Diskusjonsoppgaver uke 10

Diskusjonsoppgaver i gruppetimen for smågrupper (3-4 personer).

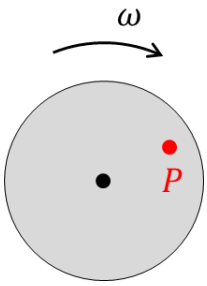
D10.1 Vinkelmål

I noen tilfeller kan vi bruke et hvilket som helst vinkelmål, for eksempel grader, antall omdreininger eller radianer. I andre tilfeller *må* vi bruke radianer. Hvorfor? *Hint: Hvordan er radian definert?*

Løsning: Så lenge vi ikke relaterer en vinkel med en strekning kan vi bruke et hvilket som helst vinkelmål. For eksempel, for en bevegelse med konstant vinkelfart er $\theta(t) = \theta_0 + \omega t$. Vi kan uttrykke vinklene i grader og vinkelfart i grad/sekund, eller vinklene i antall omdreininger og vinkelfart i omdreininger/sekund uten at det gjør en forskjell. Men hvis vi relaterer en vinkel med en buelengde, så må vi gi vinkelen i radian:$s = r\theta$. Denne ligningen definerer faktisk radian.

D10.2 Et hjul roterer

Et hjul roterer med konstant vinkelfart, se figur.



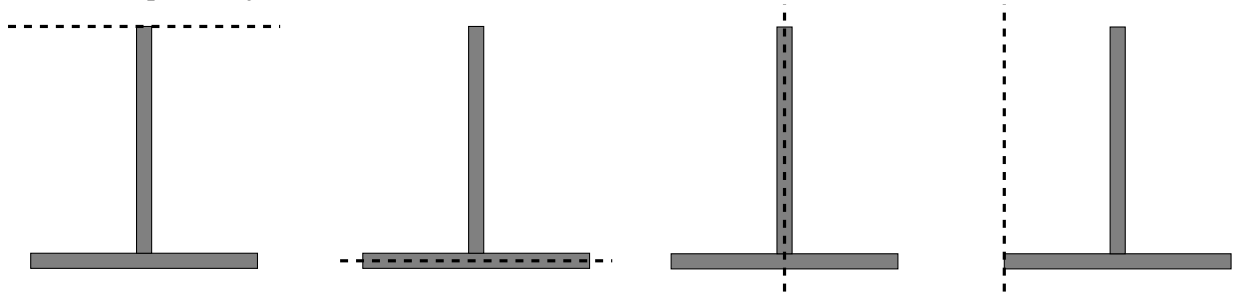
Hva kan du si om akselerasjonen til punktet P? Har punktet akselerasjon i tangentiell retning? I radiell retning? Har tangentiell eller radiell akselerasjon konstant størrelse? Konstant retning? Forklar!

Løsning: Hvis hjulet roterer med konstant vinkelfart så er vinkelakselerasjonen null. Punktet P beveger seg på en sirkelbane med konstant fart, og tangentialakselerasjonen er derfor null. Punktet har en akselerasjon i radiell retning som holder punktet på en sirkelbane (sentripetalakselerasjon). Hvis vinkelfarten er konstant så er størrelsen til sentripetalakselerasjonen konstant, men retningen endrer seg hele tiden, siden sentripetalakselerasjonen peker inn mot hjulets sentrum.

D10.3 Treghetsmoment

Fire T-er er laget av to identiske staver med samme masse M og lengde L (se figur). Treghetsmomentet for en tynn stav som roterer om en akse som er vinkelrett på staven gjennom massesenteret er gitt ved

$I_s = \frac{1}{12}mL^2$. Hvilken av rangeringene A-D er riktige for treghetsmomentene I_a til I_d for rotasjon av T-ene om den stiplede linjen?



(a) (b) (c) (d)

A: $I_c > I_b > I_d > I_a$

B: $I_c = I_d > I_a = I_b$

C: $I_a = I_b > I_c = I_d$

D: $I_a > I_d > I_b > I_c$

Løsning: Vi vet at treghetsmomentet er gitt som $I_O = \sum_i m_i \rho_i^2$, hvor ρ_i er avstanden fra rotasjonsaksen for en massebit m_i. Vi kan se på hvilke av tilfellene som har i gjennomsnitt mest masse langt vekk fra rotasjonsaksen, og ser at (a) har en hel stav som er en lengde L vekk fra aksen, og i tillegg den andre staven som også bidrar vesentlig til treghetsmomentet. Så I_a må være størst. Med samme argument må situasjon (c) ha det minste treghetsmomentet, her roteres systemet om den øvre staven som da ikke bidrar noe til treghetsmomentet, og den nedre staven roterer om aksen som står vinkelrett på staven og gjennom massesenteret så dette må være minst. Med samme argumentasjon får vi at (d) er nest størst og (b) er nest minst. Altså får vi: $I_a > I_d > I_b > I_c$.

(NB: man trenger ikke regne ut, det holder med argumentasjonen over!)
Vi kan også regne ut treghetsmomentene ved å bruke superposisjonsprinsippet (dvs. regne ut treghetsmomentet om rotasjonsaksen for hver stav hver for seg og så legge sammen) og parallellakseteoremet. Da får vi:
Tilfelle (a):

$$I_a = \frac{1}{12}ML^2 + M(L/2)^2 + ML^2 = \frac{4}{3}ML^2.$$

Tilfelle (b):

$$I_b = \frac{1}{12}ML^2 + M(L/2)^2 = \frac{1}{3}ML^2.$$

Tilfelle (c):

$$I_c = \frac{1}{12}ML^2.$$

Tilfelle (d):

$$I_d = M(L/2)^2 + \frac{1}{12}ML^2 + M(L/2)^2 = \frac{7}{12}ML^2.$$