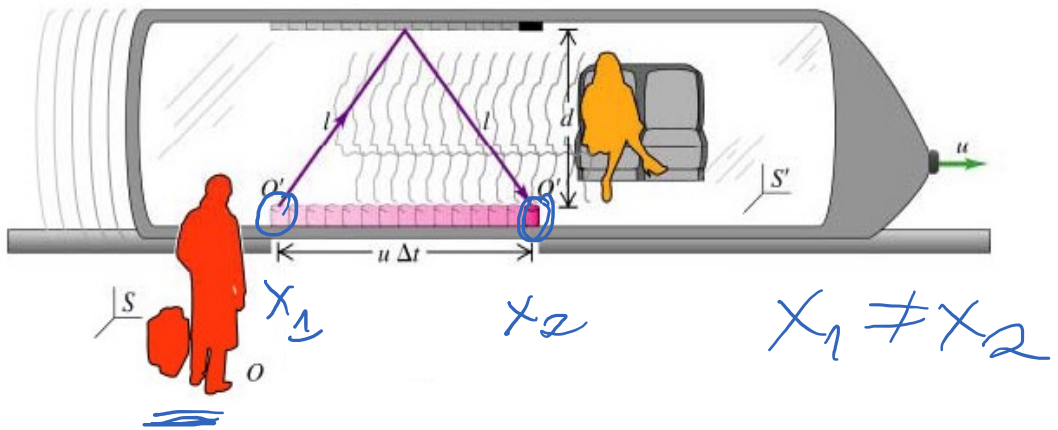
Et tidsintervall som er målt mellom to hendelser i et referansesystem der ***posisjonen*** er identisk for begge hendelser, kalles ***egentid,*** Δt_0.



En annen observatør som beveger seg med konstant hastighet *u* relativt til den første måler et tidsintervall:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_0$$

Tidsdilatasjon: $\Delta t \geq \Delta t_0$

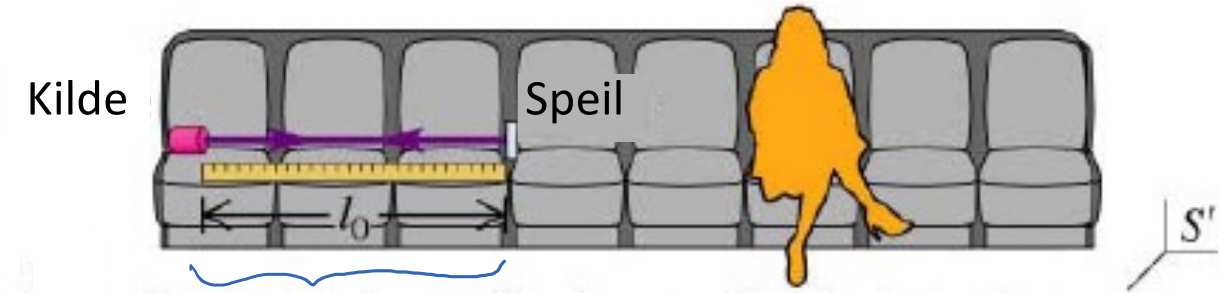


I systemet *S* inntreffer de to hendelsene (lys sendes ut – lys måles) på *forskjellige* steder.

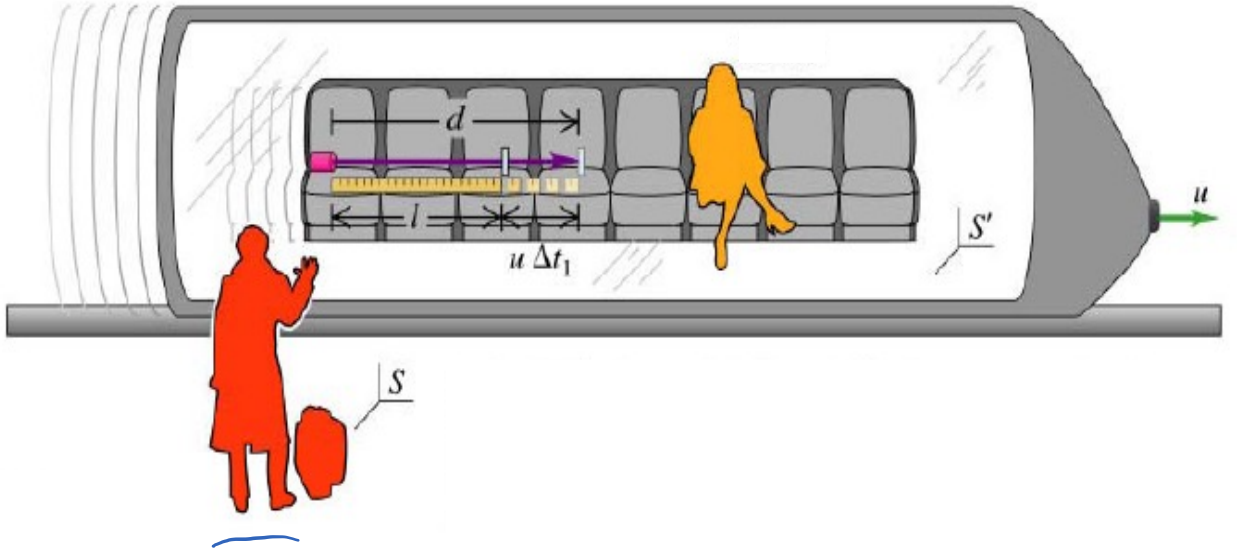
Repetisjon, spesiell relativitetsteori 😄

Lengdekontraksjon

En lengde som måles i et referansesystem hvor legemet er i ro kalles **egenlengde l_0**.



Lengden vi måler i et referansesystem som beveger seg relativt til legemet er kortere **lengdekontraksjon**.



Lengdekontraksjon: $l = \frac{l_0}{\gamma}$

Repetisjon, spesiell relativitetsteori 😄

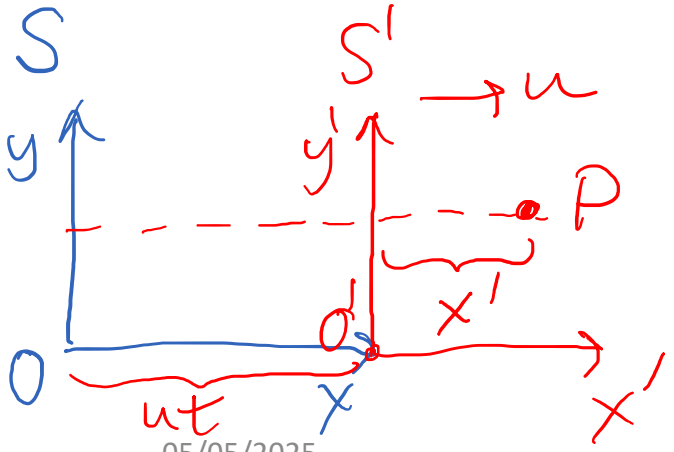
Lorentztransformasjon

$$x' = \gamma(x - ut) \qquad x = \gamma(x' + ut')$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

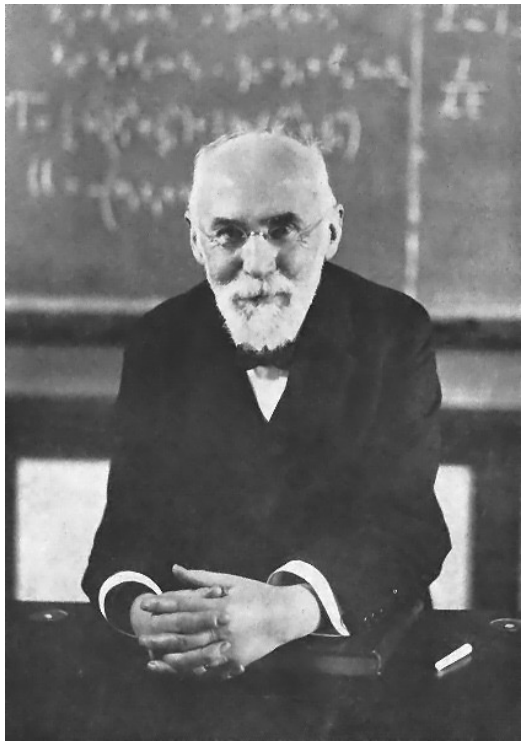
$$z' = z \qquad z = z'$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right) \qquad t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)$$



Lorentztransformasjon for hastighet

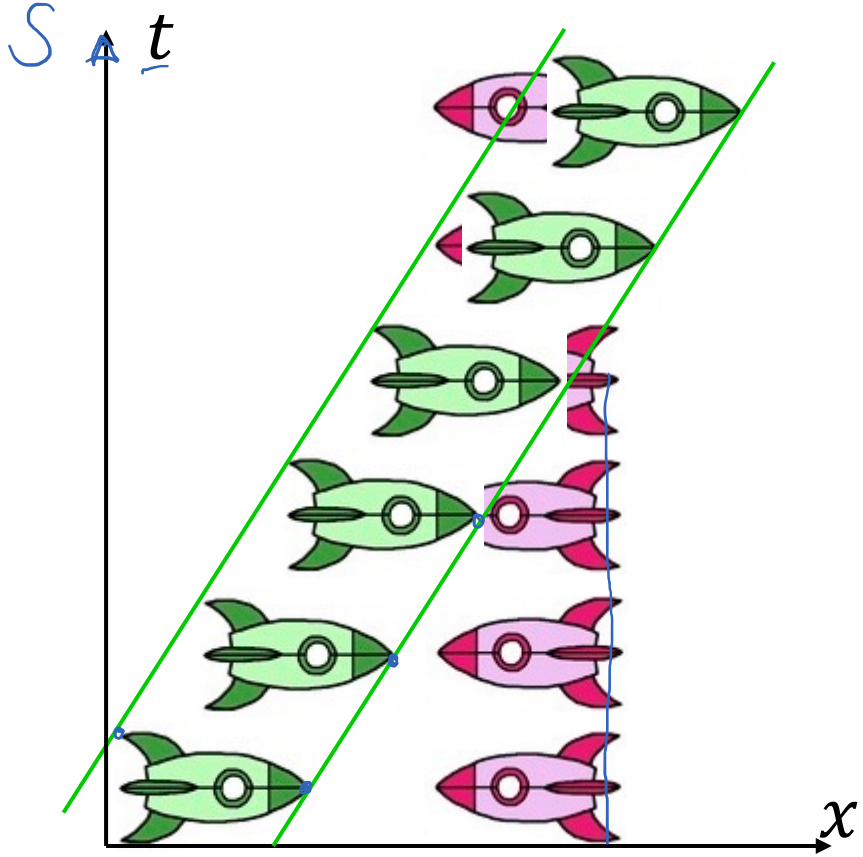
$$\rightarrow \quad v_x' = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2}v_x}$$



Hendrik Antoon Lorentz
1853 – 1928

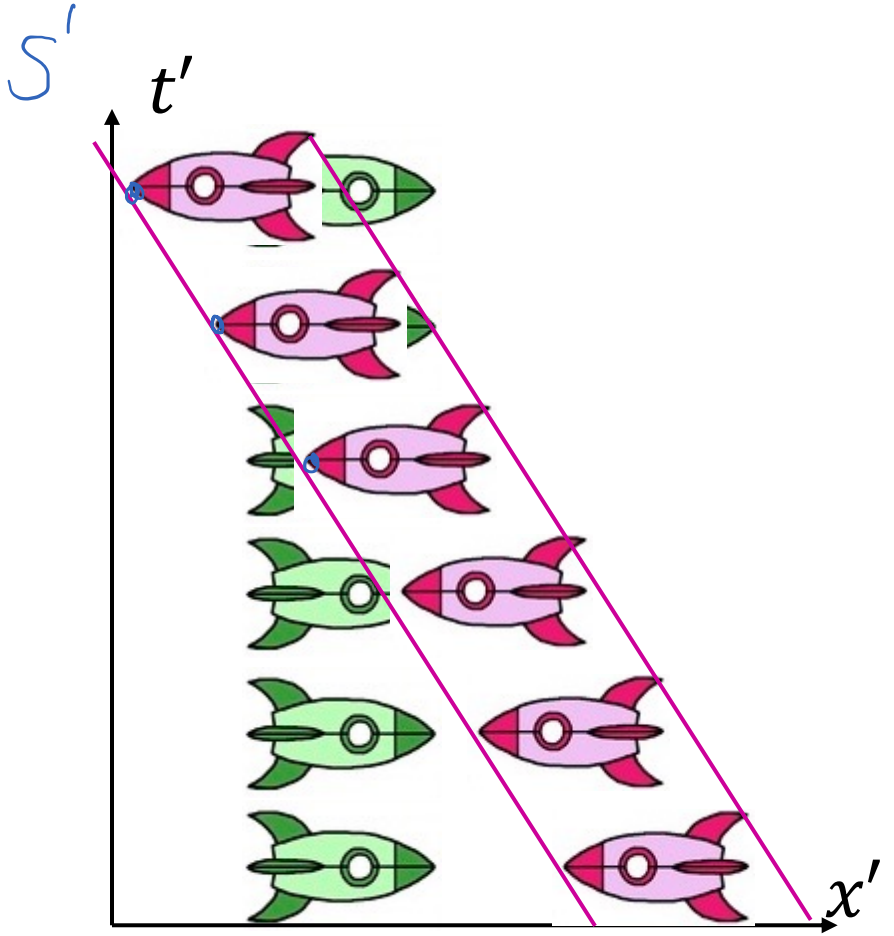
To romskip passerer hverandre 🚀🚀

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]



System *S* hvor romskip 1 er i ro

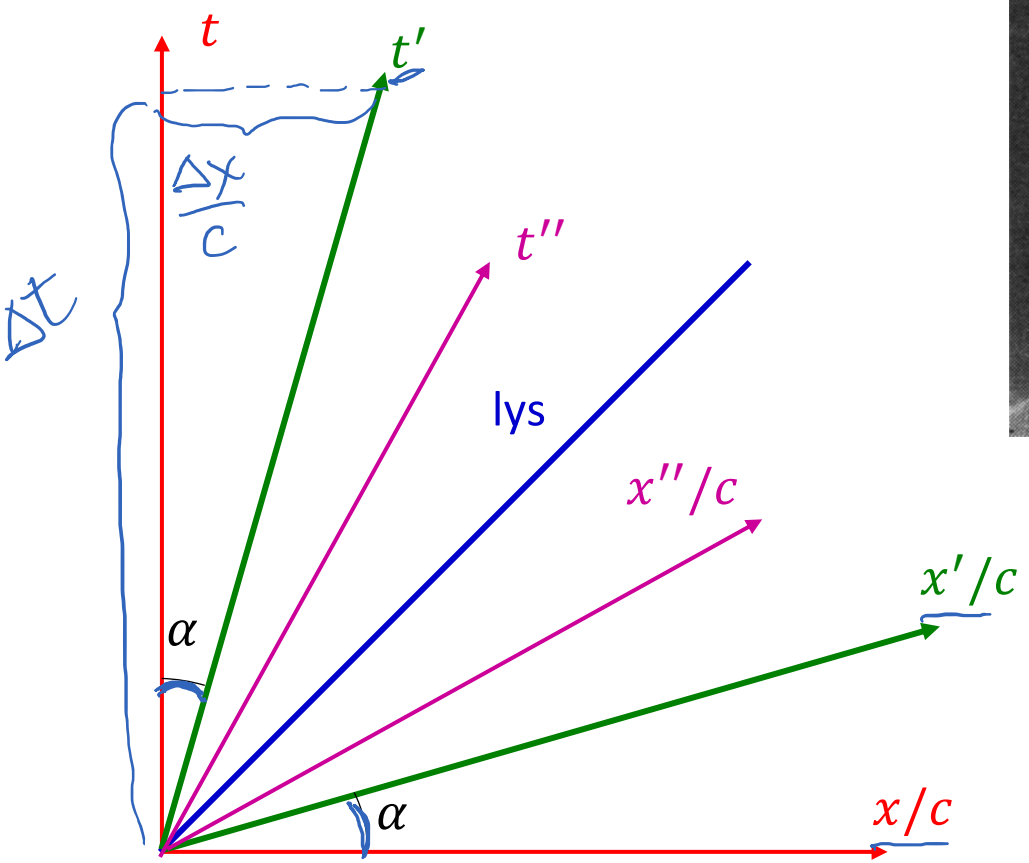
Stigning gir hastighet til romskip 2: $v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t}$



System *S'* hvor romskip 2 er i ro

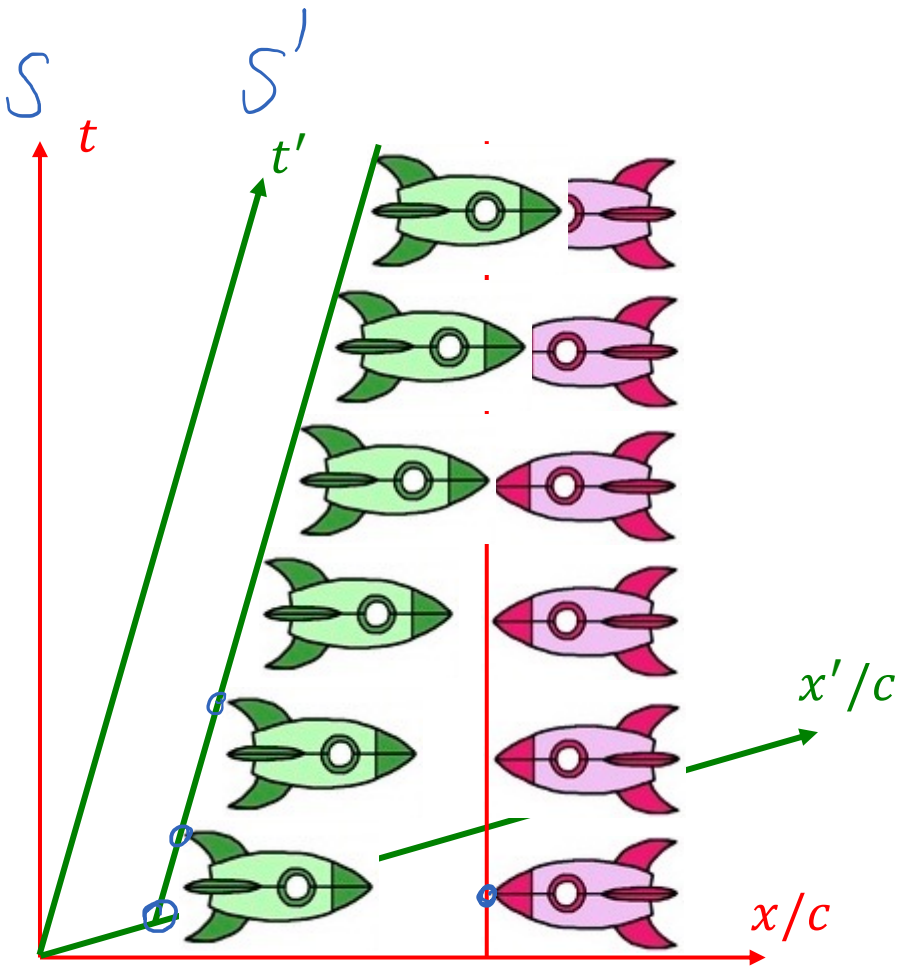
Stigning gir hastighet til romskip 1: $v_1' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$

Minkowski-diagrammer





Hermann Minkowski
1864 – 1909



Måle strekning i ***lysår***

Noe som beveger seg med hastighet v i system *S*: $\tan\alpha = \frac{\Delta x/c}{\Delta t} = \frac{v}{c}$

System S' beveger seg med hastighet v i system *S*

Romskip i ro i system *S*

Romskip i ro i system S'

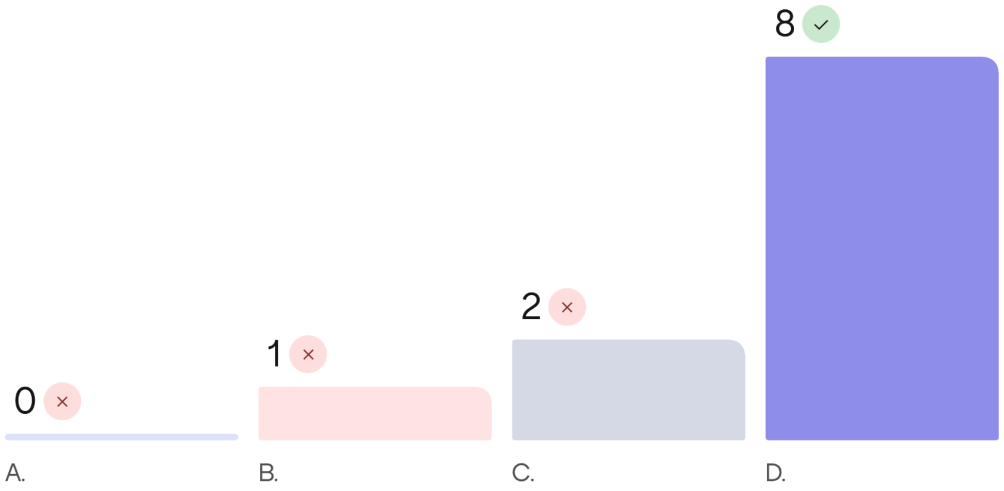
«beveger» seg parallelt til tidsaksen gjennom tiden

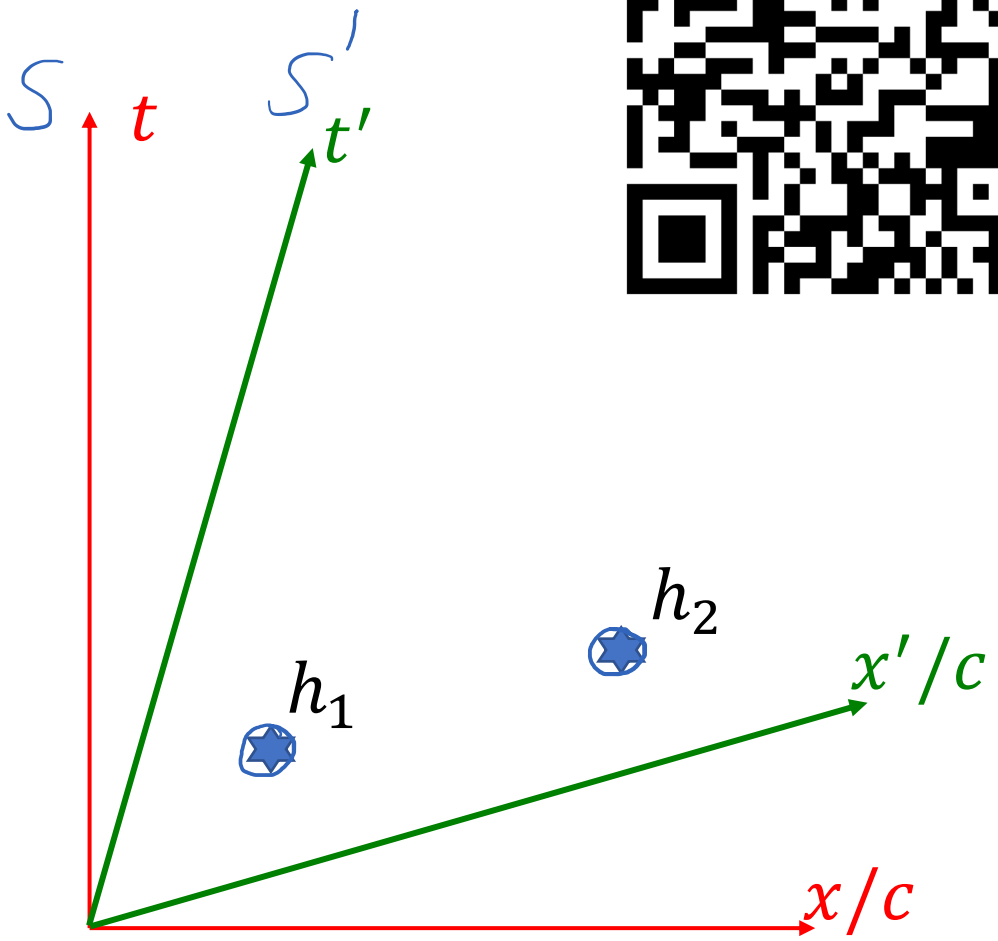
Mentimeter Minkowski-diagram

www.menti.com kode 6400 0063

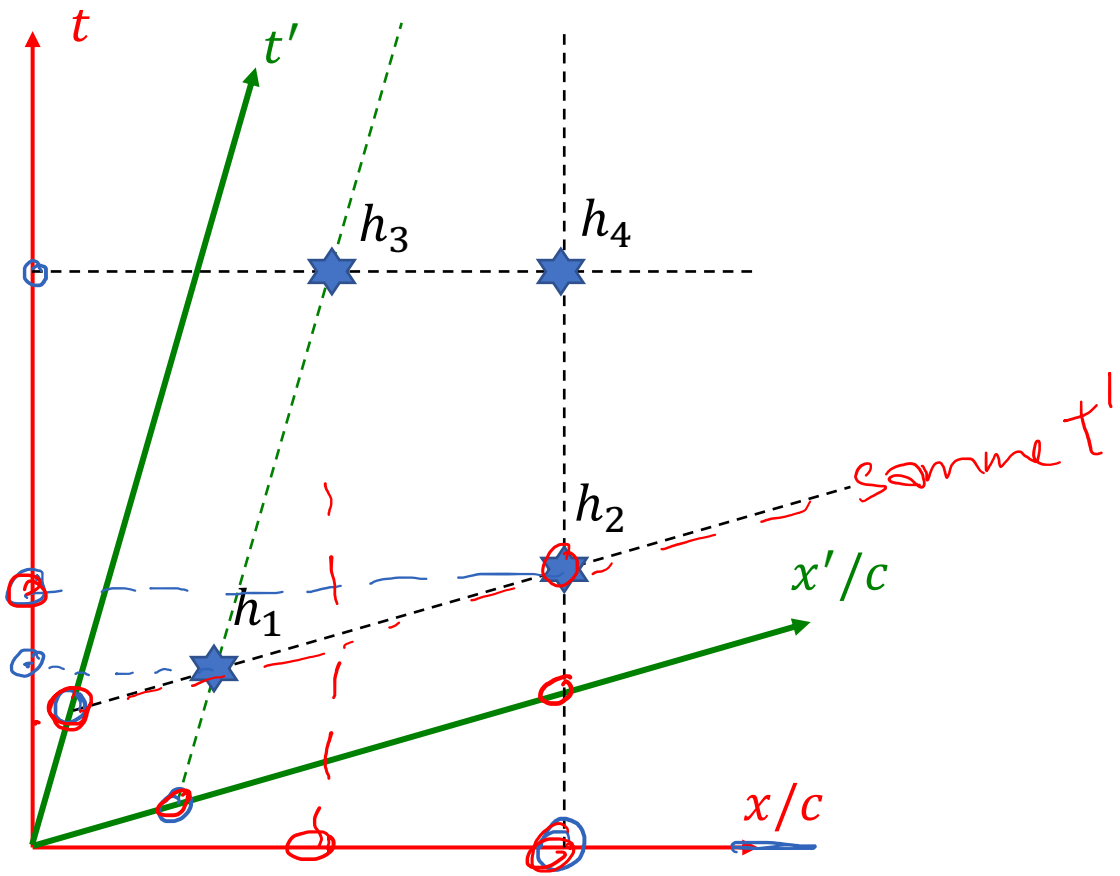
Minkowski-diagrammet viser to hendelser, h_1 og h_2. Hvilken påstand er riktig?

A. h_1 og h_2 skjer på samme sted i system S
B. h_1 og h_2 skjer samtidig i system S
C. h_1 og h_2 skjer på samme sted i system S'
D. h_1 og h_2 skjer samtidig i system S'





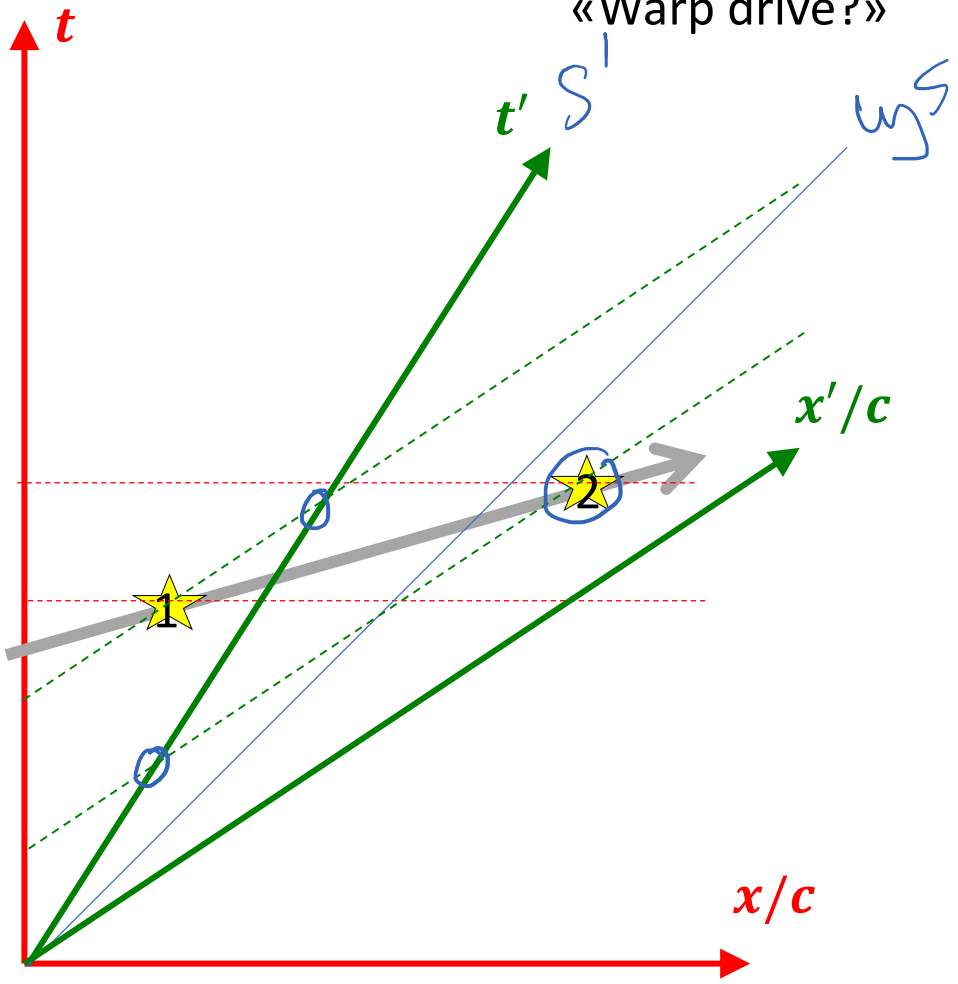
Minkowski-diagrammer



Hendelse: noe som kan lokaliseres i rom og tid

- h_2 og h_4 skjer på samme sted i system S
- h_3 og h_4 skjer samtidig i system S
- h_1 og h_3 skjer på samme sted i system S'
- h_1 og h_2 skjer samtidig i system S'

«Warp drive?»



Hvis et romskip kunne bevege seg med $v > c$:

h_1 skjer før h_2 i system S

h_2 skjer før h_1 i system S'

Mentimeter En tvilling på romferd 🚀

www.menti.com

Luke tar en tur til planeten Dagobah og tilbake. Hans tvilling-søster Leia forblir hvor hun er.

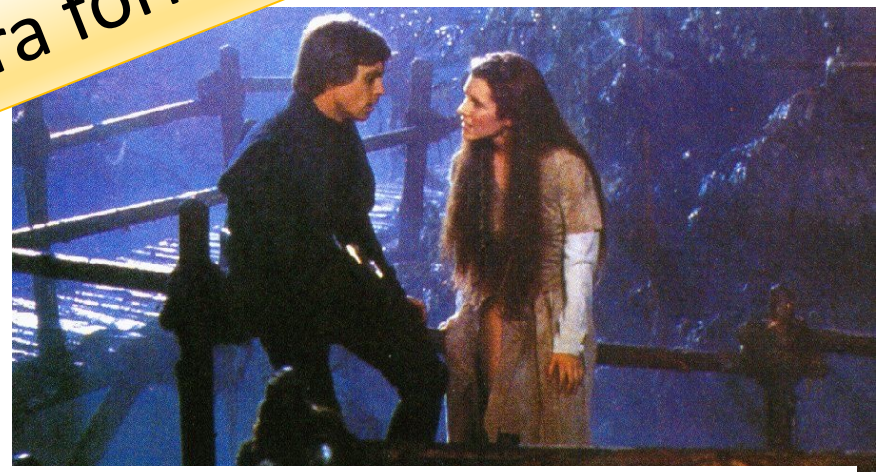
Pga. hans høye hastighet går tiden saktere for Luke (tids-dilatasjon) og han er yngre enn Leia når han kommer tilbake.

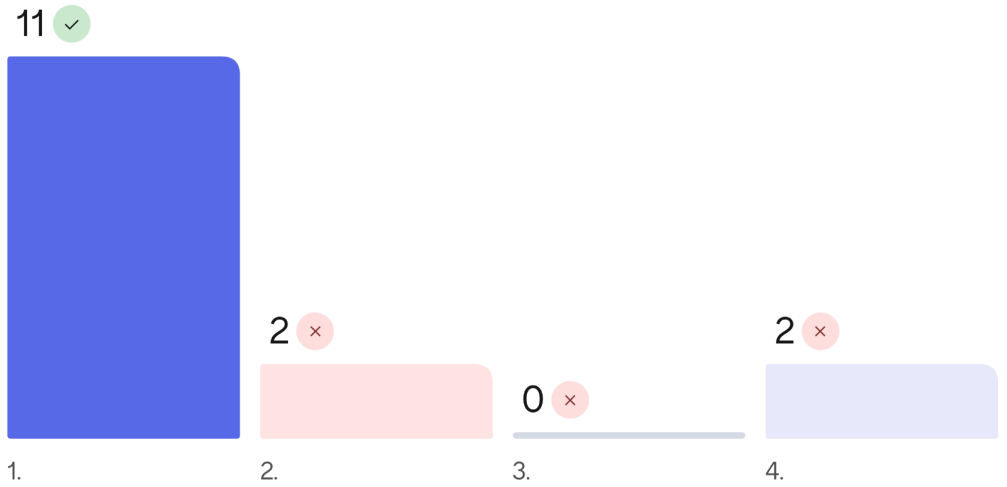
Sett fra Lukes synspunkt i romskipet beveger Leia seg med høy hastighet, så tiden går saktere for Leia og Luke er eldre når han kommer tilbake.

Når Luke kommer tilbake:

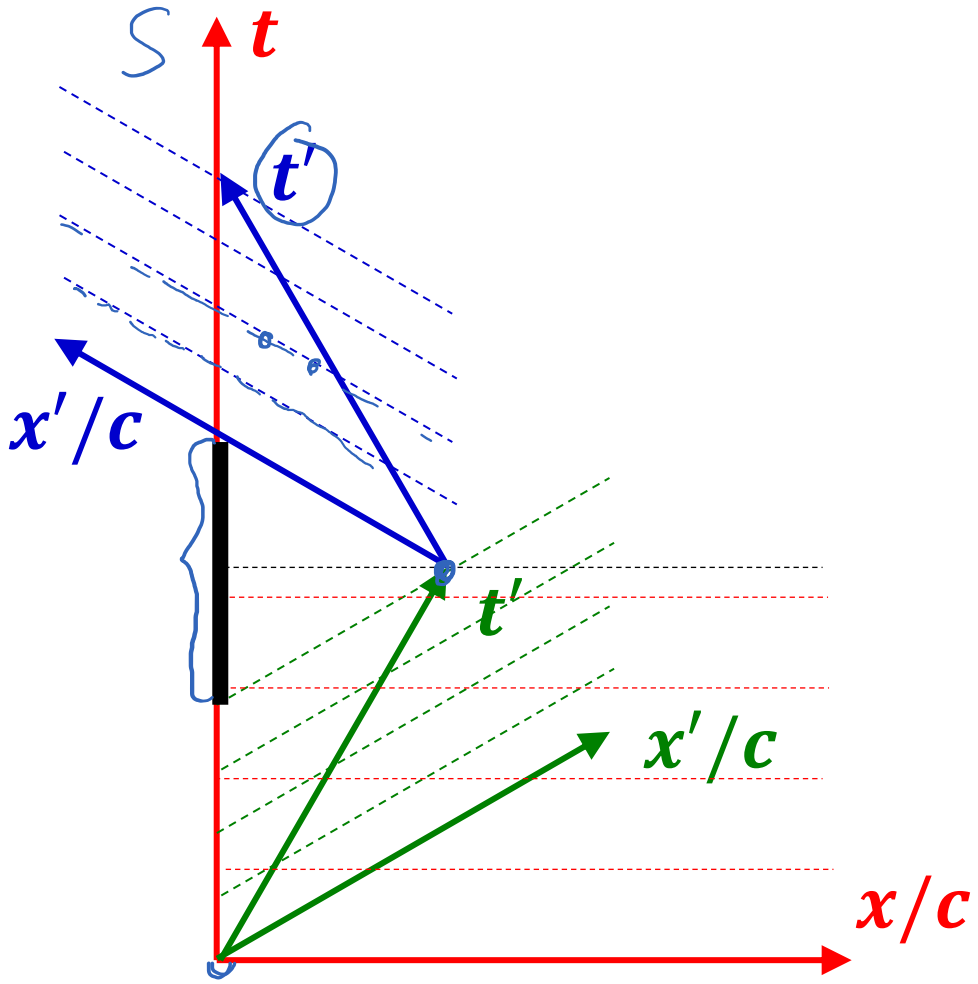
1. er Luke yngre enn Leia
2. er begge like gamle
3. er Luke eldre enn Leia
4. dette er et paradoks og det finnes ingen svar

Fra forrige uke 😌





Tvillingparadokset 👶👶



Leia forblir i et inertialsystem, men Luke trenger en akselerasjon for å snu retningen og komme tilbake.

Horisontale linjer tilsvarer hendelser som Leia oppfatter som samtidig.

På veien bort oppfatter Luke hendelser på de grønne linjene som samtidig.

På veien tilbake befinner Luke seg i et *annet* inertialsystem.

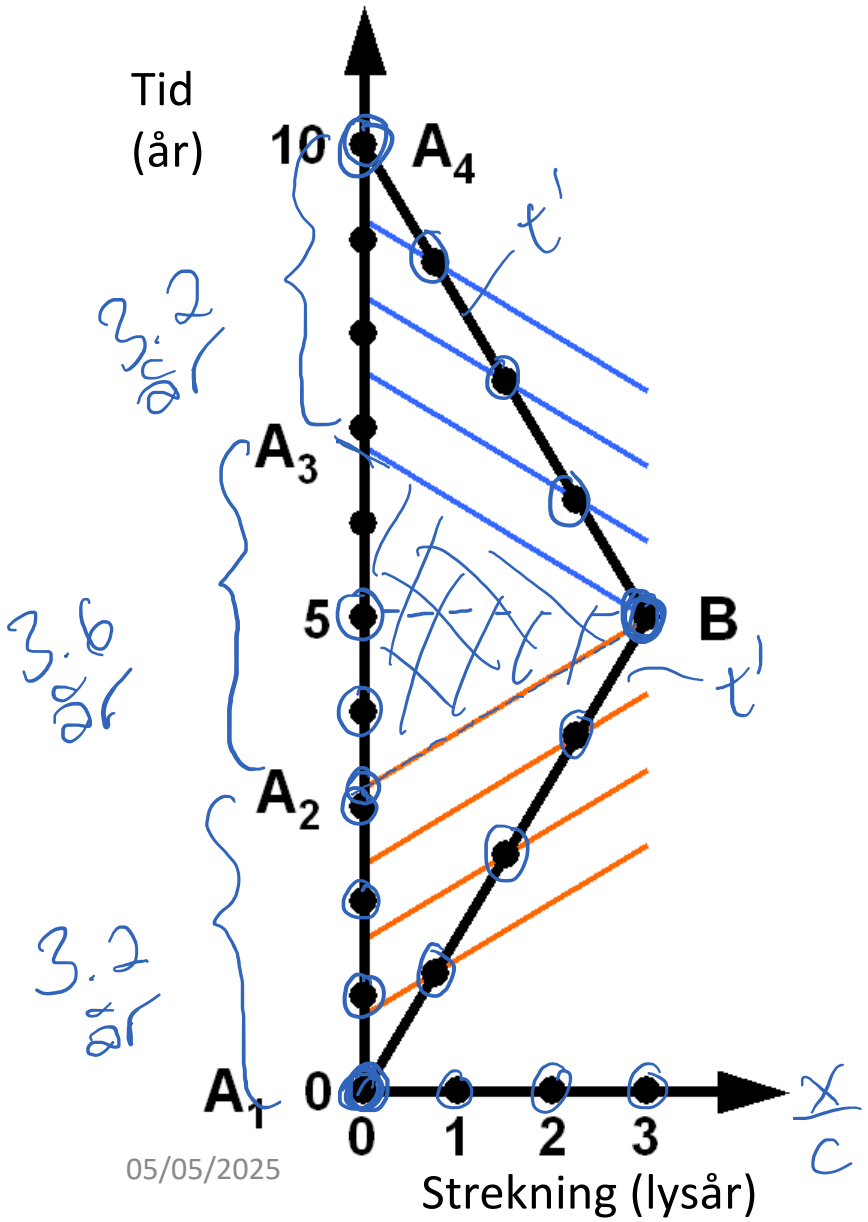
På veien tilbake oppfatter Luke hendelser på de blå linjene som samtidig.

Luke oppfatter at Leia eldes veldig raskt mens han snur retningen.
Leia ser at Luke beveger seg hele tiden, og tiden går alltid saktere for Luke.

⇒ Luke er yngre enn Leia når han kommer tilbake til jorden.

Tvillingparadokset 👶👶

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = 1.25$



Luke reiser med $v = 0.6\ c$ fra A til B og tilbake

<u>Leias perspektiv</u>:

- strekning er 3 lysår (egenlengde)
- Luke trenger 5 år fram og 5 år tilbake

<u>Lukes perspektiv</u>:

- strekningen er bare $\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma} = 2.4$ lysår
- han blir 4 år eldre
- bare 3.2 år har gått på jorden

<u>Mens Luke snur</u>:

- bytter han kontinuerlig referansesystemet
- går 3.6 år på jorden

<u>Veien tilbake fra Lukes perspektiv</u>:

- han reiser 2.4 lysår og blir 4 år eldre
- på jorden går det 3.2 år

Også fra Lukes perspektiv har det gått 10 år på jorden, mens han blir bare 8 år eldre.

Relativitet og driv

m_0: hvilemasse ($v = 0$ m/s)

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

Newtons 2. lov: $\vec{F}_{net} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$

Bruke kraft på en partikkel
⟹ drivet øker
⟹ hastigheten øker

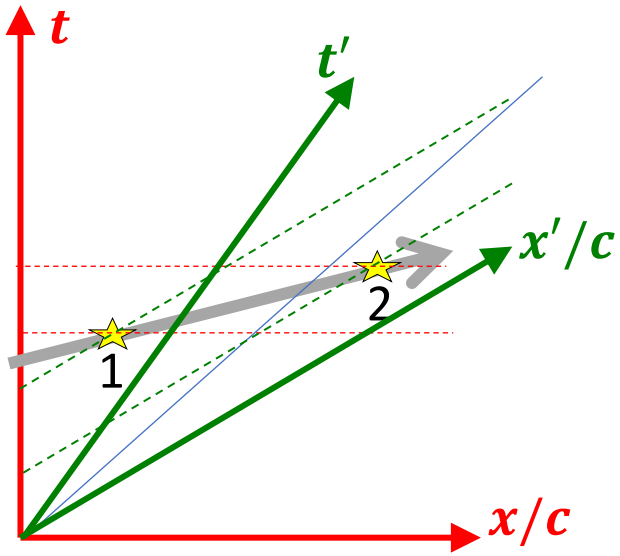
Hva hindrer meg å fortsatt bruke kraft når $v \to c$? 🤔

Vi aksepterer at $\vec{F}_{net} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Stanford Linear Accelerator Center ❤️



Vi aksepterer også at $v < c$



Bare én utvei: $m = m(v) = \gamma m_0$

Massen *øker* med farten! 🤯

Bruke *mer* kraft:
⟹ øker driv (bevegelsesmengde)
⟹ øker massen mens $v < c$

Relativistisk energi

[✏️ lysbilde med skriblerier på iPad ✏️]

Relativistisk masse: $m_v = \gamma m_0$

$m(v)$

Kinetisk energi:
(fra arbeid-energi-teoremet)

$$K = m_0c^2(\gamma - 1) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

Binomialrekke (Taylor-rekkeutvikling 😎) : Rottmann:

Generelt: $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \dots$

Ser på:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \dots$$

Vi har:
$\alpha = -\frac{1}{2}$

$x = -\frac{v^2}{c^2}$

For en liten hastighet: $v \ll c$:

$$K = m_0c^2(\gamma - 1) = m_0c^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1\right)$$

$$= m_0c^2 \cdot \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}m_0v^2$$

☺

Total energi:

$$E = K + m_0c^2 = \gamma m_0c^2 - m_0c^2 + m_0c^2 = \gamma m_0c^2 = m_v c^2$$

Uten kinetisk energi har en partikkel **hvilemasse** m_0 og **energi** m_0c^2 😎

Gjennomgang FYS-MEK1110 oppgave 3, eksamen 2019 (hvis tid & ønske om det)

Se eget notat på løsningsforslag 😊

Takk for i dag! 😀